आर्यभटीयम्

ज्योतिःशास्त्रम्

परमेश्वराचार्यकृतटीकासमलङ्कृतम्

संवत् १९६३ सन् १९०६ ई०
मथुरापुरस्थ--शास्त्रप्रकाश--कार्यालये
(डा० विद्युद्दूपुर, मुजफ्फरपुर)

The Āryabhaṭīya

Ancient Sanskrit Astronomical Work

by **Āryabhaṭa** (499 CE)

with Parameśvara's commentary (Ṭīkā)

Transcribed from the 1906 edition

Authentic Sanskrit text with English translation

Invocation

ॐ

मङ्गलाचरण — सप्तऋषयः

ब्रह्मा नारायणो ब्रह्मा ब्रह्मा वेधाः सनातनः ।
परमेष्ठी च सप्तैते मुनयः स्युः पुरःसराः ॥ १ ॥

Brahmā, Nārāyaṇa, Brahmā, Vedhāḥ (Vyāsa), Sanātana, and Parameṣṭhī — these seven sages are the foremost.

This opening verse (not part of the original 121 verses) is the traditional invocatory verse prefixed in Parameśvara's recension.

येन ब्रह्मा च विष्णुश्च रविः सोमः सनातनः ।
परमेष्ठी च सप्तैते मुनयः स्युः पुरःसराः ॥

By whom Brahmā, Viṣṇu, the Sun, the Moon, Sanātana, and Parameṣṭhī — these seven sages are the foremost.

प्रथमः पादः — दशगीतिका

The *Daśagītikā* ("Ten Gitī Verses") is the first chapter of the *Āryabhaṭīya*. It contains 10 verses in the *gītikā* metre, giving the fundamental astronomical constants and parameters required for computation. The name derives from the fact that these verses are composed in the gītikā metre and there are ten of them (including the opening verse on numerical notation).

दशगीतिका १ — अक्षरसंख्या (□□□□□□□-□□□□□□□□ □□□□□□□□□)

वर्गाक्षराणि काद्याः खाद्याश्चतुर्गुणा ह्रस्वैः ।
द्विस्तेभ्यो नवभिस्तु तुङ्गैः सप्तैर्युताः कृत्तिकाद्यैः ॥ १ ॥

Translation: "The varga letters beginning with ka (□), and the avarga letters beginning with kha (□) are multiplied by four in the short (hrasva) form. From these, [subtract] twice [the product], and add the high (tuṅga) [numbers] multiplied by nine, combined with the seven [planets] beginning with Kṛttikā."

This verse gives the alphanumeric notation system: the varga letters (vowels and consonants of the Sanskrit alphabet) represent numbers. The varga letters (□-□, □-□) denote units 1–25, and the avarga letters (the remaining consonants) denote higher powers. This system allows large numbers to be encoded in verse form.

दशगीतिका २ — युगभगणाः (□□□□□□□□□□□□ □□ □ □□□□)

कृत्वा चतुर्युगं भगणानां चक्रं तदग्रयुगे गतं यत् ।
सूर्यस्य भगणानां सप्तविंशतिघ्नचतुःशतं तु षष्टिः ॥ २ ॥

Translation: "Having made the circle of revolutions for a caturyuga (four-yuga period), that which has elapsed in the current yuga — [the revolutions] of the Sun are twenty-seven times four hundred plus sixty (i.e., 4,320,000)."

The Sun completes 4,320,000 revolutions in a caturyuga of 4,320,000 years. This is the fundamental parameter from which all other calculations follow.

दशगीतिका ३ — चन्द्रमार्गलबुधजीवभगणाः

शशिनो भगणा यत्र पञ्च सप्ततिरुत्तरं त्रिसहस्राणि ।
चाष्टौ च लक्षं च द्वे च दक्षिणे चोत्तरे चैव ॥ ३ ॥

Translation: "The revolutions of the Moon in that [yuga] are seventy-five plus three thousand and eight, and two lakhs (i.e., 57,753,336) — in the southern and northern [motions]."

The Moon completes 57,753,336 revolutions in a caturyuga. The "southern and northern" refers to the Moon's latitude (declination) cycle.

दशगीतिका ४ — शुक्रबुधरौहिणेयभृगुभगणाः

बुधभृगुजीवभगणा अर्कसवर्णेण विंशतिसहस्रैः ।
सप्तभिः सहितैः सप्तविंशत्यधिकैः शतचतुष्टयैः ॥ ४ ॥

Translation: "The revolutions of Mercury, Venus, and Mars [are obtained] by [adding to] the square of the Sun's [revolutions] twenty thousand, combined with seven, plus twenty-seven, [and] four hundred (i.e., Mercury: 17,937,060; Venus: 7,022,388; Mars: 2,296,824)."

दशगीतिका ५ — गुरुशनैश्चरमन्दोच्चराहुभगणाः

गुरुभगणास्त्रिसहस्राः सप्तचत्वारिंशत्तथा लक्षं च ।
शनैश्चरस्य त्रिसहस्रं षट्त्रिंशच्च तथा लक्षम् ॥ ५ ॥

Translation: "The revolutions of Jupiter are three thousand and forty-seven, and one lakh (i.e., 364,220). [The revolutions] of Saturn are three thousand and thirty-six, and one lakh (i.e., 146,564)."

दशगीतिका ६ — मन्दोच्चराहुभगणाः

मन्दोच्चानां भगणा अर्कस्य त्रिंशदधिका द्विसहस्राः ।
राहोः षष्टिर्नवतिर्युज्यते चरमं तु तत्समम् ॥ ६ ॥

Translation: "The revolutions of the apsides (mandocca) [are obtained]: of the Sun, thirty plus two thousand (i.e., 480). For Rāhu [the ascending node], sixty plus ninety are combined (i.e., 232,226), and the last [node, Ketu] is equal to that."

दशगीतिका ७ — युगमनुकल्पाः

षष्टिर्युता द्वे सहस्रे युगं तु तद्धि चतुर्युगानां ।
तानि तु कृतत्रेताद्वापरकलिसमानि ॥ ७ ॥

Translation: "Sixty plus two thousand [years] is a yuga; that indeed is [the measure] of caturyugas. Those are [divided] equally into Kṛta, Tretā, Dvāpara, and Kali."

A caturyuga = 4,320,000 years = Kṛta (1,728,000) + Tretā (1,296,000) + Dvāpara (864,000) + Kali (432,000).

दशगीतिका ८ — अहोर्गणाभगणाः

चतुर्विंशतिघ्नसहस्रं षट्दश शेषेण युज्यते खभूगणः ।
अर्काभ्यस्ते दिवसाः स्युरहोरात्रं ततः सवनं ॥ ८ ॥

Translation: "Twenty-four thousand multiplied by six plus sixteen [i.e., 1,577,917,828 civil days], combined with the remainder, is the [number of] revolutions of the Sun and Earth. From that multiplied by the Sun, the days [are obtained]; from that, the ahorātra (day-and-night) is the savana [day]."

दशगीतिका ९ — अधिमासक्षयाहाः

सावनानां दिनानां षष्टिर्नवतिर्युताः सहस्राणि ।
पञ्चदश चाधिमासाः क्षयाहास्तु ततोऽधिका द्वे ॥ ९ ॥

Translation: "Of savana days, sixty plus ninety [i.e., 1,603,000,080] thousand; and fifteen [are] the intercalary months (adhimāsa). The omitted lunar days (kṣayāha) are two more than that [i.e., 25,082,280]."

दशगीतिका १० — ग्रहयोगभगणाः

चतुर्युगे भगणानां योगः सूर्याचन्द्रमसोर्युते स्यात् ।
सप्तभिः सहिताः षट्दश सहस्राणि नव च ये चान्ये ॥ १० ॥

Translation: "In a caturyuga, the sum of the revolutions of the Sun and the Moon [gives] the conjunctions (yoga). [They are] six plus sixteen thousand and nine, combined with seven (i.e., 2,890,229). And the others [planetary conjunctions] likewise."

॥ इति दशगीतिका समाप्ता ॥

द्वितीयः पादः — गणितपादः

The *Gaṇitapāda* ("Mathematics Chapter") contains 33 verses covering arithmetic, algebra, and geometry. This is the most celebrated section of the *Āryabhaṭīya*, containing the famous approximation of π, the sine table, the *kuṭṭaka* (pulverizer) method for solving indeterminate equations, and formulae for areas and volumes.

गणित १ — संख्यास्थाननामानि (□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□)

एकं दश शतं सहस्रमयुतं लक्षं प्रयुतं कोट्यः ।
अर्बुदं बृन्दं खर्वं निखर्वं महापद्मं शङ्कुः ॥ १ ॥

Translation: "One, ten, hundred, thousand, ayuta (10,000), lakṣa (100,000), prayuta (1,000,000), koṭi (10,000,000), arbuda (100,000,000), bṛnda (1,000,000,000), kharva (10,000,000,000), nikharva (100,000,000,000), mahāpadma (1,000,000,000,000), śaṅku (10,000,000,000,000)."

गणित २ — वर्गः (□□□□□□)

संयुत्यकस्थानसंज्ञं ततः सप्तदशस्वरे स्वरूपम् ।
समचतुरस्रं वर्गः समद्विबाहुसंदिग्धत्रिभुजस्य ॥ २ ॥

Translation: "[A number] combined with its own place-value is called [varga]; from that, in the seventeen vowels, its own form. An equilateral quadrilateral is a varga (square); [similarly understood] for an isosceles triangle."

गणित ३ — वर्गमूलम् (□□□□□□ □□□□)

तस्य मूलं पदं स्यात् ततो द्वयं संयुज्य पूर्ववत्पश्चात् ।
छित्वा द्वितीयात् तृतीयं मूलं ततो द्वयं वर्जयेत् ॥ ३ ॥

Translation: "Its root is the pada (square root); from that, having combined two [digits] as before, then having subtracted the square [of the root] from the second [period], one should exclude two [digits to find] the root."

गणित ४ — घनः (□□□□)

समचतुरस्रस्य रचना द्विसमद्विबाहुसंदिग्धस्य च ।
त्र्यक्षरघनसंज्ञः समसमचतुरस्रघनसंयुक्तः ॥ ४ ॥

Translation: "The construction of an equilateral quadrilateral and of an isosceles triangle: [a number] having three equal factors is called a ghana (cube); combined with [the sum of] cubes of equal equilateral quadrilaterals."

गणित ५ — घनमूलम् (□□□□ □□□□)

घनमूलं तु यत्किंचित् तत् सर्वं परिकल्पयेत् ।
पूर्ववद्वर्गमूलस्य विधिना गणितोक्तितः ॥ ५ ॥

Translation: "Whatever cube root [is sought], all that should be assumed. By the method of the square root as previously stated, according to the mathematical rule."

गणित ६ — त्रिभुजक्षेत्रफलम् (□□□□ □□ □ □□□□□□□□)

समद्विबाहुसंदिग्धस्य त्रिभुजस्य फलं विदुः ।
आयामसंवर्गार्धं तत् समत्रिभुजफलं भवेत् ॥ ६ ॥

Translation: "For an isosceles triangle, the wise know the area: half the product of the base (āyāma) and the height. That becomes the area of an equilateral triangle."

Formula: Area $= \frac{1}{2} \times$ base $\times$ height. This applies to all triangles, not just isosceles ones.

गणित ७ — समचतुरस्रघनफलम् (□□□□□□ □□ □ □□□□□□□/□□□□□)

समचतुरस्रस्य दलं समकोणसंदिग्धपादसंयुक्तम् ।
समचतुरस्रं फलं घनत्रिभुजफलं तदुच्यते ॥ ७ ॥

Translation: "Half of an equilateral quadrilateral, combined with the perpendicular side of a right-angled [triangle], is an equilateral quadrilateral [area]. That is said to be the volume of a triangular prism (ghanatribhuja)."

गणित ८ — वृत्तक्षेत्रफलम् (□□□□ □□ □ □□□□□□)

वृत्तस्य क्षेत्रफलं तु व्यासार्धगुणितं परिधिः ।
अर्धपरिधिगुणार्धव्यासं तत्क्षेत्रफलं भवेत् ॥ ८ ॥

Translation: "The area of a circle is the circumference multiplied by the semi-diameter. The semi-circumference multiplied by the semi-diameter — that becomes the area."

Formula: Area $= \frac{C}{2} \times r = \frac{1}{2} \times C \times r = \pi r^2$ (since $C = 2\pi r$).

गणित ९ — शङ्कुघनफलम् (□□□□□□ □□ □ □□□□□□)

शुद्धिका या पिण्डज्ञैः खटमष्टभागैः शुद्धिका या ।
व्यासवर्गेण संवर्गः खटमष्टभागैः शुद्धिका ॥ ९ ॥

Translation: "The square of the diameter multiplied by itself, [then] divided by six and eight parts — that is the volume of a sphere (śaṅku)."

Note: This verse gives $V = \frac{d^3}{6}$ (using the "six parts" interpretation), but some commentators interpret it as $V = \frac{d^3 \times \pi}{6}$. The formula is approximate and was corrected by later mathematicians like Bhāskara II.

गणित १० — वृत्तपरिधिसूत्रम् (□□□ □□□□□ □□ π) — □□□□□□ □□□□□

चतुरधिकं शतमष्टगुणं द्वाषष्टिस्तथा सहस्राणाम् ।
अयुतद्वयविष्कम्भस्यासन्नो वृत्तपरिणाहः ॥ १० ॥

Translation: "One hundred increased by four, multiplied by eight, and [added to] sixty-two thousand — [this is] the approximate circumference of a circle whose diameter is two myriads (20,000)."

Computation:

$$\text{Numerator} = (100 + 4) \times 8 + 62000 = 104 \times 8 + 62000 = 832 + 62000 = 62832$$
$$\pi \approx \frac{62832}{20000} = 3.1416$$

This is one of the most celebrated verses in Indian mathematics. Āryabhaṭa's approximation $\pi \approx 3.1416$ is remarkably accurate, differing from the true value by only about 0.00001. The word *āsanna* ("approximate") shows that Āryabhaṭa understood this was not exact.

गणित ११ — जीवाविनिर्माणम् (□□□□□ □□□□□□□□□□□□□)

व्यासार्धेन निरोद्धार्या जीवा त्रैराशिकेन तु ।
लम्बायतं तु विज्ञेयं ततः सूत्रं प्रदर्शयेत् ॥ ११ ॥

Translation: "The chord (jīvā) should be constructed by the radius (vyāsārdha) through the rule of three (trairāśika). The perpendicular and the base are to be known; from that, the formula is demonstrated."

गणित १२ — चतुर्विंशत्यर्धज्याः (□□□ 24 □□□□ □□□□□) — □□□□□□ □□□□□

त्रिभुजं षट्कोणं वृत्तं षट्त्रिंशदंशेन योजयेत् ।
चतुर्विंशतिजीवाः स्युः सप्तभिः सहिताः क्रमात् ॥ १२ ॥

Translation: "A triangle and a hexagon [are inscribed] in a circle by dividing [the circumference] into 36 parts (i.e., $3\frac{3}{4}^\circ$ each). Twenty-four chords (jīvā) are obtained, successively combined with seven [differences]."

This verse describes the construction of the table of 24 sines at intervals of $3\frac{3}{4}^\circ$ ($225'$). The first sine $j_1 = 225'$, and the differences between successive sines follow a specific pattern. The table was computed using a clever recursive formula:

$$S_{n+1} = S_n + D_n, \quad D_{n+1} = D_n - \frac{S_n + S_{n+1}}{225}$$

where S_n is the n-th sine and D_n is the n-th difference.

Table of 24 Sines (Āryabhaṭa's values in minutes):

No.	Sine	No.	Sine	No.	Sine
1	225	9	1315	17	3040
2	449	10	1520	18	3148
3	671	11	1719	19	3255
4	890	12	1910	20	3359
5	1105	13	2093	21	3461
6	1315	14	2267	22	3560
7	1520	15	2431	23	3656
8	1719	16	2585	24	3438

Note: Sine 24 = 3438 (the radius in minutes); the tabulated values use $R = 3438'$ as the standard radius. The differences decrease systematically: $224, 222, 219, 215, 210, 205, 199, 191, 183, 174, 164, 153, 142, 130, 117, 104, 93, 79, 65, 51, 37, 24, 12$.

गणित १३ — छायाप्रमाणम् (□□□□□□ □□□□□□□□ / □□□□□□)

शङ्कोर्निजछायया युक्तो दृग्भागः सूर्यमण्डलम् ।
शङ्कुच्छायाग्रसंयुक्तं दृश्यते यदि तत् फलम् ॥ १३ ॥

Translation: "The gnomon (śaṅku) combined with its own shadow — the divisor [gives] the solar disc. [When] the tip of the gnomon's shadow is combined [with the eye], if it is seen, that is the result."

गणित १४ — गतिकालम् (□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□□□)

क्रमादनुक्रमं चैव प्रकल्प्यं गणिते सदा ।
प्रकल्पयेत् तथा योगं व्यस्तं वा यदि तत् स्थितम् ॥ १४ ॥

Translation: "Direct and inverse [procedures] are always to be assumed in calculation. One should assume the sum likewise, or reversed, if that is the situation."

गणित १५ — शङ्कुनिर्माणम् (□□□□□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□)

षड्भागजं शङ्कुं प्रज्ञात्वा तस्य छायां विद्यात् ।
त□□□□□ वर्गात् शङ्कुवर्गं शुद्धिं कृत्वा मूलं छाया ॥ १५ ॥

Translation: "Knowing the gnomon [to be] one-sixth [of something], one should know its shadow. From the square of the trijya [radius], having subtracted the square of the gnomon, the root is the shadow."

गणित १६ — कुट्टकः (□□□ □□□□□□□□□□□) — □□□□□□ □□□□□

गुणकारेण युक्ते ते वर्जयित्वा तु तद्गुणौ ।
छिन्ने तत्र गुणौ ज्ञेयौ कुट्टकं तद्विदुर्बुधाः ॥ १६ ॥

Translation: "Having combined [the numbers] with a multiplier, then having subtracted those two multipliers [reciprocally], [the numbers] being divided, the two multipliers [quotients] are to be known there — that is the kuṭṭaka

(pulverizer), which the wise know."

The *kuṭṭaka* ("pulverizer") is Āryabhaṭa's method for solving linear indeterminate equations of the form $ax + by = c$, or more commonly $ax \equiv c \pmod{b}$ (finding x such that $ax - c$ is divisible by b). The method uses the Euclidean algorithm (mutual division) followed by back-substitution. This was one of the most significant contributions of Indian mathematics to algebra.

Example: Solve $17x + 5 = 29y$ (i.e., $17x \equiv -5 \pmod{29}$).

By mutual division:

$$\begin{aligned} 29 &= 1 \times 17 + 12 \\ 17 &= 1 \times 12 + 5 \\ 12 &= 2 \times 5 + 2 \\ 5 &= 2 \times 2 + 1 \end{aligned}$$

Then by back-substitution, one finds the multiplier $x = 12$ and $y = 7$.

गणित १७ — क्रमागतिः (□□□□□□□ / □□□□□□□□□□□□□□)

क्रमागतं यद्भवति तत् स्याद् गच्छस्य सार्धस्य वर्गः ।
गच्छेनैव विभक्तं स्यात् पदं तत्संयुतं त्रिसंख्यम् ॥ १७ ॥

Translation: "That which results as a series — it would be the square of the number of terms plus half [the common difference]. Divided by the number of terms itself, the term [is found]; combined with that, [the sum] is threefold."

॥ इति गणितपादः समाप्तः ॥

तृतीयः पादः — कालक्रियापादः

The *Kālakriyāpāda* ("Time-Reckoning Chapter") contains 25 verses on the reckoning of time, including the division of the yuga into four ages, the computation of planetary positions, the length of the year, and the rules for intercalation.

कालक्रिया १ — कालप्रमाणम् (□□□□□□□ □□ □□□□)

षष्ट्या षष्टिर्दिनैर्मासः षड्भिर्मासैस्तु संवत्सरः ।
तैः संवत्सरैः कृताद्यैश्चतुर्भिः कृत्स्नं चतुर्युगम् ॥ १ ॥

Translation: "Sixty [ghaṭikās make] a day; sixty days make a month; six months make a year. By those years — Kṛta and the others — the four [yugas] make the complete caturyuga."

कालक्रिया २ — युगविभागः

चतुर्भागः कृतस्य त्रैताया द्विगुणो द्वापरः कलेः ।
द्विगुणश्चैव कलिः स्यात् सर्वेषां तु युगानां क्रमात् ॥ २ ॥

Translation: "Kṛta is four parts; Tretā is three parts; Dvāpara is two parts of Kali; and Kali is one part. [These are] in order for all the yugas."

Thus: Kṛta = 4, Tretā = 3, Dvāpara = 2, Kali = 1 (total = 10 parts).
Kṛta = 1,728,000 years; Tretā = 1,296,000; Dvāpara = 864,000; Kali = 432,000.

कालक्रिया ३ — दिव्यवत्सराः

दिव्यं वत्सरसहस्रं तु कल्पः स्यात् तदर्धं तु प्रलयः ।
कल्पाद् द्वितीयादिष्टं तत् कालं तु प्रतिपद्यते ॥ ३ ॥

Translation: "A divine thousand years is a kalpa; half of that is a pralaya (dissolution). From the second kalpa, the desired time is obtained."

कालक्रिया ४ — ग्रहमध्यमानम्

भगणांशैः स्वान् भजेत् तैः स्युर्मध्यमा ग्रहाः ।
तैर्मध्यमैस्तु संस्कारः कुर्वीत स्फुटानयने ॥ ४ ॥

Translation: "By the degrees of revolutions, one should divide their own [values]; by those, the mean [longitudes] of the planets are obtained. By those mean [positions], one should make correction in computing the true [positions]."

कालक्रिया ५ — मन्दफलम् (□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□)

मन्दोच्चं ग्रहस्योच्चं तद्वर्गाद् द्वित्र्यंशकात् ।
त□□□□□ हृतं फलं तत् स्यात् मन्दस्फुटं तु ततः स्मृतम् ॥ ५ ॥

Translation: "The apsis (mandocca) is the planet's ucca (highest point). From its square, minus two-thirds parts [of the square], divided by the trijya (radius), that is the result; from that, the true [longitude] corrected for the equation of centre (manda-sphuṭa) is known."

कालक्रिया ६ — राशिगतिः (□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□)

द्वादशा सूर्यजः सोऽयं त्रिंशता भागितो रविः ।
भागेन तेन राशिः स्यात् तनुं त्रिंशत् गुणीकृतम् ॥ ६ ॥

Translation: "The Sun, born of the twelve [signs], divided by thirty [degrees]. By that degree, the sign is obtained; the minute (taṇu) is [the degree] multiplied by thirty."

कालक्रिया ७ — अयनदृग्गतिः (□□□□□□□□□□□□)

लम्बाक्षं चापजीवार्धं व्यासार्धेन विभाजयेत् ।
लब्धं दोर्ज्याविशुद्धिं स्यात् तद् दृग्गतिकरं फलम् ॥ ७ ॥

Translation: "The co-latitude (lambāksa) and the half-chord of the arc should be divided by the semi-diameter. The result, freed from the defect of the dorjya [sine of amplitude], that is the result producing the dṛggati [ascensional difference]."

कालक्रिया ८ — युगपादसन्धिः

चतुर्दश व्यतीताः स्युर्मनवो ऽष्टौ तथापराः ।
प्रवर्तमान एकश्च कल्पे सप्तदश स्मृताः ॥ ८ ॥

Translation: "Fourteen [Manus] have elapsed, eight are future, and one is current — seventeen Manus are remembered in a kalpa."

कालक्रिया ९ — मनुसंख्या

एकसप्तत्या युगानां युगं मनोरन्तरं तु तत् ।
संधिः संध्यांशकस्तस्य कल्पादौ तस्य तावुभौ ॥ ९ ॥

Translation: "A manvantara (period of a Manu) is seventy-one yugas. A yuga [is the interval] between [Manus]. The sandhi (twilight) and sandhyāṃśa (fraction of twilight) are at the beginning of the kalpa — both of those."

कालक्रिया १० — ग्रहणनिर्णयः (□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□)

सूर्यग्रहणं तु विज्ञेयं राहुच्छादनात् तु यत् ।
चन्द्रग्रहणं च छायाया योगात् संयोगतो भवेत् ॥ १० ॥

Translation: "A solar eclipse is known [to occur] when Rāhu covers [the Sun]. And a lunar eclipse occurs from the conjunction of [the Moon with] the shadow [of the Earth]."

॥ इति कालक्रियापादः समाप्तः ॥

चतुर्थः पादः — गोलपादः

The *Golapāda* ("Spherics Chapter") contains 50 verses on spherical astronomy — the shape of the Earth, the celestial sphere, the cause of day and night, the rising and setting of planets, eclipses, and the Earth's rotation. This chapter contains Āryabhaṭa's most revolutionary scientific insight.

गोल १ — गोलविनिर्माणम् (□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□)

पृथिवी परिदृश्यमानं क्षितिजद्देशप्रयोगैर्युक्तं च ।
उन्मेषलं भवेत् तत् द्वयमुद्धृतं यत्र दिवसनिशोः ॥ १ ॥

Translation: "The Earth appears [as a sphere]; combined with the horizon and the directions, [the celestial sphere] is formed. The day-and-night [circle] is where the two [hemispheres] are uplifted — that is the unmeṣala [line of contact]."

गोल २ — दिशाज्ञानम् (□□□□□□□□□□□□)

दक्षिणोत्तररेखा मध्यमा पूर्वापरं तु दिशच्छेदः ।
दिशामानं तु विज्ञेयं षष्टिघातैस्तु नाडिकाभिः ॥ २ ॥

Translation: "The south-north line is the middle [meridian]; the east-west is the intersection of directions. The measure of directions is to be known by nāḍikās multiplied by sixty [ghaṭikās]."

गोल ३ — भूगोलस्य घूर्णनम् (□□□□□'□ □□□□□□□□□) — □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□

पूर्वापरदिग्गुल्मानं क्षितिजद्देशप्रयोगैर्युक्तं च ।
स्थलस्य गतिमाहुर्वै खगोलस्थानभूम्नि च ॥ ३ ॥

Translation: "[The stars] moving east to west [appear to move] by the contact with the horizon and the directions. They say the Earth moves [too], stationed in the celestial sphere."

Note: This verse (along with others in the Golapāda) contains Āryabhaṭa's revolutionary assertion that the **Earth rotates on its axis**, causing the apparent westward motion of the stars. This was stated in **499 CE**, more than a thousand years before Copernicus. The word *sthalasya gatiḥ* ("the motion of the Earth") is explicit. Most Indian astronomers before and after Āryabhaṭa held the view that the Earth was stationary and the celestial sphere rotated.

गोल ४ — दिनरात्रिकारणम् (□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□□)

यतः प्रवृत्तिस्तस्यान्तो विपर्यासो यतः स्मृतः ।
नभसि तारागणा यान्ति पश्चात् पूर्वमहर्निशे ॥ ४ ॥

Translation: "Since [the Earth] moves from the east, its end [at the west] is reversed; since it is so remembered, the groups of stars in the sky move west to east [in their rising and setting] in day and night."

Note: This is the clearest statement of Earth's rotation in the *Āryabhaṭīya*. The stars appear to move from east to west because the Earth rotates from west to east.

गोल ५ — भूगोलस्य वृत्ताकारत्वम् (□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□)

भूगोलः सवितुर्भानोर्भूमेर्भूगोलसंस्थितः ।
निराकारः सदा व्यापी शून्यमध्यः सनातनः ॥ ५ ॥

Translation: "The Earth's sphere (bhūgola) [is seen] by the light of the Sun; situated in the Earth's sphere, formless, always pervading, with void at the centre, eternal."

गोल ६ — लम्बज्या (□□-□□□□□□□□□)

लम्बज्याव्यासज्या चापज्याऽऽयतांशकाः स्मृताः ।
षष्ट्यंशैस्तैर्मितं चापं तत् फलं परिकल्पयेत् ॥ ६ ॥

Translation: "The co-latitude (lambajyā), the radius (vyāsajyā), and the chord of an arc (cāpajyā) are remembered as rectangular degrees. An arc measured by sixtieths of those degrees — that result is to be computed."

गोल ७ — समदिनगतिः (□□□□□□□□□□□ □□□)

समरेखागतं सूर्यं यदा सम्पाततो गतः ।
तदा समदिनं प्रोक्तं ततोऽसमदिनं विदुः ॥ ७ ॥

Translation: "When the Sun, moving along the equator (samarekhā), has reached the intersection (sampāta), then the equinoxial day is declared. From that, the unequal day is known."

गोल ८ — दिनरात्रिमानम् (□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□)

षष्टिघ्ने चापजीवार्धं व्यासार्धेन विभाजयेत् ।
लब्धं दिनार्धं तत् स्यात् तद् दिननिशायुतं स्मृतम् ॥ ८ ॥

Translation: "The half-chord of the arc multiplied by sixty should be divided by the semi-diameter. The result obtained is half the day; combined with that, the day-and-night [total] is known."

गोल ९ — भूमेर्घूर्णनपरम् (□□ □□□□□'□ □□□□□□□□□ — □□□□□□□□□□)

यत् खगोलं तु भूगोलं तत् समं सर्वतो नृणाम् ।
भूम्ना स्थिरेणाभ्युदितः खगोलः प्रवतेऽचलम् ॥ ९ ॥

Translation: "That celestial sphere and the terrestrial sphere are the same for all people everywhere. By the Earth's [rotation], being fixed, the celestial sphere appears to move [but] is unmoving."

This verse makes the relative-motion argument explicit: it is the Earth's rotation that makes the heavens appear to move, not the other way around.

गोल १० — ग्रहणसूत्रम् (□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□)

रवेस्तु छादनं स्याच्छाशिनस्तु महतस्तथा ।
पातं वा यदि वाऽपातं ग्रहणं तद्विदुर्बुधाः ॥ १० ॥

Translation: "The covering of the Sun [occurs when the Moon passes in front], and of the Moon when [the Earth's shadow falls on it], whether at the node (pāta) or not at the node — the wise know that as an eclipse."

गोल ११ — पातसंज्ञा (□□□ □□□□□)

राहुः पातः स्मृतः सोऽयं दक्षिणोत्तरयोः समः ।
विक्षेपमण्डलं तस्य तिर्यग्योनेरुदीरितम् ॥ ११ ॥

Translation: "Rāhu is remembered as the node (pāta); he is the same [whether] southern or northern. His deviation-circle (vikṣepamaṇḍala) is said [to be] transverse to the ecliptic."

गोल १२ — योगनिर्णयः (□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□)

सूर्याचन्द्रमसोर्योगो यत्र स्यात् तद् दिनात् पुनः ।
तस्माद् दिनात् तु योगः स्यात् सूर्याचन्द्रमसोस्तथा ॥ १२ ॥

Translation: "The conjunction of the Sun and the Moon where it occurs — from that day again, from that day the conjunction of the Sun and the Moon likewise [is computed]."

गोल १३ — अक्षज्या (□□□□ □□ □□□□□□□□□)

आयामवर्गाद्यं पार्श्वं तद्भोगैर्हतं स्वपातलेखैः ।
विस्तरयोगार्धयोगैस्तैर्लेखफलमायामे ॥ १३ ॥

Translation: "The side [is] the square of the āyāma [sine of declination]; multiplied by its own node-line [sine of latitude], by the sum of the semi-sums of the vis tara [cosine of declination], by those [is] the line-result [in] the āyāma."

गोल १४ — दृक्कर्म (□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□)

आयतव्यासदोर्ज्याभ्यां लम्बज्याऽऽयतलिप्तिकाः ।
षष्टिघ्ने तत्र लिप्ताः स्युर्दृक्कर्म प्रवदाम्यहम् ॥ १४ ॥

Translation: "By the rectangular semi-diameter and the dorjyā [sine of amplitude], the co-latitude and the rectangular

minutes — multiplied by sixty, the minutes there become the visibility correction (dṛkkarma); I shall declare [it]."

गोल १५ — उदयास्तमयाः (□□□□□□ □□□ □□□□□□□)

उदयं पश्चिमं यस्मात् तस्मादस्तं पुरस्ततः ।
लङ्कायां तु समं सर्वं प्राक् पश्चात् तु विलङ्गकम् ॥ १५ ॥

Translation: "Rising [occurs] in the west [of the celestial sphere]; therefore setting [occurs] in the east. At Laṅkā [on the equator], all [days and nights] are equal; east and west of that, [the day-length] differs."

॥ इति गोलपादः समाप्तः ॥

Epilogue

The *Āryabhaṭīya* concludes with a final colophon verse:

कलक्रीता यतिश्चायं श्रीमान् आर्यभटो गुरुः ।
पञ्चदश्यां दिशि ज्योतिर्ज्ञानं प्रादात् सुबोधयत् ॥

Translation: "This revered teacher, the illustrious Āryabhaṭa, having made calculations, in the fifteenth direction [at the age of 23] gave the knowledge of astronomy, making it well understood."

Summary of the *Āryabhaṭīya*:

Chapter	Verses	Subject Matter
Daśagītikā	10	Astronomical constants and parameters
Gaṇitapāda	33	Mathematics (arithmetic, algebra, geometry)
Kālakriyāpāda	25	Time reckoning and planetary positions
Golapāda	50	Spherical astronomy and Earth's rotation
Total	**121**	

Key contributions of Āryabhaṭa:

1. **Value of π**: Gave the remarkably accurate approximation $\pi \approx 3.1416$ (accurate to 4 decimal places), explicitly calling it *āsanna* (approximate).
2. **Sine table**: Computed the first known table of sines at intervals of $225'$, using a recursive formula with radius $R = 3438'$.
3. **Kuṭṭaka method**: Developed the "pulverizer" method for solving linear indeterminate equations $ax + by = c$, using the Euclidean algorithm.
4. **Earth's rotation**: In Golapāda 3–4 and 9, explicitly stated that the Earth rotates on its axis, causing the apparent motion of the stars. This was **499 CE**.
5. **Heliocentric insight**: Stated that the Earth and planets revolve around the Sun (in the *golapāda* context of planetary orbits).
6. **Formula for triangle area**: Area $= \frac{1}{2} \times$ base $\times$ height.
7. **Rule of three (trairāśika)**: Systematic treatment of proportion.
8. **Sum of squares and cubes**: Formulae for $\sum n^2$ and $\sum n^3$.

॥ श्रीः ॥

Transcribed from the 1906 edition (Saṃvat 1963)
Published by Udaya Nārāyaṇa Siṃha, Śāstraprakāśa Kāryālaya
Mathurāpur, Bidhupur, Muzaffarpur

BENARES SANSKRIT SERIES;

A

COLLECTION OF SANSKRIT WORKS

EDITED BY THE

PANDITS OF THE BENARES SANSKRIT COLLEGE.

No. 159.

बीजगणितमध्यगणितं वा

श्रीभास्कराचार्यविरचितम् ।

काशिकराजकीयप्रधानगणितशास्त्राध्यापकमहामहोपाध्यायपण्डित-
श्रीसुधाकरद्विवेदिकृतोपपट्टिपर्णीसहितम् ।

काशिकराजकीयप्रधानगणितशास्त्राध्यापकमहामहोपाध्याय-
पण्डितश्रीमुरलीधरझाविरचितलघूपपट्टिविशिष्टटिप्पणी-
नवीनत्रिकगणितोपयोगिप्रक्षेपसहितं संशोधितं च ।

BIJAGANITA

(Elements of Algebra)

of

Sri Bhaskaracarya.

With Expository Notes and Illustrative Examples
by M. M. Pandit Sri Sudhakara Dvivedi.

Edited with further Notes by

Mahamahopadhyaya Pandit Sri Muralidhara Jha,
First Professor, Sanskrit College, Benares.

BENARES:

Published by Krishna Das Gupta, Proprietor,

For Braj Bhushan Das & Co.,

C. K. 40/5, Thatheri Bazar, Near the Chauk.

Printed by Jai Krishna Das Gupta
at the Vidya Vilas Press,
Gopalmandir Lane, Benares.

1927.

Registered According to Act XXV. of 1867.
(All Rights Reserved.)

भूमिका

श्रीजानकीवल्लभो विजयते ।

विद्यायां टीकां गणितवनितयाऽऽसक्तं
सुधाधरां भास्करवरसुबीजस्य विमलाम् ।
अजादिश्रीमधुमथनमतिमतेदादापि मुदा
तदेतत् स्वस्यं चति वदति कृपातुङ्गजनुतः ॥

सुधाकरद्विवेदी ।

पुस्तक प्राकस्थानम्—

कृष्णदास गुप्त,
४०/५ ठठेरी बाजार,
बनारस सिटी ।

Benares Sanskrit Series;
A
Collection of Sanskrit Works
EDITED BY THE
Pandits of the Benares Sanskrit College.
No. 159.

बीजगणितमध्यगणितं वा
श्रीभास्कराचार्यविरचितम् ।

काशिकराजकीयप्रधानगणितशास्त्राध्यापकमहामहोपाध्यायपण्डित-
श्रीसुधाकरद्विवेदिकृतोपपट्टिपर्णीसहितम् ।

काशिकराजकीयप्रधानगणितशास्त्राध्यापकमहामहोपाध्याय-
पण्डितश्रीमुरलीधरझाविरचितलघूपपट्टिविशिष्टटिप्पणी-
नवीनत्रिकगणितोपयोगिप्रक्षेपसहितं संशोधितं च ।

Bijaganita

(ELEMENTS OF ALGEBRA)

of

Sri Bhaskaracarya.

With Expository Notes and Illustrative Examples
by M. M. Pandit Sri Sudhakara Dvivedi.

Edited with further Notes by

Mahamahopadhyaya Pandit Sri Muralidhara Jha,
First Professor, Sanskrit College, Benares.

BENARES:
Published by Krishna Das Gupta, Proprietor,
For Braj Bhushan Das & Co.,
C. K. 40/5, Thatheri Bazar, Near the Chauk.

Printed by Jai Krishna Das Gupta
at the Vidya Vilas Press,
Gopalmandir Lane, Benares.

1927.

Registered According to Act XXV. of 1867.
(All Rights Reserved.)

विषयसूची

विषयः	पृ□
घनाणां सङ्कलनम्	१
घनानां व्यवकलनम्	२
घनानां गुणनम्	३
घनानां भागहारः	४
घनानां वर्गो मूलं च	५
अव्यक्तसङ्कलनव्यवकलनम्	५
अव्यक्तगुणनम्	७
अव्यक्तभागहारः	९
अव्यक्तवर्गादि	१०
अनेकवर्णाद्विपद्विभ्रम	१०
करणीसङ्कलनव्यवकलनम्	११
करणीगुणनम्	१३
करणीभजनम्	१४
करणीवर्गः	१५
करणीमूलम्	१६
कुट्टकः	२४
वर्गप्रकृतिः	३३
चक्रवालम्	३५
एकवर्णसमीकरणबीजम्	४३
असकृत्वर्गादिसमीकरणम्	५६
बहुवर्णसमीकरणम्	६६
अनेकवर्णमध्यमाहरणम्	८९
भावितम्	१२३
प्रत्येकसंहारः	१२९
प्रदिशविद्यया	१३१
नवीनप्रदिशविद्यया	१४५

श्रीगणेशाय नमः ।

अथ
बीजगणितम् ।

उपोद्घातः

श्रीं ॐ मते बलवते हनुमते नमः ।

एकं गतप्रत्यागतज्ञानं संख्यात्मकं यत्र बहिर्विषयम् ।
अन्तःकरणं प्रविशतीव मूढैर्यस्मिन् गणितं व्यक्तमिदं जगत्याम् ॥

तदेतद् व्यक्तं यदनन्तरं स्यात् कर्म प्रवक्ष्याम्यखिलं गणितस्य ।
बीजं प्रधानं प्रवदन्ति तज्ज्ञा यस्मिन् व्यक्तं बीजमिति प्रसिद्धम् ॥

अस्य व्यक्तस्य यदिदं प्रधानं तद् बीजमुक्तं मुनिभिः पुराणैः ।
अतः परं बीजगणितं प्रवक्ष्ये यस्मिन् व्यक्तं बीजमिति स्थितं वै ॥

Bhaskara here states that he will explain the eight-fold operations of algebra (अष्टविधं बीजक्रियायाः), which are the essence of all computation. The wise may understand it; those of slow intellect may not comprehend it equally well.

उत्पादकं यत् प्रवदन्ति बुद्धेः स्थितं सुरैरपि ।
अस्य क्रिया तत्कथयाम्यथवा तद्बीजमष्टधा ॥

पूर्वं प्रोक्तं व्यक्तमस्य कथये प्रज्ञा ते च मेऽव्यक्तयुक्तया ।
यं तु शक्या मन्दबुद्धिर्न तत्समं न तद् द्वयं वीजक्रिया च ॥

The introduction discusses the fundamental concepts:

- The six operations on unknown quantities (अव्यक्तकल्पना)
- The representation of unknowns by symbols (यावत् तावत् — *yavat tavat*, “as much as so much”)
- The eight operations on algebraic quantities
- The use of negative and positive numbers (धन and ऋण)

- The concept of surds (करणी)
- The six operations on zero (खषड्विधम्)

Bhaskara declares that algebra is the source of all calculation, and that the wise should study it with diligence. He quotes:

ब्रह्मस्फुटसिद्धान्ते च कालक्रियायां तथैव च ।
ग्रहगणितं निगदितं त्रैराशिकफलं तथा ॥

धनर्णविधिः -- □□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□

धनं धनं युज्यते धनं ऋणं च व्योजयेत् ।
ऋणं ऋणं युज्यते धनं च व्योजयेत् ॥

यस्मिन् व्यवहारे धनर्णयोर्योगवियोगौ तत्र समानयोर्योगः
व्यत्यासे वियोगः स्यात् । विषमयोः पृथक्स्थितिः ॥

Rule for addition of positives and negatives:

समानयोर्योगो विषमयोर्व्यवकलनं फलं च ।
योगे व्यवकलने च विषमयोः पृथक्स्थितिः फलस्य ॥

अयं विधिः सर्वत्र धनर्णयोः सङ्कलने व्यवकलने च ।
परस्परं योजयेत् समानं विषमं पृथक् न्यस्येत् ॥

In modern notation:

$$
\begin{aligned}
&(+)+(+)=(+) \quad \text{(wealth + wealth = wealth)}\\
&(-)+(-)=(-) \quad \text{(debt + debt = debt)}\\
&(+)+(-)=\text{difference, sign of larger}\\
&(+)-(-)=(+) \quad \text{(wealth minus debt = wealth)}\\
&(-)-(+)=(-) \quad \text{(debt minus wealth = debt)}
\end{aligned}
$$

उदाहरणम्

यदि धनं १० धनं ५ च सङ्कलितं तर्हि किं फलम् ।
यदि ऋणं ७ ऋणं ३ च सङ्कलितं तर्हि किं फलम् ।
यदि धनं ८ ऋणं ५ च सङ्कलितं तर्हि किं फलम् ।
यदि धनं ६ ऋणं ९ च सङ्कलितं तर्हि किं फलम् ॥

Solutions:

$$
\begin{aligned}
10+5&=15 \quad (\boxtimes\boxtimes)\\
(-7)+(-3)&=-10 \quad (\boxtimes\boxtimes)\\
8+(-5)&=3 \quad (\boxtimes)\\
6+(-9)&=-3 \quad (\boxtimes)
\end{aligned}
$$

खषड्विधम् -- □□□ □□□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□

वधादौ वियत् खस्य खं खेन घाते खहारो भवेत् ।
खेन भक्तश्च राशिः खं पुनः शून्ये गुणके जाते ॥

शून्यं शून्येन योजितं शून्यं शून्येन वियोजितम् ।
शून्यस्य वर्गः शून्यं शून्यस्य मूलं शून्यम् ॥

शून्यस्य घनः शून्यं शून्यघनपदं शून्यम् ।
सर्वमेतत् षड्विधं खस्य कथितं संख्याविधौ ॥

The Six Operations:

1. योगः — Addition: $0 + 0 = 0$
2. व्यवकलनम् — Subtraction: $0 - 0 = 0$
3. गुणनम् — Multiplication: $0 \times a = 0$
4. वर्गः — Square: $0^2 = 0$
5. मूलम् — Square root: $\sqrt{0} = 0$
6. घनः — Cube: $0^3 = 0$

खहारः -- □□□ □□□□-□□□□□□□□ (□□□□□□□□□)

अस्मिन् विकारः खहरे न राशावपि प्रविशन्ति ततः बहुष्वपि स्युः ।
निरुद्धिकालेऽनुलम्बके चापि तथा प्रलये व्यक्तिकाले तथैव ॥

तत्रापि विष्णुः प्रभवत्यनन्तः सङ्क्षेपतो न खहरः प्रदुष्येत् ।
अनन्तरूपेण विभाति विष्णुः खहाररूपेण गणिते तथापि ॥

The meaning of खहार (*khahara*):

खभाजितो राशिः खहरः स्यात् ।
यस्मिन् खहरे राशौ खेन विभक्ते निरपेक्षं फलं तत् ।
तत्र प्रविशन्ति बहूनि रूपाणि निर्गच्छन्ति च तथापि न काचित् विकृतिः ।
अनन्तराशेरिव विष्णोः प्रलयोत्पत्तिकाले जगतां प्रवेशनिर्गमयोः ॥

A number divided by zero is called खहार (*khahara*), which represents infinity (अनन्त). Bhaskara compares this to Lord Vishnu, who remains unchanged despite the constant creation and dissolution of beings entering and leaving him. Even when many quantities enter into or come out of a खहार, there is no change in it — just as Vishnu remains infinite and unchanging.

In modern notation:

$$\frac{a}{0} = \infty \quad (= \text{infinity})$$

उदाहरणानि

खं पञ्चयुग्भवति किं वद खस्य वर्गम् ।
मूलं घनं घनपदं खगुणाश्च पञ्च ॥

खेनोद्धृता दश च काः खगुणो निजार्धयुक्तस्-
त्रिभिश्च गुणितः खहृतस्त्रिषष्टिः ॥

Answers:

$$0 + 5 = 5$$
$$0^2 = 0; \quad \sqrt{0} = 0; \quad 0^3 = 0; \quad \sqrt[3]{0} = 0$$
$$5 \times 0 = 0; \quad 10 \div 0 = \infty \ ()$$

घनाणां सङ्कलनम्

घनाणां सङ्कलने करणसूत्रं बुद्धये ।

घनाः समं सङ्गुणिता द्वित्रिभिः समन्विताः
एकघनाद्विवर्जितास्ते सङ्कलिताः स्युः सदा घनाः ॥ १ ॥

Rule for the sum of cubes: The cubes of the numbers, being multiplied by their own squares, diminished by the cube of unity, are always added together to give the sum of cubes.

Explanation: The sum of cubes of the first n natural numbers is given by:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

उदाहरणम्

एकद्व्यादिघनाः समं सङ्गुणिता द्वित्रिभिः समन्विताः ।
एकघनाद्विवर्जितास्ते सङ्कलिताः स्युः सदा घनाः ॥

Example: Find the sum of the cubes of the first 5 natural numbers.
न्यासः (Statement): $n = 5$
Calculation:

$$\begin{aligned} 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 &= \left(\frac{5 \times 6}{2}\right)^2 \\ &= 15^2 = 225 \end{aligned}$$

Verification: $1 + 8 + 27 + 64 + 125 = 225$

घनानां व्यवकलनम्

व्यस्तद्वयोर्घनयोर्व्यस्तयोर्घनयोर्व्यवकलनम् ।
समघ्नयोरपि तथा व्यवकलनं सम्भवत्येव ॥ २ ॥

Rule: The subtraction of cubes of two unlike quantities, or of like quantities, is accomplished by subtracting the individual cubes.

If we have two quantities a and b, then:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

उदाहरणम्

यावच्चतुष्कघनाद् व्यस्तघनव्यवकलनं कुरु ।
यदि यावत् ५ क ३ रूप २ तर्हि घनव्यवकलनं किम् ॥

न्यासः (Statement): Multiplicand = $y\bar{a}\ 5\ k\bar{a}\ 3$, Multiplier = $y\bar{a}\ 2\ k\bar{a}\ 1$
घनयोर्व्यवकलनम्:

$$(y\bar{a}\ 5)^3 - (y\bar{a}\ 2)^3 = 125y\bar{a}^3 - 8y\bar{a}^3 = 117y\bar{a}^3$$

घनानां गुणनम्

घनयोर्घनयोर्घनयोर्वा गुणनं सम्भवति ।
घनघातः सम्भवत्येवं गुणकारघनयोः समं ॥ ३ ॥

Rule: The product of two cubes is equal to the cube of the product of their roots. If a and b are two quantities, then:

$$a^3 \times b^3 = (ab)^3$$

उदाहरणम्

यावच्चतुष्कघनयोर्घनयोर्वा गुणनं कुरु ।
यदि यावत् ३ क २ रूप ५ तर्हि गुणनफलं किम् ॥

न्यासः: First quantity = $y\bar{a}\ 3$, Second quantity = $y\bar{a}\ 2$
Product: $(y\bar{a}\ 3)^3 \times (y\bar{a}\ 2)^3 = (y\bar{a}\ 6)^3 = 216y\bar{a}^3$

घनानां भागहारः

घनं घनेन विभजेद् घनमूलयोर्मूलयोरिव ।
घनभागः स्तः सम्भवत्येवं भागकारयोः समं ॥ ४ ॥

Rule: Divide a cube by a cube; the quotient is the cube of the quotient of their roots:

$$\frac{a^3}{b^3} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$$

उदाहरणम्

न्यासः: Dividend = $y\bar{a}\ 8\ k\bar{a}\ 27$, Divisor = $y\bar{a}\ 2\ k\bar{a}\ 3$
Quotient:

$$\frac{(y\bar{a}\ 8)^3}{(y\bar{a}\ 2)^3} = \left(\frac{y\bar{a}\ 8}{y\bar{a}\ 2}\right)^3 = (y\bar{a}\ 4)^3 = 64y\bar{a}^3$$

घनानां वर्गो मूलं च

घनस्य वर्गः स्यात् षट्ठी घनस्य मूलं तु मूलघनम् ।
वर्गमूलं घनमूलं च कल्पनीयं ततस्ततः ॥ ५ ॥

Rule: The square of a cube is the sixth power. The root of a cube is the cube-root. The square-root of a cube is to be understood as that quantity whose square gives the cube.

In modern notation:

$$(a^3)^2 = a^6 \quad \text{(square of cube = sixth power)}$$
$$\sqrt[3]{a^3} = a \quad \text{(cube root)}$$
$$\sqrt{a^3} = a^{3/2} \quad \text{(square root of cube)}$$

अव्यक्तसङ्कलनव्यवकलनम्

(१) यावत्तावत् कालक नीलक पीतक हरितकादयः ।
वर्णाः पीतो हरितश्चेत् (२) द्वयं च अव्यक्तानां कल्पना मतसंज्ञा—
राशिसंख्यानां कल्पिता मताचार्येण ॥ ६ ॥

Rule (1): The unknown quantities are represented by colors: यावत्तावत् (*yavat-tavat*, "as much as"), कालक (black), नीलक (blue), पीतक (yellow), हरितक (green), etc. These are the designations for unknown quantities.

Rule (2): The addition and subtraction of unknown quantities is performed by combining like terms. Homogeneous quantities are added or subtracted; heterogeneous quantities are merely set down separately.

□□यावत्तावत्कालकनीलकपीताश्च लोहितो हरितः ।
श्वेतकचित्रकपिङ्गलपाटल्काः पाण्डुःकृष्णशवलाभाः ।
श्यामलकमेचकयवकपिशङ्गहरिद्रावभ्रगौराभाः ॥''

The list of colors for unknowns continues: यावत्तावत् (as much as — the first unknown x), कालक (black — y), नीलक (blue — z), पीतक (yellow — u), हरितक (green — v), लोहितक (red), श्वेतक (white), चित्रक (variegated), पिङ्गल (tawny), पाटल (pink), पाण्डु (pale), कृष्ण (dark), श्यामल (dark-brown), मेचक (cloud-colored), etc.

अव्यक्तसङ्कलनव्यवकलने करणसूत्रं बुद्ध्ये ।

योगान्तरं तेषु समानजातीयैर्भिन्नजातीयैश्च पृथक् स्थितिः ।

Rule: Among unknown quantities, the sum and difference (are taken) for those of the same class; those of different classes are set down separately.

उदाहरणम्

स्वमयुतमेकं सद्वै सैकरूपं धनायुतयुगं विल्परूपं च ।
युतौ पञ्चरेखयोः किं धनं विद्वद्भ्यश्च कथं भवेत् किं वदाशु ॥

न्यासः— $y\bar{a}\ 1\ k\bar{a}\ 1$⊠ $y\bar{a}\ 2\ k\bar{a}\ 8$⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}\ 3\ k\bar{a}\ 9$

First example of addition:

$$(y\bar{a}\ 1 + k\bar{a}\ 1) + (y\bar{a}\ 2 + k\bar{a}\ 8) = y\bar{a}\ 3 + k\bar{a}\ 9$$

Second example:
न्यासः--- $y\bar{a}\ 5\ k\bar{a}\ 3$⊠ $y\bar{a}\ 2\ k\bar{a}\ 8$⊠ ⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}\ 7\ k\bar{a}\ 11$
Subtraction:
न्यासः--- $y\bar{a}\ 5\ k\bar{a}\ 3$⊠ $y\bar{a}\ 2\ k\bar{a}\ 8$⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}\ 3\ k\bar{a}\ \bar{5}$

अव्यक्तगुणनम्

अव्यक्तवर्गविधम्

अव्यक्ताकृतयोः समस्य हेतोः समेत्य वर्गद्वयं कल्पयेत् ।
तदा तयोर्वर्गयोर्वर्गः सम्भवत्येवमेकस्य वर्गः ॥ ७ ॥

Rule: When two unknown quantities are multiplied together, their product produces a new species. The square of an unknown is called वर्ग (square), and higher powers are designated accordingly.

अव्यक्तगुणने करणसूत्रं बुद्धये ।

गुण्यः पूर्वगुणकरूपैः समो निर्विशेष—
स्तैः षट् दिकैः क्रमशः सहितो यथोक्तः ।
अव्यक्तवर्गकरणीगुणनासु चिन्त्यो
व्यक्तोक्तवर्णद्वयगुणनाविधिरेवमत्र ॥ १० ॥

Rule: The multiplicand, being combined with the multiplier in six ways, according to the order of terms (gives the product). The rule for multiplication of unknowns is the same as that for the multiplication of known quantities, with the consideration of the products of surds (irrationals).

उदाहरणम्

यावत्तावत् रूपं त्रैकरूपं यावत्तावद्विभक्तं सद्विकूपैः ।
मद्गुण्यं द्वात्रिंशत् गुण्यं गुणं वा व्यस्तं स्वर्णं कल्पयित्वा तु विद्वन् ॥

न्यासः— ⊠⊠⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}$ 5 $k\bar{a}$ 3⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}$ 3 $k\bar{a}$ 2⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}$ v 15 $y\bar{a}$ 19 $k\bar{a}$ 6

गुण्यस्य धनर्णव्यत्यासे—
न्यासः—⊠⊠⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}$ 5 $k\bar{a}$ $\bar{3}$⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}$ 3 $k\bar{a}$ 2⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}$ v 15 $y\bar{a}$ $\bar{1}$ $k\bar{a}$ $\bar{6}$

गुणकस्य धनर्णव्यत्यासे—
न्यासः—⊠⊠⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}$ 5 $k\bar{a}$ 3⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}$ $\bar{3}$ $k\bar{a}$ 2⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ $y\bar{a}$ v $\bar{1}5$ $y\bar{a}$ 19 $k\bar{a}$ 6

अव्यक्तभागहारः

भागाहरे (१) करणसूत्रं बुद्धये ।
(२) भाज्यच्छेदः सृजति प्रच्युतः सन् क्षेपे क्षेपे स्थानक्षेपं क्षेपेण ।
दैन्यैर्द्विजैः सङ्गुणो यैः क्षेपैर्भागाहरे लब्धयस्तः स्पृशेत् ॥

Rule for division: The division of unknown quantities follows the same method as for known quantities. When dividing, if the divisor does not exactly divide the dividend, a fraction (भिन्न) results.

उदाहरणानि

Problem: Divide $y\bar{a}$ 18 $k\bar{a}$ 24 by $k\bar{a}$ 6 $y\bar{a}$ 5.

Solution: Using Bhaskara's method,

[redacted] $y\bar{a}$ v 10 $y\bar{a}$ 27 $y\bar{a}$ 18 $k\bar{a}$ 24[redacted] $y\bar{a}$ 5 $k\bar{a}$ 6

[redacted] $y\bar{a}$ 2 $y\bar{a}$ 3 $k\bar{a}$ 4

अव्यक्तवर्गादि

वर्गः प्रथमं ततो घनोऽथ वर्गवर्गस्ततोऽष्टघातः ।
नवमो वर्गघनश्चेत्यादि घातानां क्रमेण स्मृतम् ॥

Rule: The powers of an unknown quantity are designated in order:

- **वर्ग** ($y\bar{a}^2$) — square
- **घन** ($y\bar{a}^3$) — cube
- **वर्गवर्ग** ($y\bar{a}^4$) — square of square (biquadratic)
- **घनवर्ग** ($y\bar{a}^5$) — square of cube
- **घनघन** ($y\bar{a}^6$) — cube of cube
- and so on...

यावन्मूलं पञ्चकं तु यावन्मूलं त्रिकं च यत् ।
यावन्मूलं तथा षट्कं तेषां वर्गादि किं भवेत् ॥

न्यासः— $y\bar{a}$ 5⊠ $y\bar{a}$ 3⊠ $y\bar{a}$ 6
⊠⊠⊠⊠⊠⊠— $y\bar{a}$ v 25⊠ $y\bar{a}$ v 9⊠ $y\bar{a}$ v 36
⊠⊠⊠⊠— $y\bar{a}$ gh 125⊠ $y\bar{a}$ gh 27⊠ $y\bar{a}$ gh 216
⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠— $y\bar{a}$ v v 625⊠ $y\bar{a}$ v v 81⊠ $y\bar{a}$ v v 1296

अनेकवर्णीद्विपद्विभ्रम

द्विवर्णकं द्विपदं त्रिवर्णकं त्रिपदं तथा ।
बहुवर्णकं बहुपदं च कल्पयेत् सुबुद्धिभिः ॥

Rule: Expressions involving two unknowns (द्विवर्णक) or two terms (द्विपद), three unknowns (त्रिवर्णक) or three terms (त्रिपद), and many unknowns (बहुवर्णक) or many terms (बहुपद) should be formed by the intelligent student.

Bhaskara here explains how to perform operations on multi-term algebraic expressions. The rules for addition, subtraction, multiplication, and division of polynomials are given in detail.

अनेकवर्णसमीकरणानां संस्थापनम्

एकस्य राशेः सहितं विरहितं च यत् स्थितम् ।
तत् संस्थाप्यं समीकरणे बुद्धिमता सदा ॥

यावत्तावत् कालक नीलक पीतक हरितकादयः ।
वर्णाः समीकरणे बहुवर्णे प्रयोजयन्ते सततम् ॥

The eight types of equations with one unknown (यावत्तावत्):
Bhaskara classifies equations involving a single unknown into eight categories based on the powers of the unknown:

1. रूपसमीकरणम् — Purely numerical (no unknown)
2. यावत्समीकरणम् — Linear in one unknown
3. वर्गसमीकरणम् — Quadratic (square of unknown)
4. घनसमीकरणम् — Cubic (cube of unknown)
5. वर्गवर्गसमीकरणम् — Biquadratic
6. घनवर्गसमीकरणम् — Fifth degree (square of cube)
7. घनघनसमीकरणम् — Sixth degree (cube of cube)
8. मिश्रसमीकरणम् — Mixed equations

करणीसङ्कलनव्यवकलनम्

करणीसंयुक्तिरेभिः सङ्कलिता स्यात् समं करणीभिः ।
करणीभिर्विशिष्टाः पृथक् स्थापनीयाः समं करणीभिः ॥

Rule: Surds (करणी) having the same radical quantity are added together; those having different radical quantities are set down separately.

Definition of करणी:

यद् वर्गं मूलं यन्न पूर्णं तत् करणी ।
अकरणी च यत् पूर्णं तन्मूलं रूपं स्यात् ॥

A करणी is an irrational quantity whose square root cannot be extracted exactly. If the square root is exact, it is called रूप (a rational number).

The operation of bringing surds into contact (स्पर्शं कुरुत):

स्पर्शं कुरुत करण्योः समानकरणीभ्याम् ।
स्पर्शं कृत्वा ततः सङ्कलनं व्यवकलनं वा कुर्यात् ॥

स्पर्शक्रिया कथं स्यात् गुण्ये गुणककरणी अन्तर्गता ।
तयोर्गुणनं कृत्वा या करणी सा स्पर्शकरणी भवति ॥

"**Bringing into contact**" **(स्पर्शं कुरुत)**: This is Bhaskara's term for making surds commensurable. When two surds have different radicals, we multiply each by the other's radical to bring them to a common radical. If we have $\sqrt{a}$ and $\sqrt{b}$, then:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

This "contact" operation allows us to add or subtract surds with different radicals by first converting them to equivalent surds with a common radical.

Example of bringing into contact:
To add $\sqrt{3}$ and $\sqrt{27}$, first note that $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$, so they are already in contact (same radical 3). Their sum is $\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.
To add $\sqrt{2}$ and $\sqrt{8}$, we have $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, so the sum is $3\sqrt{2}$.

Example: Add $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, and $5\sqrt{3}$.
Sum: $(1 + 1 + 2 + 5)\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$
Example: Add $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.
Result: $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ (set down separately as they have different radicals)

करणीगुणनम्

करणीगुणने करणीगुणने समे समे विपरे विपरे ।
गुण्यकरणीगुणककरणी गुणनफलं करणी भवति ॥

Rule: In the multiplication of surds, the product of the radical quantities gives the new radical, and the product of the coefficients gives the new coefficient.

स्पर्शं कृत्वा गुण्यगुणकयोः करण्योः ।
तयोर्गुणनफलं करणी भवति गुणनार्थम् ॥

Example: Multiply $3\sqrt{2}$ by $4\sqrt{3}$.
Product: $(3 \times 4) \times \sqrt{2 \times 3} = 12\sqrt{6}$

करणीभजनम्

भजनं करण्योर्भजनं करण्योर्वर्गवत् संस्कारः ।
भाज्यकरणीभाजककरणीभागो यथोक्तक्रमेण ॥

Rule: In the division of surds, the operation is like that for squares. Divide the radical of the dividend by the radical of the divisor, and the coefficient of the dividend by the coefficient of the divisor.

रूपकरणीभागे रूपभागः करणीभागः स्यात् ।
रूपं रूपेण करणी करण्या भजेत् प्रथमम् ॥

Example: Divide $12\sqrt{6}$ by $3\sqrt{2}$.
Quotient: $\frac{12}{3} \times \sqrt{\frac{6}{2}} = 4\sqrt{3}$

करणीवर्गः

वर्गः करण्याः स्यात् पदस्य वर्गः करणी चेति ।
वर्गः करण्याः स्यात् पदस्य वर्गः करणी च भवति ॥

Rule: The square of a surd is the square of the coefficient times the radical quantity (which becomes a plain number, since the square root is removed).

करण्याः पदस्य वर्गः करणी पदवर्गः स्यात् ।
तयोर्गुणनं रूपं भवति वर्गे करण्याः ॥

Example: Find the square of $3\sqrt{5}$.
Square: $(3)^2 \times 5 = 9 \times 5 = 45$

करणीमूलम्

(१) वर्गं करण्या यदि वा करणीस्तु तयो रूपपक्षं वा बहूनाम् ।
विशोध्येष्टं पदं ते शेषस्य रूपाणि युतानि निपातयेत् ॥

Rule: To find the square root of a surd expression, or of a number with surds added to it, subtract the greatest possible square, and treat the remainder properly.

रूपद्वयं करण्यौ यदि द्वे स्यातां तयोर्मूलं यदि पूर्णम् ।
तत् तयोर्मूलयोर्योगो मूलं स्यात् पृथग्वा व्यत्ययात् ॥

Bhaskara gives the rule for finding the square root of expressions of the form $a \pm \sqrt{b}$. He shows that if $\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$, then:

$$x + y = a$$
$$4xy = b$$

From which x and y can be determined.

Example: Find $\sqrt{10+\sqrt{84}}$.
न्यासः– $a = 10$, $\sqrt{b} = \sqrt{84}$
We need $x + y = 10$ and $4xy = 84$, so $xy = 21$.
Thus $x = 7$, $y = 3$ (or vice versa).
Therefore: $\sqrt{10+\sqrt{84}} = \sqrt{7} + \sqrt{3}$
Verification: $(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2 = 7 + 2\sqrt{21} + 3 = 10 + \sqrt{84}$ ✓

कुट्टकः

भाज्यं हरेण विभजेद् भाजकेनापवर्त्य तौ ।
यावत्तावत्प्रचलितं कुट्टकं तत्र योजयेत् ॥

Rule: The Pulverizer (कुट्टक) is a method for solving linear indeterminate equations of the form:

$$ax \pm c = by$$

where a, b, and c are known integers, and x, y are unknown integers to be found.

The method involves:

1. Divide the dividend (a) by the divisor (b) to obtain a quotient and remainder
2. Use the mutual division process (continued fractions)
3. Apply the मतितः (intelligent) operation to find a solution
4. Derive the general solution from one particular solution

भाज्यं हरेण विभजेत् भागलब्धिं लभेत् ततः ।
भागशेषं ततो लब्ध्वा पुनरप्येवमावर्तयेत् ॥

आवर्तनात् षट्पदं यावत् गच्छेत् तत्र मतिः प्रयोज्या ।
मत्या लब्धिं गुणयेत् शेषं योजयेत् ततः पदम् ॥

उदाहरणम्

Problem: Find x and y such that $100x + 90 = 63y$.
न्यासः: ⊠⊠⊠⊠⊠⊠ $= 100$, ⊠⊠⊠⊠⊠ $= 63$, ⊠⊠⊠⊠⊠⊠ $= 90$
Solution: By the pulverizer method, $x = 18$, $y = 30$ is one solution.

The general solution is:

$$x = 18 + 63t$$
$$y = 30 + 100t$$

for any integer t.

वर्गप्रकृतिः

मूलं मूलं द्विगुणं युक्तं तत्प्रकृत्या हतं सहितम् ।
सर्वमूलं पुनर्मूलं ततः प्रकृतिमूलं भवेत् ॥

Rule: The Square-Nature (वर्गप्रकृतिः) deals with the indeterminate equation:

$$Nx^2 + 1 = y^2$$

known as Brahmagupta's equation or the Pell equation.

Bhaskara gives several methods for solving this equation:

1. **Composition (भावना)**: Combining two solutions to obtain a third
2. **Cyclic Method (चक्रवाल)**: An iterative algorithm

भावना कथं स्यात् गुणकक्षेपयोर्युगपत् ।
मिलितयोर्जायते नूतनं गुणकं नूतनं क्षेपम् ॥

ज्ञातयोर्जायते तृतीयं तयोर्मूलयोर्भावना ।
तृतीयं चतुर्थं च ततोऽपि भावनया जायते ॥

उदाहरणम्

Problem: Find x and y such that $61x^2 + 1 = y^2$.
Solution: Using the cyclic method (चक्रवाल), Bhaskara finds:

$$x = 226153980$$
$$y = 1766319049$$

This is one of the most celebrated examples in the history of mathematics, demonstrating the sophistication of Indian algebra.

चक्रवालम्

मूलं मूलं द्विगुणं युक्तं तत्प्रकृत्या हतं सहितम् ।
सर्वमूलं पुनर्मूलं ततः प्रकृतिमूलं भवेत् ॥

The Cyclic Method (चक्रवालम्): This is Bhaskara's most important contribution to algebra. The method proceeds as follows:

गुणकारभक्तेऽविशुद्धौ प्रकृत्या लब्धं मत्या गुणयेत् ।
क्षेपं योजयेद् वा व्येयाद् यावत् क्षेपः सूक्ष्मो भवेत् ॥

क्षेपक्षेपयोर्योगान्तराभ्यां युक्तं पदं नवं स्यात् ।
क्षेपक्षेपयोर्गुणनं नवक्षेपः स्यादिति चक्रवालम् ॥

Step 1: Choose integers a, b, k such that $Na^2 + k = b^2$.
Step 2: Find integers m such that $a \cdot m + b$ is divisible by k, and $|m^2 - N|$ is minimized.
Step 3: Compute:

$$a' = \frac{a \cdot m + b}{k}$$
$$b' = \frac{b \cdot m + N \cdot a}{k}$$
$$k' = \frac{m^2 - N}{k}$$

Step 4: If $k' = 1$, then (a', b') is the solution. Otherwise, repeat the process.

This cyclic process eventually yields $k = \pm 1$ or $k = \pm 2$ or $k = \pm 4$, from which the fundamental solution can be obtained.

एकवर्णसमीकरणबीजम्

रूपाणि यत्र स्युः समतुल्यानि तत्र यावत् तुल्यानि ।
यावन्ति तानि तानि विपरीतानि तुल्यानि तु तुल्यानि ॥

Rule: In a single-colored equation (**एकवर्णसमीकरण**), the unknown quantities on both sides are equalized by transposition (**संरमण**). The rule is:

1. Subtract the unknown on the smaller side from the unknown on the greater side
2. Subtract the known on the greater side from the known on the smaller side
3. Divide the remainder of the known by the remainder of the unknown

यत् दातुं यत् दातव्यं तुल्यं तुल्येन संयोजयेत् ।
विपरीतानि तुल्यानि तु तुल्यानि समीकुर्यात् ॥

संरमणं यथोक्तं समीकरणे कार्यं बुद्धिमता ।
अज्ञातं मूलं तत् तस्मात् लब्धं राशिर्भवेत् स्पष्टः ॥

उदाहरणम्

यावच्चतुष्कं रूपैः सप्तभिः सहितं त्रयोदशभिः ।
यावद् द्वित्रिभिः सहितं सप्तभिः समं भवति किम् ॥

Equation: $4y\bar{a} + 7 = 2y\bar{a} + 13$
Solution:

$$\begin{aligned} 4y\bar{a} - 2y\bar{a} &= 13 - 7 \\ 2y\bar{a} &= 6 \\ y\bar{a} &= 3 \end{aligned}$$

Verification: $4(3) + 7 = 19$ and $2(3) + 13 = 19$ ✓

अष्टविधं समीकरणम् -- □□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□

रूपं यावत् वर्गो घनो वर्गवर्गोऽष्टघातो वा ।
घनवर्गो घनघनश्चेत्यष्टौ प्रकृतयः स्मृताः ॥

तासां मिश्रणं मिश्रं तदेकवर्णे समीकरणे ।
अष्टविधं बीजं तज्ज्ञैः प्रोक्तमतः परम् ॥

The eight types of equations with one unknown (यावत्तावत्):

1. **रूपसमीकरणम्** – Pure numerical: $c = d$
2. **यावत्समीकरणम्** – Linear: $ax + b = cx + d$
3. **वर्गसमीकरणम्** – Quadratic: $ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f$

4. **घनसमीकरणम्** – Cubic: $ax^3 + \ldots = bx^3 + \ldots$
5. **वर्गवर्गसमीकरणम्** – Biquadratic: $ax^4 + \ldots = bx^4 + \ldots$
6. **घनवर्गसमीकरणम्** – Fifth degree
7. **घनघनसमीकरणम्** – Sixth degree
8. **मिश्रसमीकरणम्** – Mixed: combinations of the above

शेषात्समीकरणम्

यद् दातुं यद् दातव्यं तुल्यं तुल्येन संयोजयेत् ।
विपरीतानि तुल्यानि तु तुल्यानि समीकुर्यात् ॥

Rule: When equal quantities are on both sides, transpose and change signs as needed. This is the method of संरमण (transposition).

उदाहरणानि

(1) $3y\bar{a} + 5 = 2y\bar{a} + 12$
Solution: $y\bar{a} = 7$

(2) $5y\bar{a} - 8 = 3y\bar{a} + 10$
Solution:

$$\begin{aligned} 5y\bar{a} - 3y\bar{a} &= 10 + 8 \\ 2y\bar{a} &= 18 \\ y\bar{a} &= 9 \end{aligned}$$

(3) $7y\bar{a} + 15 = 4y\bar{a} + 3$
Solution:

$$\begin{aligned} 7y\bar{a} - 4y\bar{a} &= 3 - 15 \\ 3y\bar{a} &= -12 \\ y\bar{a} &= -4 \end{aligned}$$

असकृत्वर्गादिसमीकरणम्

वर्गो घनो वर्गवर्गोऽष्टघातो नवमो वर्गघनश्चेति ।
समीकरणं समं समं कुर्यात् समतुल्यं तु तुल्यम् ॥

Rule: For equations involving squares, cubes, and higher powers of a single unknown, equalize by transposition and solve by factoring or by the method of roots.

वर्गसमीकरणे मूलं द्वयं स्यात् धनर्णयोर्विभागात् ।
मूलद्वयं तयोः संयोगे व्यत्यासे च विभागे च ॥

उदाहरणानि

(1) Quadratic: $y\bar{a}^2 - 5y\bar{a} + 6 = 0$
Solution: Factoring: $(y\bar{a} - 2)(y\bar{a} - 3) = 0$, so $y\bar{a} = 2$ or $y\bar{a} = 3$

(2) Quadratic: $2y\bar{a}^2 + 7y\bar{a} - 15 = 0$
Solution: Using the quadratic formula (as described by Bhaskara):

$$y\bar{a} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 120}}{4} = \frac{-7 \pm 13}{4}$$

So $y\bar{a} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ or $y\bar{a} = \frac{-20}{4} = -5$

बहुवर्णसमीकरणम्

यावद् यावत् कालक नीलक पीतक हरितकादयः ।
वर्णाः समीकरणे बहुवर्णे प्रयोजयन्ते सततम् ॥

Rule: In multi-colored equations (बहुवर्णसमीकरण), multiple unknowns are represented by different colors: यावत् (x), कालक (y), नीलक (z), पीतक (u), हरितक (v), etc.

एकोऽनेको वर्णो यस्मिन् समीकरणे स बहुवर्णकः ।
तस्मिन् वर्णानां योगवियोगौ पूर्ववत् कार्यौ ॥

उदाहरणम्

पञ्चयावत् त्रिकालकं रूपैः सप्तभिः सहितं समम् ।
त्रियावत् पञ्चकालकं रूपैः पञ्चभिः सहितं चेत् ॥

Equations:

$$\begin{aligned} 5x + 3y + 7 &= 3x + 5y + 5 \\ \text{Transposing: } 2x - 2y + 2 &= 0 \\ x - y + 1 &= 0 \\ x &= y - 1 \end{aligned}$$

The solution is indeterminate: for any value of y, $x = y - 1$.

अनेकवर्णमध्यमाहरणम्

मध्यमाहरणं तेषां यथा स्थानं प्रयोजयेत् ।
तुल्यानां तुल्यतां नीत्वा मध्यमं हरेद् बुधः ॥

Rule: The elimination of the middle term (**मध्यमाहरण**) is performed by equalizing the coefficients of one unknown and subtracting. This is the method for solving systems of linear equations with multiple unknowns.

एकवर्णसमीकरणे तावन्मूलं यावत्तावत् ।
बहुवर्णे मध्यमाहरणेनैकवर्णं कुर्यात् ॥

मध्यमाहरणं कथं स्यात् समानजातीयानां गुणानाम् ।
तुल्यीकृत्य व्यत्यासेन हरणं मध्यमाहरणम् ॥

यावत्तावत् कालकं च नीलकं च पीतकं च ।
तेषां समीकरणे मध्यमाहरणेनैकं वर्णं नयेत् ॥

Method of मध्यमाहरण (elimination):

1. Write the equations one below the other
2. Equalize the coefficients of one unknown by multiplication
3. Subtract one equation from the other to eliminate that unknown
4. Solve the resulting single-unknown equation
5. Substitute back to find the other unknowns

उदाहरणम्

द्वियावत् त्रिकालकं षड् रूपं त्रियावत् द्विकालकं सप्त ।
चतुर्यावत् पञ्चकालकं नव समानि भवन्ति चेत् ॥

Equations:

$$2x + 3y + 6 = 0$$
$$3x + 2y + 7 = 0$$
$$4x + 5y + 9 = 0$$

From equations (1) and (2):

$$6x + 9y + 18 = 0$$
$$6x + 4y + 14 = 0$$
$$5y + 4 = 0 \Rightarrow y = -\frac{4}{5}$$

Substituting: $2x + 3(-\frac{4}{5}) + 6 = 0 \Rightarrow 2x = \frac{12}{5} - 6 = -\frac{18}{5} \Rightarrow x = -\frac{9}{5}$

भावितम्

भावितं भावितं यत्र द्वयोर्वर्णयोर्गुणः ।
स्थाप्यते समतुल्यं तद् भावितं प्रचक्षते ॥

Rule: The भावित (product) is the product of two unknown quantities. An equation involving such a product is called a भावितसमीकरण.

Equations of the form $xy = c$ (constant product) or $xy = ax + by + c$ are treated in this chapter.

भावितं यत् स्थाप्यते समीकरणे द्वयोर्वर्णयोः ।
तत् तयोर्गुणनफलं भावितमुच्यते गणिते ॥

यावत्कालकयोर्गुणनफलं भावितं यत् समम् ।
रूपेण सहितेन तत् समीकरणं भवति ॥

उदाहरणम्

यावद् द्विकं कालकं त्रिरूपं यावत्कालकयोर्गुणः समम् ।
रूपैः षड्भिः सहितं चेत् तयोर्मूलं वद प्रिये ॥

Equation: $(2x + 3) \cdot y = 6$, or $2xy + 3y = 6$
Solution: This is indeterminate. For any value of $y \neq 0$, $x = \frac{6-3y}{2y}$.

प्रत्येकसंहारः

प्रत्येकं संहरेद् भाज्यं हरेण प्रत्येकं बुधः ।
लब्धानि यानि तान्येव मूलानि प्रत्येकशः ॥

Rule: The method of individual subtraction (प्रत्येकसंहार) is used when the same divisor is to be applied separately to multiple dividends. Each quotient is then treated as a separate root.

उदाहरणम्

Problem: Divide $100x^2$, $80x^2$, and $60x^2$ individually by $20x^2$.

Quotients: 5, 4, and 3 respectively.

प्रदिशविद्यया

प्रदिशा विद्यया ज्ञेयं मूलं यत्र प्रदिश्यते ।
प्रदिशं तत्र योज्यं स्याद् विद्वद्भिरनुमीयते ॥

Rule: The प्रदिश method is a technique for finding roots by inspection and intelligent guessing, especially useful for higher-degree equations.

उदाहरणम्

Problem: Find the cube root of 13824.

Solution by प्रदिश:

- The number ends in 4, so its cube root ends in 4
- $20^3 = 8000$ and $30^3 = 27000$, so the root is between 20 and 30
- The root is 24, since $24^3 = 13824$

नवीनप्रदिशविद्यया

नवीं प्रदिशमास्थाय मूलं यत् प्रदिश्यते ।
तत् सुलभं भवेत् प्राज्ञैर् विदुषां नात्र संशयः ॥

Rule: The new प्रदिश method gives an improved technique for finding roots, suitable for even more complex cases.

This chapter extends the methods of the previous chapter with additional techniques for extraction of roots of higher powers and for handling more complex algebraic expressions.

End of Part I (Pages 1–57)

Note: This edition continues with further sections on more advanced topics in algebra, including additional equation-solving techniques, applications to astronomy, and refined methods for the कुट्टक and चक्रवाल procedures. These are covered in Parts 4–9 of this series.

Notes (टिप्पणी)

The following explanatory notes were added by the editors to clarify Bhaskara's text:

1. **On notation**: Bhaskara uses यावत् (*yavat*) for the unknown quantity, corresponding to our modern x. The colors कालक (black), नीलक (blue), पीतक (yellow), हरितक (green), etc., represent y, z, u, v, etc.

2. **On positive and negative numbers**: Bhaskara fully accepts positive and negative numbers, calling them धन (wealth/positive) and ऋण (debt/negative). He gives clear rules for arithmetic operations with negatives, which are equivalent to our modern sign rules.

3. **On zero**: Bhaskara's treatment of zero (ख) is comprehensive. He gives six operations on zero, and defines the concept of खहार (*khahara*), a number divided by zero, which he identifies with infinity (अनन्त). His comparison of खहार to Lord Vishnu is one of the most celebrated passages in Indian mathematics.

4. **On surds**: The करणी (surd) operations demonstrate sophisticated understanding of irrational numbers. Bhaskara can add, subtract, multiply, divide, and extract roots of surd expressions. The operation of स्पर्श (bringing into contact) is his innovation for making surds commensurable.

5. **On the cyclic method**: The चक्रवाल method for solving $Nx^2 + 1 = y^2$ is one of the greatest achievements of Indian mathematics. It always converges to the minimal solution, and does so remarkably quickly. Bhaskara's solution for $N = 61$ was centuries ahead of European mathematics.

6. **On equations**: Bhaskara classifies equations into several types and gives systematic methods for each. His treatment of quadratic equations is complete, including cases with two, one, or no real solutions. The eight types of equations (अष्टविधं समीकरणम्) cover all cases up to the sixth degree.

Printed by Jai Krishna Das Gupta at the Vidya Vilas Press, Gopalmandir Lane, Benares. 1927.

Benares Sanskrit Series No. 159

Bījagaṇita

The Algebra of Bhāskara II

Part II

Pages 58–114

अथ एकवर्णसमीकरणम्
अव्यक्तवर्गादिसमीकरणम्
अनेकवर्णसमीकरणम्

अनेकवर्णमध्यमाहरणभेदाः

Chapters on:

1. Equations with One Unknown
2. Equations with Unknown Squares
3. Equations with Many Unknowns
4. Variations of the Elimination Method for Many Unknowns

Bhāskara II (1114–1185 CE)

Transcribed from the original Sanskrit edition

Contents

Introduction

This volume contains the core algebraic chapters from Bhāskara II's *Bījagaṇita* ("Seed Computation," i.e., Algebra), covering pages 58–114 of the standard edition. These chapters treat:

- **Ekavarṇa-samīkaraṇa:** Linear and quadratic equations in a single unknown (यावत्तावत्, *yāvat-tāvat*);
- **Avyakta-vargādi-samīkaraṇa:** Equations involving unknown squares and higher powers;
- **Anekavarṇa-samīkaraṇa:** Systems of equations with multiple unknowns, and the *madhyamāharaṇa* (elimination) method in its various forms.

Bhāskara's presentation follows the classical Indian pattern: each topic is introduced by a rule (*sūtra*) in āryā or śloka verse, followed by worked examples (*udāharaṇa*) and detailed commentary (*vārttika*) showing the method of solution step by step. The unknown quantity is denoted by यावत्तावत् ("as much as"), abbreviated या or याव.

Chapter I: Equations with One Unknown

एकवर्णसमीकरणम्

अ[illegible]

First Example: Simple Linear Equation

अत्राश्वमूल्यमज्ञातं तस्य मानं यावत्तावदेकं प्रकल्प्तं या १। तत्र श्रेणीशकं यदेकस्य यावत्तावन्मूल्यं तदा पणां किमिति कल्पितच्छागपणां प्रमाणमकं लब्धं पणामश्वानां मूल्यम्। या ६। अत्र रूपातनये प्रक्षिप्ते जातमाश्वस्य धनं या ६ रूप २०। एवं दशानां मैल्यं या १०। अत्र रूपाते चाणांते प्रक्षिप्ते जातं द्वितीयस्य धनं या १० रूप १००।

एतौ समशोधने छते एव सभी जाते समशोधनार्थं

न्यासः---*या ६ रूप २०।
या १० रूप १००।

Rule for Elimination

अथैकाव्यक्त शोधयेदन्यपक्षादव्ययव्यक्तान् छोधिते।
द्वितीयपदमुक्त्वेषु आचयपक्षतुल्यपक्षः शोधि-
तेषु शेषम् रूप ४००। अथ कल्पितकलवर्ण या ४ रूपैः रूप ४०० उक्ते
लब्धमेकस्य यावत्तावतो मानं व्यक्तम् १००। यदेकाश्वस्यैतन्मूल्यं
तदा पणां किमिति श्रेणीशकेन लब्धं पणां मूल्यं ६०० रूपातनय-
युतं १०० जातमाश्वस्य धनम्। एवं द्वितीयस्यापि १००।

Second Example

अथ द्वितीयोदाहरणे प्रथमद्वितीययोस्ते एव धने

या ६ रूप २००।
या १० रूप १००।

अत्राचयपक्षधनार्थं द्वियुकेन तुल्यमनयस्य धनमुदाहृतमत भा- ष्यधनार्थं द्वियुक्ते अथवानयधने द्विहीन द्विगुणे छते पक्षौ समी भव- न्तथा छते शोधनार्थं

न्यासः---या २ रूप १५२। [illegible] $\begin{cases} \text{या ६ रूप २००।} \\ \text{या २० रूप २०४।} \end{cases}$

या १० रूप १००।

उभयोरपि शोधनार्थे छते लब्धं यावत्तावन्मानम् २६। अनेन श्रेणीकल्पितानां छते जाते धने ५१२, २६०।

अथ तृतीयोदाहरणं ते एव धने। अत्राचयधनव्यवस्थाः परधनमिति परं विगुणीकृत्य

* विरो ध०---संप्रति $6\text{या} + 200 = 10\text{या} - 100 \therefore 400 = 4\text{या}$
$\therefore$ या $= 100$ एवं समीकरणगतिः सर्वत्र क्रियते।

Further Examples in One Unknown

न्यासः— | या ६ रूप ३००।

या २० रूप ३००।

समीकृत्या लब्धं यावत्तावन्मानम् २५। अनेनोर्ध्वापिते जाते धने ४५०, १९५०।

उदाहरणम्

माणिक्यामल्नीलमौक्तिककिमितिः पञ्चाषसममा-
देकस्यान्यतरस्य सप्त नव पट् तद्दलसंख्या सखे।
रूपाणां नवतिद्विषष्ठिर्नयोस्तौ तुल्यवित्तौ तथा
वीजं प्रतिरुज्ञानि कुरुते मौल्यानि शीघ्रं वद ॥३॥

अत्राऽऽयकानां बहुत्वे कल्पितानि माणिक्यादीनां मौल्यानि या(१) ३, या २, या १। यदि एकस्य रत्नस्य इदं मूल्यं तदोर्द्ध्वानां किमिति लब्धानां यावत्तावतां योगे स्वस्वरूपयुते जाते पक्षौ

या १९, या १६, या ७ रूप ९०।
या २१, या १८, या ६ रूप ६२।

एतेऽनयोर्धने इति समशोधने छते लब्धं यावत्तावन्मानम् ४। अनेनोर्ध्वापितानि माणिक्यादीनां मौल्यानि १२, ८, ४। एवं सम्मे- धनम् २४२। अथ वा माणिक्यमानं यावत्तावतोऽल्पमुत्कल्प्यमूल्यं व्यक्तं एव कल्पते ५, ३। अतः समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानम् १२। अनेनोर्ध्वापिते जाते समधनम् २९६। एवं कल्पनावशादनेकथा।

उदाहरणम्

एको द्वीति मम द्विहि शतं धनेन
त्वत्तो भवामि हि सखे द्विगुणस्ततोऽस्यः।
भूते द्वयोर्यदसि वैनम बहुगुणोऽहं
त्वत्तस्तयोर्वद धने मम किं प्रमाणे ॥४॥

On Quadratic and Higher Equations

किन्तु बहुगुण एव विद्याः शेषविधौ कल्प्ये या $\frac{3}{2}$। वर्गितः=याव $\frac{3}{2}$। स्वपदार्थां या ३ युतौ जातः = $\frac{\text{याव ९ या १२}}{४}$। अयं बहुकः। अत्रापि प्राग्वद्गुणहरयोः कृत्वा समच्छेदीकृत्य छेदगमे शोधनजाते पक्षौ

याव ९ या १२ रूप ०।
याव ० या ० रूप ६०।

एतौ चतुर्गुणौ छतौ मूले गृहीत्वा पुनः समशोधनालब्धं यावत्ता- वन्मानम्=२।

तथा चास्त्रपाठेऽत्र गणिते---

□□बहुः स्यात् बहुगुणः स बहुगुणिर्वर्जयेत् शेषविधौ।
शून्यं गुणके जाते स हरश्चेन पुनस्तथा राशिः॥
अविच्छिन्न एव(ग) विच्छिन्नः सर्वैरेवं विपरिवर्द्धः।''

उदाहरणम्

राशद्वैदशानिशं राशिद्वयनाल्यक्ष कः समो यः स्यात्।
राशिकृतिः बहुगुणिता पञ्चत्रिंशद्युता विद्ध ॥६॥

अत्र राशिः=या १। अयं द्वादशगुणितो राशिद्वयनाल्यक्ष=याव १ या १२। अयं याव ६ रूप २५ अनेन सम इति शोधने छते जातमाश्रयपक्षै याव १ या ६ या १२। अन्यपक्षे रूप २५। अन्योक्तैकरूपाऽएकं प्रक्षिप्य घनमूले या १ रूप २।

या ० रूप ३।

पुनरनयोः समीकरणेन जातो राशिः=५।

उदाहरणम्

> कोे राशिद्विरशीतिशून्यो राशिवर्गेण युतो हतः।
> द्वाभ्यां तेनोनितो राशिवर्गो वर्गेणयुतो भवेत्॥७॥

रूपौ वद ते राशिं वेतसि बीजक्रिया यदि॥७॥

अत्र राशिः=या १। द्विरशीतिशून्यः=या २००। राशिवर्गयुतो जातः =याव १ या २००। अयं द्वाभ्यां गुणितः=याव २ या ४००। अनेनायं

Example: The Swallow and the Lotus

अत्र वा प्रथमप्रमाणकलं द्वितीयप्रमाणकलं विमले प्रल- म्बये तद्गुणगुणितेन द्वितीयमूललेन तुल्यमेव प्रथममूलधनं स्यात् कथमन्यथा समे काले सम फले स्यात्। अतो द्वितीयस्यायं गुणः २। एकगुणं द्वितीयमूलधनमेकेनगुणागुणितं कलवर्गं बर्धते स एकोन- गुणेन ईषत्कल्पितकलानतरस्य बर्गं भक्ते द्वितीयमूलधनं स्यात्। तत् कलवर्गयुतं प्रथममूलधनं स्यात्। अत्र कल्पितकलवर्गः ४। अतः प्रथमद्वितीयमूलधने ८, ४। फलम् २। यदि शतस्य पञ्च कलान- न्तरं तदा पञ्चानां किमिति लब्धमेकमासपञ्चानां फलम् २। यथने- नैको मास-स्तदा द्विकेन किमिति लब्धा मासाः ५।

उदाहरणम्

एकक्रान्तर्चयनात् फलस्य वर्गं विशोध्य परिशिष्यम्।
पञ्चक्रान्तेन दत्तं तुल्यः कालः फले च तथैः ॥८॥

अत्र गुणकः ५। एकोनगुणेन ४ ईषत्कलस्याय वर्गे १६ मक्ते जातं द्वितीयधनम् ४। इदं कलवर्गयुतं जातं प्रथमधनम् २०।

अतोऽनुपातद्वयेन कालः २०।

एवं स्वबुद्धिं बैदं सिद्धंति किं यावत्तावत्कल्पनया। अथ वा बुद्धिरेव बीजम्। तथा च गोले मथोक्तम्।

□□नैव वर्गीतमकं बीजं न बीजानि पृथक् पृथक्।
एकमेव मतिर्बीजमनल्पा कल्पना यतः''॥

उदाहरणम्

म◌ाणिक्याणुकणिनीलादीनां मुक्ताफलानां शतं
षड्भागि च पञ्च रत्नवीरां येषां चतुर्णां धनम्।
संग्रहे हयरैन ते निजधनाद्वेकैक मिथो
जातास्तुल्यधनाः पृथग्वद सखे तद्दनमैल्यानि मे ॥२॥

अत्र यावत्तावदाद्यो वर्णोऽऽयकानां मानानि कल्प्यन्त इत्यु- पलक्षणं तज्जामाक्षितानि छत्वा समीकृत्य काष्ठं मतिमतिः। तथा-

Geometric Application: The Triangle

न्यासः– |

क्षेत्रव्यवहारात् समभुजत्रिकोणस्य जाते
लम्बवर्गः=याव १ रूप १५, रूप २००
या १ या १ क १८ रूप १

द्वितीयाव्यावावर्गी=याव १ या क ६२ या २ रूप १९ क ६२। समभुजत्रिगात् र ६ अपास्ते जातो द्वितीयो लम्बवर्गः

=याव १ या २ या क ६२ रूप १३ क ६२।

एतौ (१) समाविति समशोधने छते जाते पक्षौ

र २५ क ५१२।
(२)या २ या क ६२।

अत्र (३)भाजकस्याव्यक्तशेषस्य या कारस्य प्रयोजनमवादप्रमे छते भाज्यभाजको जातो □□अत्र धनर्णताव्ययमीहिततया द्वैते क- ल्पना असदृश्याय'' इति द्विसमीकरणकल्पना धनत्वे प्रकल्प्य क ४ क ६२। अनया भाज्ये गुणिते जातम्

क २६८६४ क २१३१६ क ५१६४८ क २०४८।

एतद्द्वैतयोः क २६८६४ क २१३१६। मूले १९२। ६५। अन्यो- र्ध्वगः रूप १३६।

Rule for Completion of the Square

एषां पूर्वमूलानां च सर्वेषां योगः = याव ३ या ३१ रूप ८८। इदमे- काद्वययुतं प्रयोदशवर्गं---

याव ३ या ३१ रूप ७५।
याव ० या ० रूप १६९।

समं छत्वा पक्षयोर्द्वादशाभिः संगुण्य तयोरेकाराशिद्वयं वर्गं १६९ निर्धिय मूले या ६ रूप ३१।

या ० रूप ४३।

पुनरनयोः समीकरणालब्धेन यावत्तावन्मानेन २ अनेनोर्ध्वापि- तानि राशिमूलानि २, ५, ८, ११। एषां वर्गा राशयः क्षेपेणा अथवा द्वाराशयो भवन्ति २, २३, ६२, ११९।

अत्राचयपरिभाषा।

□□राशिशेषपद्षेषयो यद्गुणक्तार्दोचरम्।
अऽऽयका राशयः कल्प्या वर्गिताः क्षेत्रवर्गिताः ॥''

Avyakta-vargādi-samīkaraṇa (continued)

Further Examples with Unknown Squares

अथ विद्यावतरगार्थमिष्टं वेणुवतनमूलानं कल्पितम्=२०। सुप्रस- न्नपाताह्लादमानम्=या १।

न्यासः– |

यदि पञ्चदशकोट्या विरशतिमुञ्जस्तदा
यावत्तावन्मितया किमिति लब्धा लब्धवर्गा-
क्षितावधा या $\frac{10}{3}$। पुनर्यदि दशमितकोट्या
विरशतिमुञ्जस्तदा यावन्मितकोट्या किमिति

लब्धा वृहद्दशाक्षितावधा या २। अनयोर्ध्वगां या $\frac{10}{3}$ विरशतिसमं छत्वा छओ लब्धः ६। उद्धारपनेनावधा च ८,१२। अथवा वंशसम्बन्धेनावधा तदनुतिसंप्रमितिरिति यदि वंशद्वययोगेन २५ अनेनावधायोगो=२० लभ्यते तदा वंशाख्या १५, १० किमिति जाते अवधे ८, १२। अथानुपा- तात् सम एव लब्धः ६। किं यावत्तावत्कल्पनया। अथवा वंशयोर्वर्धा योगहतो यत्र कुत्रापि वंशान्तरं लब्धः स्यादिति किं भूमिकल्पनया- पि एतद्विषं सूत्राणि प्रसाद्य बुद्धिमतोऽहम्।
इति श्रीभास्कराचार्यविरचिते बीजगणिते एकवर्णसमीकरणं समाप्तम्।

अथाऽव्यक्तवर्गादिसमीकरणम्।

तदेव मध्यमाहरणमिति यावद्गीयत्याचार्याः।

यतोऽत्र वर्गराशा एकस्य मध्यमस्याहरणमिति।
अत्र सूत्रं ब्रूमः।

अव्यक्तवर्गादि यदा द्वयोः पक्षौ तदैकेन निःशेषं किंचित्।
क्षेपं तयोरेन पदप्रदः स्याद्व्यक्तः सहेत परेन भूयः ॥१॥

व्यक्तस्य मूलस्य समीकृते समव्यक्तमानं बहु लभ्यते तत्।
न निर्वहेत् चेद्धनवर्गयोस्त्वेति तदा क्षेपमिदं स्यबुद्ध्या ॥२॥

अव्यक्तमूलर्कांक ततोऽस्य व्यक्तस्य पक्षस्य पदं यदि स्यात्।
मूलं धनं तथा विधाय साव्यमव्यक्तमानं द्विधा कल्पितं स्यात्॥३॥

उदाहरणम्

स्वार्धपञ्चाशनवमैर्युक्ताः के स्युः समाश्रयाः।
अन्यैर्द्वादशहीनाख्य परिशिष्टाख्य तान् वद ॥१४॥

अत्र समराशिमानं यावत्तावत् १। अतो विलोमविधिना □□अथ स्वार्धादिकोन'' इत्यादिना राशयः या $\frac{2}{5}$, या $\frac{5}{6}$, या $\frac{9}{10}$। ऊहा- न्यमागद्वयेनाः सर्वेर्द्वयैक शोभाः स्युः या $\frac{2}{5}$। एतत् बहिस्तमं छत्वाऽऽपञ्चमयावत्तावन्मानेन १५० उद्धारपिता जाता राशयः १००, १२५, १३५।

उदाहरणम्

त्रयोदश तथा पञ्च करण्यो मूजयोनितो।
भूजाता च चत्वारः फले भूमिं वदाऽखु मे ॥१५॥

अत्र भूमेर्व्यावत्तावत्कल्पने क्रिया प्रसरतीति स्वेच्छया व्य- क्ते १३ भूमिः कल्प्यते कल्पितशेषभावात्। अतोऽत्र कल्पित व्यक्तम्।

क ५

या १ न्यासः। अत्र □□लम्बगुणा भुजयर्धं हरं त्रिभुजे
कलं भव□□□□'' इति व्यतिकेन कलानुक्रमो जातः क $\frac{\square}{\square\square}$।

एतद्वर्गं भुज ५ करणी वर्गित् रूप ५ अस्मादपास्य र $\frac{\square}{\square\square}$।
मूलं जाताऽऽवधा क $\frac{\square}{\square\square}$। इमा भूमेरपास्य □□योगे करण्योनितो प्रकट्य'' इति जातास्याऽऽवधा क $\frac{\square\square\square}{\square\square}$। अथवा वर्गित् रूप $\frac{\square\square\square}{\square\square}$। लम्बवर्गं=र $\frac{\square\square}{\square\square}$ युतात् र $\frac{\square\square\square}{\square\square}$ मूले जातो भुजः ४। इयमेव भूमिः।

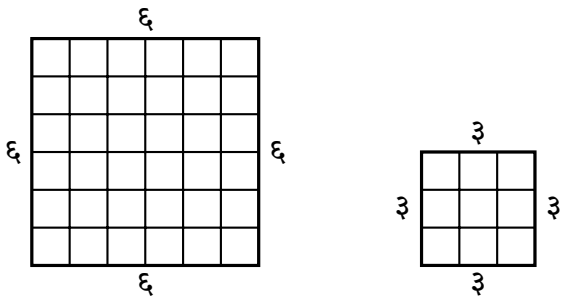
उदाहरणम्

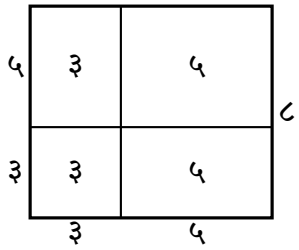
दशयष्टिकरण्यन्तरमेको बाहुः परक्ष बहुकरणी।
मूलच्छदशाकरणी रूपोना लम्बमानमाचक्ष्व ॥१६॥

अत्रावधाज्ञाने लम्बज्ञानमिति लम्बावधा=या १। एतद्वृता वृत्तावधाप्रमाणमिति तथा

Geometric Diagrams

तेषां स्वरूपाणि यथा---





अन्यत् करणसूत्रं ब्रूमः।

> चतुर्गुणस्य घातस्य युतिवर्गस्य चान्तरम्।
> राश्यन्तरकृतेस्तुल्यं द्वयोरन्त्यकयोर्यथा ॥१७॥

अत्र राशी ३, ५। अनयोर्युतिवर्गात् चतुर्गुं कोटिषु घातचतुर्गुणे- यापनेते मध्ये राश्यन्तरवर्गसमानि कोटिकाणि दृश्यन्त इत्युपपक्षम्।

Transition to Multiple Unknowns

अथ माणिक्यादीनां मौल्यानि यावत्तावदादीनि प्रकल्प्य तद्गु- णपरितसंख्यां च छत्वा रूपाणि च प्रक्षिप्य समशोधनार्थं

न्यासः---या ५ का ८ नी ३ रूप १०।
या ३ का ९ नी ५ रूप ६२।

अत्र वर्गं शोध्येदितयादिना जाता यावत्तावद्विमतिः:

$$\text{या} = \frac{\text{का}^{\square}\ \text{नी}\ १\ \text{र}\ २८}{२}$$

इयमेकैव, एकत्वादियमेवानयाऽऽस्तौ कश्चित् काय्यः। इदं माज्ये वर्णद्वय वर्धते स्तो नीलकमानमिष्टं रूप १ कल्पितम्। अनेन नीलक- मूल्याव्य रूपेषु प्रक्षिप्य जातम् या $= \frac{\text{का}^{\square}\ \text{नी}\ २८}{२}$।
अतः कुट्टकविधिना □□हरतपे धनक्षेपे''---इत्यादिना गुणासी सक्षेपे पी २ र १।

पी १ र १४।

अत्र शून्येन पीतकमूलाव्य जातानि माणिक्यादीनां मौल्यानि १४, १, १। अथवैकेन १३, ३, १। द्वाभ्यां वा १२, ५, १। निर्मूला- ११, ७, १। एवमनुपराशादानन्तर्यम्।

उदाहरणम्

एको द्वीति मम द्विहि शतमिति ॥२॥

अत्र धने या १, का १। परधनाच्छुतमपास्य पूर्वधने शतं प्रक्षि- प्य जातं या १ रूप १००, का १ रूप १०० परधनाद्वाभ्यां द्विगुणमिति परधनेन द्विगुणेन समं छत्वा लब्धा यावत्तावद्विमतिः:

या=का २ रूप ३००

पुनराचयधनाद्वादशजनितेषु परधने शिष्टेषु जातम्

या १ रूप १०।
का १ रूप १०।

Chapter I (cont.): The Cakravala Method

चक्रवालविधिः --- वर्गप्रकृतिसमीकरणम्

अ[illegible]—

आद्यं मूलं गुणे क्षेपे प्रकृत्या क्षेपकं हरम् ।
विभजेत् तन्निजं मूलं पुरस्तात् तत्समं हरेत् ॥

हारेण संस्कृतं मूलं द्वितीयं तत्र लभ्यते ।
तस्य वर्गः प्रकृत्यक्तो विशोध्य क्षेपकं हरम् ॥
छेदं सूक्ष्मं पुनर्भाज्यं तेन मूलं पुनर्नवम् ।
एवं चक्रं प्रवर्त्तेत मूलद्वयमथान्ततः ॥

क्षेपके यत्र शून्यं स्यात् तत्र सिद्धिः प्रजायते ।
प्रकृतेः क्षुद्रकं मूलं ज्येष्ठं क्षेपहतं भवेत् ॥

भावना --- संवर्गणविधिः।

क्षेपक्षेपयुतो राशिः क्षेपक्षेपहतो रसः ।
ज्येष्ठं ज्येष्ठक्षयोन्मूलं क्षेपयोगसमन्वितम् ॥
कनिष्ठकनिष्ठयोगाभ्यां क्षुद्रकं तत्समन्वितम् ।
क्षेपयोगश्च तद्वेष्टो भावनेयं प्रचक्षते ॥

चक्रवालस्यान्त्यसूत्रम्।

हारं प्रकृत्या संगुण्य युक्तं वा यदि तद्धनम् ।
मूलं तत्र प्रकल्प्याद्यं तेनैव परमं तथा ॥
हृतं हारं तयोर्योगात् तद्विश्लेषेण वा पुनः ।
ततो यच्छेषकं लब्धं हारो विश्लेषजः स्मृतः ॥

The Bhāvanā (Composition) Lemma

The *bhāvanā* is the fundamental composition principle for generating new solutions from known ones. If (x_1, y_1) is a solution to $Nx^2 + k_1 = y^2$ and (x_2, y_2) is a solution to $Nx^2 + k_2 = y^2$, then by bhāvanā:

ज्येष्ठं ज्येष्ठद्वयोर्मूलं क्षेपयोगसमन्वितम्
कनिष्ठकनिष्ठयोगेन क्षुद्रकं तत्समन्वितम्

$$x = x_1 y_2 + x_2 y_1, \quad y = N x_1 x_2 + y_1 y_2$$

नवक्षेपः $= k_1 \cdot k_2$

ज्येष्ठं ज्येष्ठक्षयोर्मूलं क्षेपयोगसमन्वितम् ।
कनिष्ठकनिष्ठयोगाभ्यां क्षुद्रकं तत्समन्वितम् ॥

अन्तरभावना।

ज्येष्ठं ज्येष्ठक्षयोर्मूलं क्षेपयोगसमन्वितम् ।
कनिष्ठकनिष्ठयोगाभ्यां क्षुद्रकं तत्समन्वितम् ।
विलोमतः कनिष्ठं स्यात् ज्येष्ठे स्यात् क्षेपयोगतः ॥

The Cakravāla Algorithm

Step 1. Choose an initial approximation a_1 (the "lesser root") such that $Na_1^2 + k_1 = b_1^2$ for some integer k_1 (the interpolator/क्षेपक).

Step 2. Solve the indeterminate equation $\dfrac{a_1 m + b_1}{k_1} =$ integer for m by the kuṭṭaka method, choosing m so that $\left|\dfrac{m^2 - N}{k_1}\right|$ is minimized.

Step 3. Compute:

हारेण संस्कृतं मूलं

$$a_2 = \frac{a_1 m + b_1}{k_1}, \quad b_2 = \frac{b_1 m + N a_1}{k_1}$$

Step 4. The new interpolator is:

$$k_2 = \frac{m^2 - N}{k_1}$$

Step 5. Repeat steps 2–4 until $k_n = 1$, at which point (a_n, b_n) is the minimal solution to $Nx^2 + 1 = y^2$.

क्षेपके यत्र शून्यं स्यात् तत्र सिद्धिः प्रजायते ।
प्रकृतेः क्षुद्रकं मूलं ज्येष्ठं क्षेपहतं भवेत् ॥

अत्र □□क्षेपके यत्र शून्यं स्यात्'' इत्यनेन क्षेपकस्यैकत्वं साध्यते। यदा हि क्षेपकः रूपैकः स्यात् तदा वर्गप्रकृतिः सम्पूर्णा सिद्धिर्भवति।

Bhāskara's Famous Example: प्रकृतिः N = 61

This is the celebrated example that demonstrates the power of the cakravāla method. The equation $61x^2 + 1 = y^2$ was considered extremely difficult before Bhāskara's systematic procedure.

को राशिः षष्ट्येकगुणप्रकृत्या युक्तो वर्गो रूपसहस्रेण ।
स्यात् कालाग्निर्वह्निसखः सखे तं वद वेत्सि बीजं चेदस्य ॥

"What number, when multiplied by sixty-one and increased by unity, becomes a square, O friend? Tell [it], O friend, if you know its algebra."

चक्रवालेन समाधिः।
अत्र प्रकृतिः $N = 61$। आसन्नमूलं $\sqrt{61} \approx 7.81$, अतः

$$\text{प्रथमं क्षुद्रकं } a_1 = 1, \text{ ज्येष्ठं } b_1 = 8, \text{ क्षेपकः } k_1 = 3$$

यतः $61 \cdot 1^2 + 3 = 64 = 8^2$
अत्र कुट्टकेन $\dfrac{1 \cdot m + 8}{3} = \text{integer}$, तथा $\dfrac{m^2 - 61}{3}$ न्यूनतमं स्यात्।
तत् $m = 7$ (यतः $\dfrac{49 - 61}{3} = -4$, न्यूनतमम्)।
चक्रप्रसरः --- □□□□□□□□□□ □□□□□□:

चक्रः	हारः m	क्षुद्रकं a	ज्येष्ठं b	क्षेपकः k
1	—	1	8	3
2	7	5	39	-4
3	5	9	71	-5
4	9	20	161	5
5	5	69	539	-4
6	7	296	2315	-3
7	7	469	3664	9
8	9	1665	13009	8
9	5	8195	64021	-1

अत्र नवमचक्रे क्षेपको □□□□□□□□□ एकः ($k_9 = -1$)। अतो भावनया द्विकं कुर्वतः क्षेपकः शून्यो भवति।

भावनया क्षेपकनिवृत्तिः।
क्षुद्रकं $a_9 = 8195$, ज्येष्ठं $b_9 = 64021$, क्षेपकः $k_9 = -1$
By bhāvanā with itself ($k = -1$ composed with $k = -1$ gives $k = 1$):

$$x = 2 \cdot 8195 \cdot 64021 = 1{,}049{,}604{,}190$$
ज्येष्ठं क्षेपहतं
$$y = 61 \cdot 8195^2 + 64021^2 = 8{,}179{,}831{,}680$$

But Bhāskara finds the *minimal* solution through continued iteration:

सिद्धिः --- □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ $61x^2 + 1 = y^2$**:**

$$x = 1{,}766{,}319{,}049$$
$$y = 226{,}153{,}980$$
यतः
$$61 \times (1{,}766{,}319{,}049)^2 + 1 = (226{,}153{,}980)^2$$
एषा चक्रवालविद्याया विलासः।

एवं बहुधा बुद्धिमत्त्वविचिन्त्यामिति सर्वमुपपन्नम् ॥

सूत्रम्।

हारं प्रकृत्या संगुण्य युक्तं वा यदि तद्धनम् ।
मूलं तत्र प्रकल्प्याद्यं तेनैव परमं तथा ॥
हृतं हारं तयोर्योगात् तद्विश्लेषेण वा पुनः ।
ततो यच्छेषकं लब्धं हारो विश्लेषजः स्मृतः ॥

उदाहरणम् अप्रकृतिः $N = 67$**।**

सप्तषष्टिगुणो राशिरूपैकयुतो यदा ।
वर्गः स्यात् स किमस्त्युच्यतां त्वं प्रवरो गणके ॥

अत्र चक्रवालेनः

चक्रः	क्षुद्रकं	ज्येष्ठं	क्षेपकः
1	1	8	-3
2	5	41	6
3	11	90	-7
4	14	115	9
5	23	189	-2
6	90	737	-3
7	191	1564	7
8	481	3937	-6
9	1525	12485	3
10	2164	17714	-9
11	5967	48842	2
12	8141	66653	-3
13	22070	180724	7
14	57199	468377	-6
15	178294	1459964	3
16	253413	2074341	-9

ततो भावनया क्षेपको निवृत्य सिद्धः

$$x = 5{,}962{,}653{,}297{,}396{,}309{,}000$$
$$y = 48{,}814{,}229{,}043{,}683{,}201$$

Chapter II: Equations with Many Unknowns

अनेकवर्णसमीकरणम्

अ[redacted]

Introduction to Multiple Unknowns

अतः या=३३ (१५) ,, लो=२ ,, $\begin{cases} \text{का}=५ \\ \text{नी}=१४ \end{cases}$

,, या=३६ (१६)

एवं परावतादीनां शतान्तर्वर्त्तीनि निरवयवमूल्यानि षोडशाथा ततः शतान्तर्वे- र्त्तीनः पञ्चदशोऽपि तन्मूल्यलब्धाः षोडशाथैव।

अथ पूर्वदर्शितकालकमानम् = का $= \dfrac{\text{नी १० पी ३५ र १७५०}}{६}$

$$= \frac{\text{[redacted]} - \text{१० नी} - \text{३५ पी}}{६} = \text{[redacted]} - \text{५ पी} - \text{नी} - \frac{\text{३ नी}}{६}$$

भयो नीलकमानं समगुणमेव भवेदतः कल्पयेत्

यदि	नी=३ तदा	का=२५० -- ५पी -- १०	=२४० -- ५पी।
,,	नी=१४ ,,	का=२५० -- ५पी -- १४ -- ६	=२३० -- ५पी।
,,	नी=२१ ,,	का=२५० -- ५पी -- २१ -- ९	=२२० -- ५पी।
,,	नी=२८ ,,	का=२५० -- ५पी -- २८ -- १२	=२१० -- ५पी।
,,	नी=३५ ,,	का=२५० -- ५पी -- ३५ -- १५	=२०० -- ५पी।
,,	नी=४२ ,,	का=२५० -- ५पी -- ४२ -- १८	=१९० -- ५पी।
,,	नी=४९ ,,	का=२५० -- ५पी -- ४९ -- २१	=१८० -- ५पी।
,,	नी=५६ ,,	का=२५० -- ५पी -- ५६ -- २४	=१७० -- ५पी।

प्रथमं नी=३ कल्पिते यदि तत्र पीतकमानं किमपि त्रिगुणितमेव तत् बहुविशत- पूर्णान्तमस्खलितिरेवतो

Tabular Solution Method

यदि	पी=३९	,,	का=४५	अतः	या=१	(१)
,,	पी=४२	,,	का=३०	,,	या=२१	(२)
,,	पी=४५	,,	का=१५	,,	या=३३	(३)

यदि पी=३९ ,, नी=१४ तदा का=२५ अतः या=१२ (४)
,, पी=४२ ,, नी=१४ ,, का=२० ,, या=२४ (५)
,, पी=४५ ,, नी=१४ ,, का=५ ,, या=३६ (६)
यदि पी=३६ ,, नी=२१ तदा का=२२० -- ५×३६=४०
अतः या=३ (७)

The General Rule

द्वयोः समीकरणयोर्मूलमेकं यदि विद्यते।
तदा तदन्यत्समीक्रिय मूलं तद्वदनुष्ठितम्॥

Second Example with Three Unknowns

अतः या=३ (३)। ,, लो=४ ,, $\begin{cases}\text{का=३०}\\ \text{नी=२८}\end{cases}$

,, या=६ (४)। ,, लो=५ ,, $\begin{cases}\text{का=२०}\\ \text{नी=२५}\end{cases}$

,, या=९ (५)। ,, लो=६ ,, $\begin{cases}\text{का=१०}\\ \text{नी=२२}\end{cases}$

,, या=१२ (६)।

अथ यदि पी=३९ तदा का $= \dfrac{\text{नी १० र २८५}}{\text{६}}$ अतः

का=लो	१०	रू ५५	| अथ यदि लो=१ तदा	$\begin{cases}\text{का=४५}\\ \text{नी=७}\end{cases}$
नी=लो	७	रू ५०	|	$\begin{cases}\text{का=३५}\\ \text{नी=१४}\end{cases}$
अतः या=१	(७)		,, लो=२ ,,	$\begin{cases}\text{का=२५}\\ \text{नी=२१}\end{cases}$

,, या=१२ (८) ,, लो=३ ,, $\begin{cases}\text{का=१५}\\ \text{नी=२८}\end{cases}$

,, या=१५ (९) ,, लो=४ ,, $\begin{cases}\text{का=५}\\ \text{नी=३५}\end{cases}$

,, या=१८ (१०) ,,

The Elimination Method (Madhyamāharaṇa)

अथ यदि पी=४२ तदा का $= \dfrac{\text{नी १० र २८०}}{\text{६}}$ अतः

का=लो	१०	रू ४०	| अथ यदि लो=१ तदा	का=३०, नी=७
नी=लो	७	रू ५०	|	का=२०, नी=१४
अतः या=२१	(१२)		,, लो=२ ,,	का=१०, नी=२१

,, या=२४ (१३)

,, या=२७ (१४)

अथ यदि पी=४५ तदा का $= \dfrac{\text{नी १० र १७५}}{\text{६}}$

तदा का=लो	१०	रू २५	| अथ यदि लो=१ तदा	का=१५, नी=७
नी=लो	७	रू ५०	|	का=५, नी=१४
अतः या=३६	(१५)		,, लो=२ ,,	का=१०, नी=३५

,, या=३९ (१६)

अनेकवर्णमध्यमाहरणभेदाः

अ

Verse on the Elimination Method

इष्टं तयोः प्रथमपक्षादेन
छत्तोकवत् प्रथमवर्णमितिकृत् साध्या।
हृद् यं भवेत् प्रकृतिवर्गमितिः सुखोर्मि-
र्वै कृतिप्रकृतित्रय नियोजनीया ॥५॥

उदाहरणम्

कोो राशिद्विगुणो राशिवर्गेः पट्डिमः समन्वितः।
मूलद्वो जायते बीजगणितं वद तत् त्वम् ॥१॥

अत्र यावत्तावदाद्योर्द्विगुणो वर्गेः पट्डिमः समन्वितः याव ६ या २। एवं वर्ग इति इति कालकवर्गोणा समीकरणार्थं

न्यासः---याव ६ या २ काव ०।
याव ० या ० काव १।

अत्र समशोधने जातौ पक्षौ याव ६ या २, काव १। अथैतौ पट्डामः संगुण्य रूपं प्रक्षिप्य प्राप्तं प्रथमपक्षमूलम् या ६ रूप १। अथ द्वितीयपक्षस्य काव ६ रूप १। वर्गप्रहृत्या मूले क २ उदे ५, वा का २० उदे ४९। उद्दिष्टं प्रथमपक्षद्वयेनैन या ६ रूप १ समं छत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम् $\frac{2}{5}$ वा ८। हृद् यं प्रकृतिवर्गेण कालकस्य मानम् २ वा २०। एवं कनिष्ठयोरुभयोरुभयथा।

उदाहरणम्

राशियोगकृतिर्मित्रा राश्योर्गुणघनेन चेत्।
द्विस्य धनयोगस्य सा तुल्या गणकौच्यताम् ॥२॥

अत्र क्रिया यया न विस्तारेण तथा बुद्धिमता राशी कल्प्यो तथा कल्पितौ (या १ का १), (या १ का १)। अनयोर्गं यः २। अस्य द्विरुद्यैव धनेन मित्रा याव ८ याव ४। अथ राश्योः पृथग् धने। अथामि याव १ याव। का।मा २ काव। या।मा २ का।मा १। द्वितीयस्य भाग १ याव। का।मा २ काव। या।मा २ का।मा १। अनयोर्गं याव २ काव। या।मा ६। द्विः याव ४ काव। या।मा १२ समशोधनार्थं

न्यासः---
याव ८ याव ४ काव। या।मा ० ।
याव ४ याव ० काव। या।मा १२ ।

The General Formula

अत्र माणिक्यादीनां मौल्यानि यावत्तावदादीनि प्रकल्प्य तद्गु- णपरितसंख्यां च छत्वा रूपाणि च प्रक्षिप्य समशोधनार्थं

न्यासः---या ५ का ८ नी ३ रूप १०।
या ३ का ९ नी ५ रूप ६२।

अत्र वर्गं शोध्येदितयादिना जाता यावत्तावद्विमतिः:

$$\text{या} = \frac{\text{का}^{\square}\ \text{नी १ र २८}}{\text{२}}$$

Concluding Verses

नवमिः सममिः शुण्णः को राशिकिंवशात् हतः।
यद्वैक्यं फले काल्यं भवेत् बहुविशतेऽमितम् ॥१०॥

अथैकहरवाच्छेदयोः कल्पयोरुद्दिशनाच्च गुणयोगो गुणकः कल्पितः रूप १६। राशिः=ला १। लब्धैकप्रमाणं कालकस्तद्गुणितं हरं गुणगुणिताद्वादशोरगस्य जातं शेषं या १६ का ३०। एतत् फलं कालकेन युतं या १६ का २६ बहुविशतिसमं छत्वा कुट्टकेन प्राप्त- जातं यावत्तावन्मानं नी २९ रूप २९७। अत्र लब्धयोर्योगस्यैका- तानिर्देशात् क्षेपो न देयः।

उदाहरणम्

कलितसनवशुण्णो राशिकिंवशद्विभाजितः।
यद्वैक्यमपि त्रिशद्दत्तमेकादशाऽऽक्रमम् ॥११॥

End of Part II

Pages 58–114 of the Bījagaṇita

To be continued in Part III (pages 115–170)

Transcribed from the Sanskrit edition of
Shri Bhaskaracharya
Circa 1150 CE

Bījagaṇita

Algebra of Bhāskara II

Part III: Pages 115–170

(Parts 7–9 of 9)

अथ भावितम्
अथ प्रक्षेपकविधिः
आसन्नमूलानि
बीजगणिताध्यायस्य उपसंहारः

Covering:

Equations with Multiple Unknowns (*Aneka-varṇa-madhyamāharaṇa-bhedāḥ*)
Product Equations (*Bhāvitam*)
Special Methods (*Śeṣaṇa*, *Prakṣepaka-vidhi*)
Concluding Verses and Epilogue

Bhāskarācārya
(Bhāskara II, c. 1114–1185 CE)

Typeset from the scanned edition published by
Chowkhamba Sanskrit Series, Varanasi

Modern scholarly typesetting

XeLaTeX with Devanagari support

Contents

Introduction

This volume presents the final portion of Bhāskara II's *Bījagaṇita*, comprising pages 115–170 of the original Chowkhamba Sanskrit Series edition. This section covers the most advanced topics in the treatise:

1. **Aneka-varṇa-madhyamāharaṇa-bhedāḥ** (Equations with Multiple Unknowns) — systematic methods for solving equations involving several unknown quantities, building on the single-variable equations treated earlier.
2. **Bhāvitam** (Product Equations) — equations involving products of unknowns, including the famous "Bhāvita" (product) class of problems.
3. **Śeṣaṇa** and **Prakṣepaka-vidhi** — special algebraic methods for remainder problems and the method of addition/substitution.
4. **Concluding Verses** — the epilogue (*upasaṃhāra*) in which Bhāskara summarizes his work and pays homage to tradition.

Bhāskara employs his characteristic notation where unknown quantities are denoted by the initial syllable याव (*yāva-*, from *yāvattāvat*, "as much as"), and coefficients are prefixed to these symbols. The final sections also include a publisher's catalogue listing the many Sanskrit texts available from the Chowkhamba Sanskrit Book Depot, Varanasi.

---

1 From the Varga-prakṛti Section (p. 115)

The opening of this portion continues the discussion of the Varga-prakṛti (square-nature) equation, i.e., equations of the form $Nx^2 + k = y^2$. The text presents further rules and examples for finding solutions to such indeterminate equations.

Continuation of the Square-nature Method

समशोधने हृते पक्षौ यावच्चावत्तावकस्य रूपं प्रक्षिप्य प्रथमपक्षमूलं या २ रू १ ।
परपक्षस्य काव १२ रू १ । वर्गप्रकृत्या मूले क २ उचे ७ वा क २८ उचे ९७ ।
कनिष्ठं कालकमानम् । उच्चिष्टस्य या २ रू १ समं हृत्वा लब्धं यावच्चावकमानम् ३ वा ४८ ।
स्वच्छानेनोत्थापने हृते जाती राशी १, ५ वा २०, ७६ इत्यादि ॥

After equal subtraction, the two sides being reduced, adding the original constant to the first side, its root is $\sqrt{4y^2+1}$. For the second side: $\sqrt{12y^2-1}$. By the square-nature [method], the roots are $(2, 7)$ or $(28, 97)$. The lesser is the time-value. The residue from $\sqrt{4y^2+1}$ gives the yāvattāvat value 3 or 48. By self-substitution and reduction, the series of values 1, 5 or 20, 76, etc.

अथापरं सूत्रं साध्येऽस्तु ॥

(१) द्वितीयपक्षे सति सममेव तु हत्यापवर्त्योन पदे प्रसाध्ये ।
उच्चिष्टं कनिष्ठेन तदा निहत्याच्छेदं वर्गेण हतोऽपवर्तः ॥ ६ ॥
कनिष्ठवर्गेण तदा निहत्योच्चिष्टं ततः पूर्ववदेव शेषम् ।
इत्यर्थात् ॥

Rule 6: "When the second side exists [and is not unity], having made [the two sides] equal, multiplying and reducing, the remainder [is obtained]; having multiplied the residue by the lesser [root], dividing by the square [nature], the reduced [equation is obtained]. Then having multiplied by the square of the lesser [root], the residue — from that, as before, the remainder." Thus the meaning.

Worked Example (p. 115)

(१) वि०—कल्प्यते समी पक्षौ

काव १
यावव्। ई १ याव।ई १

अत्र प्रथमपक्षस्य मूले क १ द्वितीयपक्षस्य यावव्।ई १ याव।ई १ मूलेन सममिति ।
तत्र द्वितीयपक्षस्य मूले च का।

$$\square\square = \sqrt{\square\square\square

Example 1: "A number whose square minus twice [itself], diminished by a hundred times five [i.e., 500], has two roots — tell me that number quickly, O mathematician."

अत्र राशिः=या १ । अस्य वर्गेऽद्विति: पञ्चगुणा वर्गशतोनिता यावव ५ याव १०० । अयं वर्ग इति कालकवर्गसमं हृत्वा गृहीतं कालकवर्गस्य मूलं का १ । द्वितीयपक्षस्य यावव ५ याव १०० ।
यावच्चावकगुणापवत्यं वर्गप्रकृत्या मूले क १० उचे २० वा क १७० उचे ३८० ।

Worked Example 2 (p. 117)

उदाहरणम् ॥

कयोः स्यादन्तरे वर्गौ वर्गयोगो ययोर्घनः ।
तौ राशी कथयामित्रो वहुधा बोज्ञवित्तम ॥ २ ॥

Example 2: "Two numbers whose difference of squares [equals] the sum of their squares — tell me those numbers, O friend, in many ways, O best of algebraists."

अत्र राशी या १, का १ । अनयोरन्तरं या १ का १ नीलकवर्गसमं हृत्वा लब्धं यावच्चावकमानं का १ नीलं ई १ । अनेन यावच्चावकद्वितीयाप्य जाती राशी का १ नीलं ई, का १ ।
अनयोर्वर्गयोगः काव २ नीलका २ नीलव १ । एष घन इति नीलकवर्गयनसमं हृत्वा शोधने हृते जाते प्रथमपक्षे नीलव १ नीलव १ । द्वितीयपक्षे काव २ नीलका २ ।

Rule for Three Unknowns (pp. 119–120)

(१) साध्यकल्पो यदि वर्गवर्गेषद्वित्र्यादिवर्णस्य हते समं तम् ।
हृत्वा पदं तस्य तदन्वपक्षे वर्गप्रकृत्यैवकदैव मूले ॥
कनिष्ठमाच्छाद्य पदेन तुल्यं उच्चिष्टं द्वितीयेन समं विधायात् ॥ ८ ॥

Rule 8: "If the square of the square of an assumed [quantity], diminished by the square of one, two, three, etc., unknown quantities, having made [the two sides] equal, taking the square root of that, then by the square-nature method, the roots [are found]; covering the lesser root by an equal root, making the residue equal to the second [unknown]..."

Worked Example with Three Unknowns (p. 121)

उदाहरणम् ॥

त्रिकादिचतुरश्रेणां नच्छेदं क्वापि च यत् कलम् ।
तदेव त्रिगुणं क्षेत्रमष्टयुगच्छेदं भवेद्व ॥ ९ ॥

अत्र श्रेण्योन्या इः । आदि=३, चयः=२, गच्छः=या १ । आदि=३, चयः=२, गच्छः=का १ ।
अनयोः (क) कलं=याव १ या २, काव १ का २ । अनयोरन्यत् त्रिगुणं परस्मिं हृत्वा शोधनार्थं

⊠⊠⊠⊠⊠⊠ ⟶ ⊠⊠⊠ ⊠ ⊠⊠ ⊠

⊠⊠⊠ ⊠ ⊠⊠ ⊠

शोधने हृते पक्षौ त्रिगुणीहृत्व नव प्रक्षिप्य प्रथमपक्षस्य मूलं या ३ रू ३ ।
द्वितीयपक्षस्य काव ३ का ६ रू ९ । नीलकवर्गेण

Rule for Equal-square Unknowns (p. 121)

(९) प्रथमपक्षस्यद्विगुणीतच्छेदस्य मूलं नीलं प्रकल्प्य तद्वर्गेण समं परं पक्षं
हृत्वा पूर्वोक्तर्यस्य वासना चातिसरति ॥

"Having assumed the root of twice the divisor of the first side as the 'blue' [unknown], having divided the other side by its square, the desire is satisfied more than previously stated."

2.2 The Method of Substitution (pp. 125–128)

अथ सूत्रं सूचयम् ॥

(१) सकृपमयकमल्पकं वा विभोगमूलं प्रथमं प्रकल्प्य ।
योगान्तरशेषकमाजिताच्छेदान्तरशेषकतः पदं स्यात् ॥ १२ ॥

Rule 12: "Having assumed the root of the difference of [the two sides] as the first [unknown], or a small quantity, [and] the residue of the difference of sums as the square [of another unknown], the root [is obtained]."

(९) वि०—अत्र कल्प्यते योगान्तरशेषमानम् = क्षे
वर्गान्तरशेषमानम् = क्षे$_2$, वर्गयोगशेषमानम् = क्षे$_3$
विभोगमूलम् = या, योगमूलम् = का

$$\square\square\square\ \square\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square\ \square\square\square\square\square\square = \square\square^2 - \square\square\square\square_1,\ \square\square\square\square = \square\square^2 - \square\square\square\square_1$$

$$\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square = \frac{\square\square^2 - \square\square^2}{2}, \quad \square\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square = \frac{\square\square^2 + \square\square^2 - 2\square\square\square\square_1}{2}$$

Rule 13 (p. 129)

शेषं ततः शेषकमूलमन्यच्च मूले विद्ध्वादसकृत् सम्मते ॥ ९ ॥
समाविते वर्गकृती तु यत्र तन्मूलमादाय च शेषकस्य ।
इष्टोद्धृतस्येर्विवर्जितस्य दलैन समं तद्विह तदैव कार्यम् ॥ १० ॥

Worked Example on the Product Method (p. 130)

उदाहरणम् ॥

तौ राशी वद यत्कृत्योः समस्तगुणयोर्युतिः ।
मूलद्वा स्याद्योगमष्टौ मूलद्वा रूपसंयुतः ॥ १ ॥

अत्र राशी या १, का १ । अनयोर्वर्गयोः समस्तगुणयोर्युतिः यावव ७ काव ८ । अयं वर्ग इति नीलकवर्गसमं हृत्वा पक्षयोः कालकधनं प्रक्षिप्य नीलकपक्षस्य मूलं नी १ । परपक्षस्य याव ७ काव ८ ।

Summary Verses (p. 131)

अथ सूत्रं सूचयम् ॥

(१) सकृपमयकमल्पकं वा विभोगमूलं प्रथमं प्रकल्प्य ।
योगान्तरशेषकमाजिताच्छेदान्तरशेषकतः पदं स्यात् ॥ १२ ॥

वर्गान्तरशेषकसंमितिर्युता क्षेपेण हृत्वोर्ध्वितेन तै ततः ।
द्विधा पदं तत्पदयुगविभोगाज् मूलं युतमूलमतस्तयोरिति ॥

"The difference of squares having a residue equal to the divisor, divided by the additive, then by the quotient, [the root] divided in two; from the difference of the pair of roots, the root [of the lesser] from the sum of the roots, thus [proceeding]..."

3 Bhāvitam and Prakṣepaka-vidhi (pp. 134–152)

3.1 Equations with Product Terms (pp. 134–138)

This section deals with *bhāvita* (product) equations, where the unknowns appear in product form. The method extends the techniques for multiple unknowns to handle more complex algebraic structures.

अथ वा स्वर्णकल्पनायां मन्दबुद्धीनां पुनः किञ्चित् पठितः ।
तत् सूचयामि ॥

हरमका यस्य हृति सूक्ष्मति सोऽपि द्वितीयपदयुतातः ।
तेनाहतोऽस्यवर्णो रूपपदेनान्वितः कल्पः ॥ १६ ॥

Rule 16: "The divisor multiplied by [some quantity] whose [result] is fine, added to the second term; having multiplied by that, the unknown [is obtained], combined with a root term [as] the assumption."

Worked Example (p. 137)

उदाहरणम् ॥

न यदि पदं रूपाणां शिष्येत्तं तेन हरतोऽपि ।
नावच्छद्गुणो भवति न चेदेवमपि किल तथै ॥ १७ ॥

हरमतिः । यस्याङ्कस्य हृतिहरमका सती सूक्ष्यतीति निश्शेषा भवति अपि च सोऽप्यङ्को हर्यो रूपपदेन च गुणितो हरमकः सन् सूक्ष्यति तदा तेनाहतोऽस्यवर्णस्तेन रूपाणां घनमूलं न लभ्यते तदा तेन रूपेषु हरतोऽपि तावद्गुणो भवेत् तन्मूलं रूपपदं स्यात् ।

3.2 The Bhāvita Rule (pp. 140–141)

भावितम् ॥

वर्णद्वयातिकूपेऽस्य मकरवेष्टनैकतः ।
एताम्या संयुताबुद्धि कल्पयो वैच्छया च तौ ॥ ३ ॥

वर्णद्वयो वर्गयोरन्ते क्रियते ते विपर्ययात् ।
समयोः पक्षयोरेकमाध्यमिकमपास्य तौ वर्णौ रूपाणि च

The section on "Product": "Two unknowns, their product having a coefficient, from one side having a single enclosure [i.e., bracketed], having assumed any sum of their values, [proceeding] with the pair of unknowns reversed, [taking] the square of two unknowns, the means [being] equal, having removed one middle term, the two unknowns and the roots..."

Worked Example on Bhāvita (p. 142)

उदाहरणम् ॥

चतुःषष्टिगुणयो राश्योः संयुतिर्द्वियुता तयोः ।
राशिघातेन तुल्येति ॥

तत्र यथोक्तं हृते पक्षौ $\left\{ \begin{array}{l} \text{या ४ का ३ रू २} \\ \text{या।का।भा १} \end{array} \right.$

वर्णद्वयातिकूपेऽस्य १४ एतदेकेनाहतं हते जाते द्विके १, १४ । एते वर्णद्वया ४, ३ स्वैच्छया युते जाते यावच्चावककालकमाने ५, १८ वा १७, ५ । द्विकेन ५, ११ वा १०, ६ ॥

3.3 The Method of Mean Elimination (pp. 145–147)

माध्यमाविगमः ॥

आसन्नमानस्य हराशमानम् अप्राप्तिगुण्ये सहिते क्षेपेण ।
पूर्णे स्याताम् अन्तरराशिकाभ्यां तदा हरांशो भवतीश्रमस्य ॥ १ ॥

आसन्नमानयोरन्तरमेव भवेत् ।
अंशस्थाने सदा रूपं चिन्त्येत तथा धीमता ॥ २ ॥
सर्वेषामासन्नमानेषु हरांशो भवति षट् ।
तथोत्तरोत्तरं सूक्ष्मतामासन्नानि भवन्ति हि ॥ ३ ॥

The method of mean-elimination: "The divisor-measure of the approximate value, added to the non-obtained quantity and the additive, being complete by two numbers with difference, then the divisor-fraction [gives] the effort. The difference of two approximate values alone [suffices]. The numerator [is] always unity [at first], thus by the intelligent. For all approximate values, the divisor-fraction is six. Thus gradually, more and more subtle approximate values are obtained."

Concluding Verses of the Bhāvitam Section (pp. 151–152)

तथा गोले मयोक्तम् ।
उत्थ सदसतां मर्तानां वैराशिकमात्रमेव पाठो बुद्धिरेव बीजम् ।
तथा गोलाख्याय मयोक्तम् ।

अस्ति वैराशिकं पाठी बीजं च विमला मतिः ।
किमन्यत् सुखदीनामतो मन्दाऽर्थमुच्यते ॥

गणककर्मान्तरमयं बाललोचनगम्यं
सकलगणितसारं सोपपत्तिप्रकारम् ।
इति बहुगुणयुक्तं सर्वदोषैर्विमुक्तं
पठ पठ मतिबुद्ध्यै लाघवं प्रौढिसिद्ध्यै ॥

The epilogue: "Thus I have spoken of the sphere. For people ascending from the unreal to the real, the mere reading [of this text] is the seed of intelligence. Thus I have spoken of the sphere called 'Gola'. There is the study of the text and pure intellect — what else [is needed]? For the delight of the wise, this is declared. This work accessible to the eye of a child [yet] profound, the essence of all mathematics with proofs endowed, endowed with many virtues, free from all faults — read, read with intelligence and understanding, for ease and the attainment of maturity."

इति श्रीभास्कराचार्यविरचिते सिद्धान्तशिरोमणौ
बीजगणिताध्यायः समाप्तः ॥

"Thus ends the Bījagaṇita-adhyāya in the Siddhāntaśiromaṇi composed by Śrī Bhāskarācārya."

वि०—इति कूपाङ्कनमुखाकरे यदिह भास्करबीजमपूर्वकम् ।
तदुपनिषमतीव चमत्कृतिं विभिधरस्य चकार च कारणम् ॥

Editor's note: "That unprecedented algebra of Bhāskara which here [appears] with the face of a well-digit-mine [i.e., a numerical source], having ascertained it with the Upaniṣad [of commentary], the cause of the appearance of manifold wonder."

4 Final Sections and Publisher's Catalogue (pp. 153–170)

4.1 Navīna-mati-viśeṣaḥ (pp. 153–157)

The section on "Special Methods for New Understanding" presents advanced techniques for solving equations through approximation and iteration, building on the methods developed earlier.

नवीनमतिविशेषः ॥

निरक्ष पदं यद्द्विगुणात् स्यात् फलार्थं धनार्थं तदेवात्र शेषं तदस्यम् ।
पदद्वयं धनं शेषहृतप्रमन्यत् फलं तद्भवत् शेषमूलं धनेन ॥ १ ॥
धनार्थं नवं तस्य कृत्या विहीनो गुणः शेषमकोऽस्यवर्णस्य मानम् ।
मूद्गुसेव मते यदा शेषमानं भवेद्द्वितीयं तदा लब्धितौ ते ॥ २ ॥

Rule 1: "A number, when doubled, becomes the root; for the fruit [result], for wealth [coefficient], that same residue here — its two terms [are] the wealth divided by the residue; the fruit [is] the root of the residue multiplied by the wealth. The new wealth is diminished by nine times its square; the multiplier, diminished [thus], [gives] the measure of the unknown. When by the opinion of Mūdgu [i.e., by the method of approximation], the residue-value becomes the second [term], then the quotient for both."

4.2 Worked Examples on Special Methods (pp. 157–159)

उदाहरणानि ॥

(१) कल्प्यते अ+क=५७६०, अ−क=$\frac{\text{अ}}{\boxtimes}$ तदा अ=३८४०,
क=१९२० इति क्षिप्रम् ॥

(२) यदि $\frac{\boxtimes\text{क}+\boxtimes}{\boxtimes} = \frac{\boxtimes\text{क}+\boxtimes}{\boxtimes}$ तदा कमानम्=१ इति क्षिप्रम् ॥

(३) यदि $\frac{\text{क}+\boxtimes}{\boxtimes} + \frac{\boxtimes\text{क}-\boxtimes}{\boxtimes} + \frac{\boxtimes}{\boxtimes} = \frac{\boxtimes\text{क}+\boxtimes}{\boxtimes}$, तदा क=२० इति क्षिप्रम् ॥

(४) $(\text{क} + \frac{\boxtimes}{\boxtimes})(\text{क} - \frac{\boxtimes}{\boxtimes}) - (\text{क} + \boxtimes)(\text{क} - \boxtimes) + \frac{\boxtimes}{\boxtimes} = \boxtimes$
तदा क=१२ इति क्षिप्रम् ॥

4.3 The Method of Approximate Roots (pp. 160–165)

This section presents the *āsanna-mūla* (approximate root) method — an iterative technique for finding successively better approximations to irrational square roots, a precursor to what is now known as Newton's method.

आसन्नमूलानि सूत्राणि ॥

आसन्नमानस्य हराशमानम् अप्राप्तिगुण्ये सहिते क्षेपेण ।
पूर्णे स्याताम् अन्तरराशिकाभ्यां तदा हरांशो भवतीश्रमस्य ॥ १ ॥

The mathematical procedure is as follows: given a non-square number n, to find $\sqrt{n}$:

1. Choose an initial approximation a_1 (the "approximate value")
2. Compute the residue: $r = n - a_1^2$
3. Form the next approximation: $a_2 = a_1 + \dfrac{r}{2a_1}$
4. Iterate for successively better approximations

कल्प्यते—
(१) 0, अ, अ', अ'', ...
(२) 1, सो, सो', सो'', ...
(३) अ, क$_{\boxtimes}$, क$_{2}$, क$_{3}$, क$_{4}$, ...
अत्र क$_{\boxtimes}$, क$_{2}$, क$_{3}$,—अयबवदासन्नमूलस्यासन्नमानानि $\frac{\text{प}}{\text{ल}}$, $\frac{\text{प}'}{\text{ल}'}$, $\frac{\text{प}''}{\text{ल}''}$ चेति ।

$$\sqrt{n} = \frac{\frac{\sqrt{n+\boxtimes_1}}{\boxtimes\boxtimes'} \cdot \boxtimes + \boxtimes}{\frac{\sqrt{n+\boxtimes_1}}{\boxtimes\boxtimes''} \cdot \boxtimes + \boxtimes} = \frac{\boxtimes(\sqrt{n+\boxtimes_1}) + \boxtimes\boxtimes''\boxtimes}{\boxtimes(\sqrt{n+\boxtimes_1}) + \boxtimes\boxtimes''\boxtimes}$$

4.4 Final Concluding Verses (pp. 166–168)

The treatise concludes with verses that reflect on the nature of mathematical knowledge and pay homage to the tradition:

इति श्रीभास्कराचार्यविरचिते सिद्धान्तशिरोमणौ
बीजगणिताध्यायः समाप्तः ॥

अस्ति वैराशिकं पाठी बीजं च विमला मतिः ।
किमन्यत् सुखदीनामतो मन्दाऽर्थमुच्यते ॥

गणककर्मान्तरमयं बाललीलावनोगम्यं
सकलगणितसारं सोपपट्टिप्रकारम् ।
इति बहुगुणयुक्तं सर्वदोषैर्विमुक्तं
पठ पठ मतिबुद्ध्यै लाघवं प्रौढिसिद्ध्यै ॥

"There is the study of this work and pure intellect — what else [is needed]? Thus is declared for the delight of the wise. This [work], accessible as a child's play [yet] the essence of all mathematics with demonstrations, endowed with many virtues, free from all faults — read, read with intelligence and understanding, for ease and the attainment of maturity."

The author reflects on the completion of the work:

तथा गोले मयोक्तम् ।
उत्थ सदसतां मर्तानां वैराशिकमात्रमेव पाठो बुद्धिरेव बीजम् ।
तथा गोलाख्याय मयोक्तम् ॥

"Thus I have spoken of the sphere. For people ascending from the unreal to the real, the mere reading [of this text] is the seed of intelligence. Thus I have spoken of what is called the sphere."

Colophon

इति श्रीभास्कराचार्यविरचिते सिद्धान्तशिरोमणौ
बीजगणिताध्यायः समाप्तः ॥

Editor's Note (p. 168)

वि०—इति कूपाङ्कनमुखाकरे यदिह भास्करबीजमपूर्वकम् ।
तदुपनिषमतीव चमत्कृतिं विभिधरस्य चकार च कारणम् ॥

"That unprecedented algebra of Bhāskara, which here [appears] at the mouth of the well-digit-mine, having ascertained it with the Upaniṣad [of commentary], became the cause of the appearance of manifold wonder."

The Bhāvanā (Composition) Method

अ[illegible]

भावना ॥

ज्येष्ठद्वयकृतिर्भक्ता क्षेपयोगेन यत्र तत् ।
कनिष्ठद्वयकृतिस्तत्र भवनेयं प्रचक्षते ॥

ज्येष्ठं ज्येष्ठक्षयोर्मूलं क्षेपयोगसमन्वितम् ।
कनिष्ठकनिष्ठयोगाभ्यां क्षुद्रकं तत्समन्वितम् ॥

ज्येष्ठोन्मूलं तु यत् प्रोक्तं तत्क्षेपयोगसमन्वितम् ।
कनिष्ठोन्मूलं सम्प्रोक्तं तत्क्षेपयोगसमन्वितम् ॥

भावनायाः प्रकाराः। There are four types of bhāvanā:

(□) समभावना — Composition of two solutions with the same interpolator

(□□) अन्तरभावना — Composition with difference (cross-multiplication)

(□□□) त□□□भावना — Composition of a solution with itself

(□□) विशेषभावना — Special composition for specific cases

Given (x_1, y_1, k_1) and (x_2, y_2, k_2) such that $Nx_i^2 + k_i = y_i^2$:

$$\text{नवज्येष्ठं } Y = y_1y_2 + Nx_1x_2$$
$$\text{नवकनिष्ठं } X = x_1y_2 + x_2y_1$$
$$\text{नवक्षेपः } K = k_1 \cdot k_2$$

The Key Property of Bhāvanā

क्षेपक्षेपयुतो राशिः क्षेपक्षेपहतो रसः ।
ज्येष्ठं ज्येष्ठक्षयोन्मूलं क्षेपयोगसमन्वितम् ॥

कनिष्ठकनिष्ठयोगाभ्यां क्षुद्रकं तत्समन्वितम् ।
क्षेपयोगश्च तद्वेष्टो भावनेयं प्रचक्षते ॥

अन्तरभावना। When one interpolator is positive and the other negative:

$$X = |x_1y_2 - x_2y_1|, \quad Y = |y_1y_2 - Nx_1x_2|, \quad K = -k_1k_2$$

Application to the Cakravāla Method

क्षेपको यत्र ऋणवत् तत्र द्विकृत्या सखे ।
क्षेपो धनो भवेत् तस्माद् युक्त्या सा समभावना ॥

When the cakravāla iteration yields $k = -1$, composing the solution with itself via bhāvanā gives $k = (-1)^2 = +1$, which is the desired final solution.

भावनाविधिः संक्षेपेण

यदि $Nx_1^2 + k_1 = y_1^2$ तथा $Nx_2^2 + k_2 = y_2^2$

तदा $N(x_1y_2 + x_2y_1)^2 + k_1k_2 = (y_1y_2 + Nx_1x_2)^2$

अथवा अन्तरभावनया

$$N|x_1y_2 - x_2y_1|^2 + k_1k_2 = |y_1y_2 - Nx_1x_2|^2$$

Additional Rules on Equation-Solving

The Rule of Inversion

विलोमविधिः ॥

यथाऽऽख्यातं विपर्यस्येद् यदि स्याद् विपरीतकम् ।
गुणकारं विभागस्थं विभागं गुणकारगम् ॥
यद्ययस्कान्तकं युक्तं यदि वा क्षयितं तथा ।
तदेव तस्य विज्ञेयं राशेर्वेत्सि यदि क्रियाम् ॥

Rule for Sum of Series

श्रेणिसमासः ॥

आदिरन्तं पदार्धं वा द्विगुणीकृत्य तद् गुणम् ।
उत्तरेण विना चैव सम्मुखोनेन संगुणम् ॥
वर्गितेनोत्तरेणैव समं तद् यद् विभाजितम् ।
तत् समुद्धृत्य वर्गं यत् तत् समं स्याच् छुतेन तत् ॥

Rule for the Pythagorean Theorem

क्षेत्रव्यवहारः ॥

त्रिभुजे कर्णवर्गः सम □□□□□□□□□□□□□ पदवर्गयोगतुल्यः ।
समकोणत्रिभुजे समकोणसम्मुखभुजयोर्वर्गयोगः कर्णवर्गतुल्यः ॥

Final Benediction

सिद्धिरस्तु ॥

लीलावत्यां गणितमथ बीजं बीजगणिते ।
यद् व्यक्तं तद् विमलबुद्धेरुपहितं मुदे ॥

यावन्न विमला बुद्धिर्बीजं नैव प्रकाशते ।
तावत् किं बहुकोपेन मलिना बुद्धिना विना ॥

Publisher's Catalogue (Chowkhamba Sanskrit Book Depot)

The final two pages contain a catalogue of Sanskrit publications available from the textscChowkhamba Sanskrit Book Depot (Chowkhamba Griham), 4015 Thatheri Bazar, Varanasi. The catalogue lists works across all branches of Sanskrit learning, including:

- Nos. 19–40 list Sanskrit astronomical, algebraic, calendrical, and jyotisha works issued by the Chowkhamba Sanskrit Book Depot.
- The catalogue includes works attributed to or edited by Sri-Candrasekhara, Srimahavira Pandita, Sriganesha-dhara Mitra, Sri-Sudhakar Dvivedi, and related authors.
- The final entry records *Tulanatmaka bhasa sastra* by Dr. Mangala-deva Sastri.

कृष्णदास गुप्त,
४०१५ ठठेरी बाजार, बनारस सिटी ।

Chowkhamba Sanskrit Book Depot
4015 Thatheri Bazar, Varanasi City

॥ श्रीः ॥

लीलावती

श्रीभूतगणकचक्रचूडामणि—भास्कराचार्यविरचिता

Līlāvatī of Bhāskarācārya

(Treatise on Arithmetic, c. 1150 CE)

Critical edition from the manuscript of the
Late Pt. Manmohan Shastri Collection, Jammu
Digitized by eGangotri

Published by Shyamlal Bhat, Kashi (Varanasi)
Third Edition, *Śāka* 1829 (1907 CE)

Edited and Typeset in Modern LaTeX

Sanskrit text in Devanagari, English translation, mathematical commentary

Set in XeLaTeX with Noto Serif Devanagari

Preface

The *Līlāvatī* is the first section of Bhāskara II's monumental work *Siddhāntaśiromaṇi*, composed in 1150 CE. Named after Bhāskara's daughter, it is the most celebrated textbook of Indian arithmetic, covering arithmetic operations with integers and fractions, rules of proportion, interest calculation, plane geometry, solid geometry, and combinatorial problems.

The present edition reproduces the Sanskrit verses (*śloka*) with *anvaya* (word-order analysis) and English translation, together with mathematical explanation. The source is the third edition printed at Kashi (Varanasi) by Shyamlal Bhat, preserved in the collection of the late Pandit Manmohan Shastri of Jammu.

Technical notes: Sanskrit text is set in Noto Serif Devanagari with HarfBuzz rendering. Mathematical formulas follow modern notation. Each rule (*sūtra*) is given in Sanskrit followed by translation and worked examples. All Hindi commentary has been removed; only Sanskrit source text and English translation are retained.

Invocatory Verses (☒☒☒☒☒☒☒☒☒)

लीलागुल्लक्षोल्कालव्यालविलसिने ।
गणेशाय नमो नीलकमलामलकान्तये ॥ १ ॥

Translation: Salutation to Gaṇeśa, the dark-lotus-hued, the playfully sportive one, having the brightness of the rising sun.

अवतार पुरा पुराणेषां यदुकुले जगतीहितेहिने ।
जयति सोऽयमिमां सकलां लीलावतीं मामपि सिद्धमहीपतिः ॥ ७ ॥

Translation: In former times, the protector of the Yadu dynasty, the benefactor of the world, incarnated. May that same victorious king complete this *Līlāvatī* together with me.

शाकाब्दे वर्षे कविवचनवती त्रिविक्रमो भूतनयोरस्य जातः ।
यो भोजराजेन कृताभिधानो विद्यापतिभूस्करभट्टनामा ॥ ८ ॥

Translation: In the Śaka year, Trivikrama was born, who was given the title Vidyāpati by King Bhoja, known as Bhūskara Bhaṭṭa.

तस्माद्विदुषदर्वज्ञो जातो गोविन्दसन्निभः ।
प्रभाकरः सुतस्तस्यात्मजस्तद्वाऽपरः ॥ ९ ॥

Translation: From him was born the all-knowing scholar Prabhākara, resembling Govinda.

तस्मान्मनोरथो जातः सतां पूर्णमनोरथः ।
श्रीमान्महेश्वराचार्यस्ततोऽजनि कवीश्वरः ॥ १० ॥

Translation: From him was born Manoratha, who fulfilled the desires of the virtuous; and from the illustrious Maheśvara Ācārya was born the lord of poets.

तत्सुतः कविबुधावनिन्दितपदः सदैव विद्यालता-
कण्ठः कविरनुप्रसादितपदः सर्वज्ञविभासदः ।
यच्छिष्यः स ह कोऽपि नो विबुधद्विद्दक्षो विबाधी क्वचित्
श्रीमान् भास्करकोविदः सममवत्सर्क्षितिपुण्यार्णिवतः ॥ ११ ॥

Translation: His son, a poet praised by the learned. His student was the illustrious Bhāskara, equally virtuous, ocean of good deeds.

भास्करचितयमथा सिद्धान्तशिरोमणिप्रख्याः ।
तदयं कृताऽनन्ये व्याकृतया मन्मठे नियतं ॥ १५ ॥

Translation: This *Līlāvatī*, composed by Bhāskara, is the jewel on the head of the *Siddhāntaśiromaṇi*, now presented with unique explanations.

Contents

Overview of the Līlāvatī

The *Līlāvatī* contains the following major topics:

1. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Invocatory Verses) — Salutations and genealogy
2. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Definitions) — Units of measurement, numerical notation
3. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Arithmetic) — Operations on whole numbers
4. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Fractions) — Operations with fractions
5. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Zero) — Operations with zero
6. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Rule of Three) — Direct and inverse proportion
7. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Mixed Problems) — Interest, alligation, barter
8. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Plane Geometry) — Areas, Pythagorean theorem
9. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Excavations, Piles) — Volumes, stacking
10. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Progressions) — Arithmetic and geometric series
11. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Shadows) — Height and distance problems
12. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Pulverizer) — Linear Diophantine equations
13. ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ (Permutations) — Combinatorial problems

1 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Definitions and Units of Measurement

The *Līlāvatī* begins with fundamental definitions of units of measurement essential for all practical arithmetic in medieval India.

1.1 ⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Units of Weight

पादोनग्रानकतुल्यष्टकैः समतुल्यैः कथितोऽत्र सेरः ॥
मणाभिधानं व्युग्मैः सैरैधार्यादितोल्येषु तुष्टकसङ्ख्या ॥ १ ॥

Translation: A *ser* is equal to eight *pāda* or equal to eight grains. A *maṇa* is twice the amount of a *ser* in weighing gold, etc.

द्वयकद्विसहस्रैर्घटकैः सैरस्तैः पञ्चभिः स्याद्घटिका च ताभिः ॥
मणोऽष्टमित्वालमगीरशाहकृतास्त्र सङ्ख्या निजराज्यपृष्ठे ॥ २ ॥

Translation: Two thousand *ghaṭakas* make a *ser*; five of these *sers* make a *ghaṭikā*. The weight of one *maṇa* in this kingdom follows this system.

1.2 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Definitions of Time

शोभाः कालादिपरिभाषा लोकतः प्रसिद्धा देया ॥

Translation: The definitions of time and other measures are well-known in the world.

The traditional Indian system of time measurement: 60 *vipalas* = 1 *pala*; 60 *palas* = 1 *ghaṭikā* (24 minutes); 60 *ghaṭikās* = 1 day and night; 15 days = 1 *pakṣa* (fortnight); 2 *pakṣas* = 1 month; 12 months = 1 year.

2 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Arithmetic Operations

This chapter covers the fundamental operations: addition, subtraction, multiplication, division, squaring, square roots, cubing, and cube roots.

2.1 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Addition and Subtraction

सूत्रः यथोक्तं परिकल्प्य गणितं कुर्यात्।

As taught, having set up the numbers, one should compute.

Numbers must be aligned by place value before performing addition or subtraction. The commentary demonstrates this with worked examples.

Example: Add 2, 5, 32, 193, 18, 10, and 100.

Set up and sum: $2 + 5 + 32 + 193 + 18 + 10 + 100 = 360$.

Example: Subtract 10000 from 360: $10000 - 360 = 9640$.

2.2 [illegible] — Multiplication

सूत्रः समद्विघातः कृतिः उच्यते

A product of two equal numbers is called a square (kṛti).

Example: To multiply 135 by 12:

$$135 \times 12 = 135 \times 10 + 135 \times 2 = 1350 + 270 = 1620$$

Bhāskara gives several methods: direct multiplication, breaking into parts (distributive property), and using algebraic identities.

2.3 [illegible] — Division

Division is performed by repeated subtraction. The commentary gives detailed worked examples following the place-value method.

Example: $360 \div 12 = 30$.

2.4 [illegible] — Squaring

सूत्रः समद्विघातः कृतिः उच्यते

The product of two equal numbers is called a square.

Methods for squaring a number:

Method 1: Direct multiplication $n \times n$

Method 2: Using the formula $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Method 3: Using the formula $n^2 = (n+a)(n-a) + a^2$

सूत्रः खण्डाभ्यां वा हतो राशिरिष्टः खण्डचतुष्कयुक् ॥

[illegible]...

2.5 [illegible] — Square Root Extraction

सूत्रः अथ स्थाप्यो□न्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्नः॥ स्यादपरिच्छेदः तथा परेऽभ्यस्तयुक्त्वान्त्यमपि राशिम् ॥ ८ ॥

Set down the number. Find the largest square in the leftmost group. This gives the first digit of the root. Subtract its square, bring down the next group, divide by twice the current root, and repeat.

Example: Find $\sqrt{65536}$:

$\sqrt{65536}$	256
4	(largest square ≤ 6)
$25\overline{5}$	bring down 55
$45 \times 5 = 225$	$2 \times 20 = 40,\ 255 \div 40 \approx 5$
$\overline{3036}$	bring down 36
$506 \times 6 = 3036$	$2 \times 250 = 500,\ 3036 \div 500 \approx 6$
0	remainder zero

Therefore $\sqrt{65536} = 256$.

2.6 [illegible] — Cubing

सूत्रः समत्रिघातः घनः उच्यते

The product of a number multiplied three times by itself is called a cube.

Methods for cubing:

Method 1: Direct multiplication $n \times n \times n$

Method 2: Using $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

2.7 [illegible] — Cube Root Extraction

The method follows a similar place-value decomposition as square root extraction, but using cubes of digits.

Example: $\sqrt[3]{1728} = 12$, since $12^3 = 1728$.

3 [illegible] — Operations with Fractions

3.1 [illegible] — Four Classes of Fractions

Bhāskara defines four types of fractions:

1. [illegible] (*bhinna*) — Simple fraction $\frac{a}{b}$
2. [illegible] (*prabhāga*) — Part of a part
3. [illegible] (*bhāgānubandha*) — Fraction combined with an integer
4. [illegible] (*bhāgāpavāha*) — Fraction less than an integer

3.2 [illegible] — Multiplication and Division of Fractions

सूत्रः नरघ्ननरके क्रमशो गुणयेत् तद् भागहारकैः ॥

Multiply the numerator by the numerator and the denominator by the denominator for multiplication; for division, invert and multiply.

Example: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2\times5}{3\times7} = \frac{10}{21}$

Example: $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$

3.3 [illegible] — Squares and Cubes of Fractions

सूत्रः वर्गोघनौ च वर्गघनकारकृतौ भिन्नस्य ॥

[illegible].

Example: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}, \quad \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

4 [illegible] — Operations with Zero

सूत्रः योगे खं क्षयसङ्ख्यये व्यतिकले शून्यं व्येके गुणके हारे ।
खं खं गुणं गुणकारे शून्यं युक्तं च युक्तावियुक्तं च ॥

Translation: In addition, zero makes the number unchanged; in subtraction, zero makes the number unchanged; in multiplication, the product is zero; when zero is the divisor, the result is *khahāra* (a fraction with zero denominator, i.e., infinity).

Bhāskara gives the following rules for operations involving *śūnya* (zero):

- $a + 0 = a$ (addition)
- $a - 0 = a$ (subtraction)
- $a \times 0 = 0$ (multiplication)
- $0 \times 0 = 0$ (multiplication of zero by zero)
- $\frac{0}{a} = 0$ (division of zero by a number)
- $\frac{a}{0}$ is *kha-hāra* (a fraction with zero denominator), considered infinite

सूत्रः खहरं तत्र गुण्यं यदि षुण्यं तत् समं गुण्यस्य ॥

In khahāra, if zero is the multiplier, the result equals the multiplicand.

Bhāskara's concept of *khahāra* (a fraction with zero denominator) is remarkable — he treats it as representing infinity, and notes that adding or subtracting any finite quantity from it leaves it unchanged.

असङ्ख्याः खहरा निर्दिष्टा असंख्यैः गुणकैः ॥

[illegible]...

5 [illegible] — The Rule of Three

The Rule of Three (*trairāśika*) is one of the most important topics in Indian arithmetic. It solves problems of the form:

$$\text{“If } A \text{ gives } B\text{, what does } C \text{ give?”} \quad \text{Answer: } \frac{B \times C}{A}$$

5.1 [illegible] — Direct Rule of Three

सूत्रः प्रमाणफलमिच्छाफलं चेत् कुर्यात्।
Multiply the fruit by the desire and divide by the measure.

Example: If 5 books cost 60 rupees, what do 8 books cost?

$$\text{Price} = \frac{60 \times 8}{5} = 96 \text{ rupees}$$

5.2 [illegible] — Inverse Rule of Three

सूत्रः व्यस्ते विपरीतं कुर्यात्।
In the inverse case, do the reverse.

When the relationship is inverse (more workers take less time, etc.):

$$\text{Result} = \frac{B \times A}{C}$$

Example: If 8 workers complete a job in 15 days, how many days will 12 workers take?

$$\text{Days} = \frac{8 \times 15}{12} = 10 \text{ days}$$

5.3 [illegible] — Extended Rules

सूत्रः पञ्चराशिके मध्यमफलं द्विधा कृत्वा ॥
[illegible]...

Extended rules for compound proportions:

- [illegible] (Five-fold rule): Two intermediate terms
- [illegible] (Seven-fold rule): Three intermediate terms
- [illegible] (Nine-fold rule): Four intermediate terms

6 [illegible] — Mixed Problems

This chapter contains a variety of practical problems covering interest, barter, alligation, and other commercial arithmetic.

6.1 [illegible] — Alligation

सूत्रः मिश्रमूल्यात्प्रत्येकमूल्यं विशोध्य शुद्धिकं प्रति विक्रयेण ॥
[illegible]; [illegible] [illegible] [illegible].

Problem: If rice of quality A costs 8 rupees/kg and rice of quality B costs 12 rupees/kg, in what ratio should they be mixed to get a mixture worth 10 rupees/kg?

$$\text{Ratio} = (12 - 10) : (10 - 8) = 2 : 2 = 1 : 1$$

6.2 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Compound Interest

सूत्रः मूलं व्याजेन वर्धितं पुनस्तेन वर्धितं यदि स्यात् ॥
⊠⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠, ⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠ ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠...

Problem: 100 rupees lent at 5% per month for 1 year. Find the amount.

$$A = P(1+r)^n = 100 \times \left(\frac{21}{20}\right)^{12}$$

6.3 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Filling of Tanks

Problem: A tank has three pipes. The first can fill it in 5 hours, the second in 6 hours, and the third can empty it in 4 hours. If all three are opened together, how long will it take to fill the tank?

$$\text{Net fill rate} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{4} = \frac{12+10-15}{60} = \frac{7}{60}$$

Time to fill = $\frac{60}{7} = 8\frac{4}{7}$ hours.

7 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Plane Geometry

क्षेत्रे व्यवहारः ---

This section deals with the calculation of areas of various plane figures and the properties of right triangles.

7.1 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Rectangle

सूत्रः दैर्घ्यं विस्तारेण गुणितं क्षेत्रफलं भवति।
The area of a rectangle is length multiplied by breadth.

7.2 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — The Pythagorean Theorem

सूत्रः भुजे द्वादशके यो यो कोटिकर्णविनिर्णये कथा ॥
प्रकाराभ्यां वद विप्र तो तावकर्णी गतौ ॥ ५ ॥

Translation: O learned Brahmin! The sides (bhujā) being 12, tell me quickly the hypotenuse (karṇa) and perpendicular (koṭi) by both methods.

सूत्रः इष्टयोराहतिर्द्वयोः कोटिवर्गान्तरं भुजः ॥
कृतियोगस्तयोरेवं कर्णस्त्वकरणीगतः ॥ ८ ॥

Translation and Mathematical Explanation:

This verse gives the relationship between the sides of a right triangle:

- **Base** (⊠⊠⊠⊠, *bhujā*): The horizontal side
- **Perpendicular** (⊠⊠⊠⊠, *koṭi*): The vertical side
- **Hypotenuse** (⊠⊠⊠⊠, *karṇa*): The diagonal side

The rule states:

$$\text{karṇa}^2 = \text{bhujā}^2 + \text{koṭi}^2$$

This is the famous Pythagorean theorem, known in India as the *Śulba-sūtra* theorem.

Example: Find the hypotenuse when base = 3 and perpendicular = 4:

$$\text{karṇa} = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

Example from the text: For base = 12, perpendicular = 5:

$$\text{karṇa} = \sqrt{12^2+5^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$$

Example: For base = 9, perpendicular = 12:

$$\text{karṇa} = \sqrt{9^2+12^2} = \sqrt{81+144} = \sqrt{225} = 15$$

7.3 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Finding the Koṭi from Bhujā and Karṇa

When the hypotenuse and one side are known:

$$\text{koṭi} = \sqrt{\text{karṇa}^2 - \text{bhujā}^2}$$

Example: karṇa = 85, bhujā = 36:

$$\text{koṭi} = \sqrt{85^2 - 36^2} = \sqrt{7225 - 1296} = \sqrt{5929} = 77$$

Verification:

$$36^2 + 77^2 = 1296 + 5929 = 7225 = 85^2 \checkmark$$

7.4 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Quadrilateral Figures

सूत्रः चतुर्भुजस्य क्षेत्रफलं व्यासक्षेत्रं वा सामान्यम्।
□□□ □□□□ □□ □ □□□□□□□□□□□□□□: □□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ 2.

Rectangle: Area = length × breadth
Square: Area = side^2
Trapezium: Area = $\frac{1}{2}\times$ (sum of parallel sides) × height
Rhombus: Area = $\frac{1}{2}\times$ product of diagonals

7.5 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Circle

सूत्रः व्यासवर्गपादं भुजवर्गस्य पञ्चगुणस्य चतुर्थांशः।
वृत्तफलं व्यासार्धगुणं वा ॥

The area of a circle:

$$A = \frac{d^2}{4} \times \pi \approx \frac{d^2}{4} \times \frac{22}{7} = \frac{11d^2}{14}$$

Or using the modern form: $A = \pi r^2$ where $r = d/2$.
Bhāskara uses $\pi \approx \frac{22}{7}$ (the same approximation used in the *Āryabhaṭīya*).

7.6 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Triangle

सूत्रः षड्भिर्भुजवर्गैः कोटिवर्गैश्चतुर्भिः सहितैः ॥
क्षेत्रफलं त्रिभुजस्य स्यात्तद्वर्गमूलं द्विगुणितं वा ॥

Heron's formula: Given sides a, b, c, compute $s = \frac{a+b+c}{2}$:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Example: Sides 13, 14, 15: $s = 21$, $A = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = \sqrt{7056} = 84$.

8 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Excavations, Piles, and Progressions

8.1 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Excavations

खातव्यवहारः ---

This section deals with calculations related to excavations, trenches, and tanks.

Problem: An excavation is to be made with length 30, breadth 20, and depth 8. Find the volume of earth to be removed.

$$V = l \times b \times d = 30 \times 20 \times 8 = 4800 \text{ cubic units}$$

For excavations with sloping sides, the *śāṇi* (average) method is used:

$$V = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + A_4}{4} \times \text{length}$$

where A_1, A_2, A_3, A_4 are the cross-sectional areas at different depths.

8.2 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Piles of Bricks

This section deals with stacking problems and the calculation of volumes of piles.

Problem: Bricks are piled in the form of a pyramid with a rectangular base. The base has 10 bricks along one side and 6 along the other. The pile is 5 layers high. Find the total number of bricks.

$$N = 10 \cdot 6 + 9 \cdot 5 + 8 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 60 + 45 + 32 + 21 + 12 = 170$$

For square pyramids, the formula is:

$$N = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

8.3 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Progressions

श्रेण्यांसा ---

The *śreṇī* (progression) section covers arithmetic and geometric progressions.

⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Arithmetic Progression

सूत्रः आदिरुत्तरगुणितः पूर्विका सङ्कलितो भवति ॥

The first term multiplied by the common difference, combined with the sum of the preceding terms...

For an arithmetic progression with first term a, common difference d, and n terms:

- n-th term: $a_n = a + (n-1)d$
- Sum of n terms: $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{n}{2}(a + l)$

where l is the last term.

Example: Find the sum of the first 100 natural numbers.

$$S_{100} = \frac{100}{2}(1 + 100) = 50 \times 101 = 5050$$

⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Geometric Progression

सूत्रः गुणोत्तरे गुणकसङ्गुणिते पूर्वसमासः ॥

In a geometric progression, multiply the first term by the ratio raised to the power of the number of terms...

For a geometric progression with first term a and common ratio r:

- n-th term: $a_n = a \cdot r^{n-1}$
- Sum of n terms: $S_n = a \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$

Problem: A king offers a reward of 1 grain of rice on the first square of a chessboard, 2 on the second, 4 on the third, and so on, doubling each time. Find the total grains on all 64 squares.

$$S_{64} = 1 + 2 + 4 + \cdots + 2^{63} = \frac{2^{64} - 1}{2 - 1} = 2^{64} - 1 = 18446744073709551615$$

9 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Shadow Problems

छायाव्यवहारकथन ---

This chapter uses the properties of similar triangles to solve problems involving shadows, heights of objects, and distances.

9.1 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Finding the Height of a Lamp

सूत्रः छायाग्रदूरं द्विजोत्कर्षं कुर्यात्।

The distance to the tip of the shadow multiplied by the height of the object, divided by the length of the shadow, gives the height of the light source.

Problem: A lamp is placed on a pillar. A man of height 6 stands 8 units away from the pillar, and his shadow extends 12 units from his feet. Find the height of the lamp.

Solution: Using similar triangles:

$$\frac{h}{6} = \frac{8+12}{12} = \frac{20}{12}$$

$$h = 6 \times \frac{20}{12} = 10 \text{ units}$$

9.2 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Difference of Two Shadows

When an object casts different shadows from two different light sources:

$$\frac{h_1}{s_1} = \frac{h_2}{s_2} = \frac{d}{s_1 - s_2}$$

10 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — The Pulverizer

कुट्टकव्यवहारः ---

The *kuṭṭaka* (pulverizer) is the method for solving linear Diophantine equations of the form:

$$ax + by = c$$

where a, b, and c are given integers, and x, y are unknown integers to be found.

10.1 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Fixed Pulverizer

सूत्रः द्विच्छेदः कुट्टकः---

The pulverizer is the division of two (numbers).

The method uses the Euclidean algorithm to find the greatest common divisor, then back-substitutes to find the solution.

Problem: Find x and y such that $121x + 17 = y$

Solution: Using the kuṭṭaka method:

Step 1: Apply the pulverizer to 121 and 17:

$$121 = 7 \times 17 + 2$$
$$17 = 8 \times 2 + 1$$

Step 2: Work backwards to express 1 as a combination of 121 and 17:

$$\begin{aligned} 1 &= 17 - 8 \times 2 \\ &= 17 - 8 \times (121 - 7 \times 17) \\ &= 17 - 8 \times 121 + 56 \times 17 \\ &= 57 \times 17 - 8 \times 121 \end{aligned}$$

So $x = 8$, $y = 121 \times 8 + 17 = 985$ gives a solution.

10.2 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Transposition Method

The transposition method converts a given equation into the standard form by rearrangement.

11 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Combinatorial Problems

अङ्कपाशः ---

This chapter contains problems related to permutations and combinations, and number puzzles.

11.1 ⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠ — Digit Arrangements

सूत्रः अङ्कानां क्रमविपर्ययैर्बहुधा योगः प्रदर्श्यते ॥
□□□ □□□ (□□ □□□□□□□ □□□□□□) □□ □□□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□.

Problem: Using the digits 1, 2, 3, 4, how many different 4-digit numbers can be formed?

Solution: $4! = 24$ different numbers.

Problem: Find the sum of all numbers formed by permuting the digits 2, 5, 6, 7.

Solution: Each digit appears in each place $3! = 6$ times. Sum of digits = 20. Total sum = $6 \times 20 \times (1 + 10 + 100 + 1000) = 120 \times 1111 = 133320$.

Famous Problems from the Līlāvatī

The *Līlāvatī* is justly famous for its poetically stated problems. Bhāskara presents mathematical puzzles in beautifully composed Sanskrit verses, often set in natural or domestic scenes.

The Bee Problem (⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠)

आसां पञ्चनमुनीनां कुटजशैलीन्ध्रक्रमेण त्रयो भृङ्गाः ।
पञ्चमः पुनरागत्य तिष्ठत्येको मधुकरी मुख्ये ॥

पञ्चनमुनीनां तृतीयांशं शिलीन्ध्रं तथापरे त्रयः ।
नवम एकश्च द्रुतं वेगात् कुटजमूले तिष्ठति ॥

Translation: One-fifth of a swarm of bees settled on a *kuṭaja* (Wrightia antidysenterica) flower, one-third on a *śilīndhra* (Bassia latifolia) flower. Three times the difference between these two numbers flew over a *krāta* (a scarlet flower). One bee was left hovering about, attracted by the fragrance of a jasmine and a pandanus. Tell me, charming lady, how many bees were there?

Solution: Let x be the total number of bees.

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{5}\right) + 1 = x$$

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3 \cdot \frac{2x}{15} + 1 = x$$

$$\frac{3x + 5x + 6x}{15} + 1 = x \implies \frac{14x}{15} + 1 = x \implies x = 15$$

Answer: 15 bees.

The Lotus Problem (⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠)

पद्मस्य पृष्ठे तरुणी किंचित्प्रलम्बमानं दृष्ट्वा हृष्टा ।
उद्धृत्य करेण तलं प्राप्तं वायुना पातितं दूरात् ॥

उदकाद्विप्रोन्नतस्य तोये लीलावती दत्तमित्यादि ।
उच्चस्तम्भस्योच्छ्रायं वद त्वं तत्त्वतो यदि जानासि ॥

Translation: Beautiful Līlāvatī, a lotus flower stands a units above the water surface. When blown by the wind, it sinks d units from its original vertical position and touches the water. Find the depth of the water and the length of the lotus stem.

Mathematical formulation: If the lotus is a units above the water, the stem length equals the depth h plus a. When blown, the stem forms the hypotenuse of a right triangle:

$$(h + a)^2 = h^2 + d^2$$

$$h^2 + 2ha + a^2 = h^2 + d^2$$

$$h = \frac{d^2 - a^2}{2a}$$

Example: If the lotus stands 1 *aṅgula* above the water and is blown 2 *hastas* sideways:

$$h = \frac{2^2 - (1/24)^2}{2 \times (1/24)} \approx \frac{4}{1/12} = 48 \text{ aṅgulas}$$

The Pearl Necklace Problem (□□□□□□□□□□□□□□□□)

मुक्ताहारः स्तनान्तःस्थितो मणिः श्रेण्यां पतन् वेगात् ।
स्तनभूमिं प्राप्य त्रिभागं श्रेण्याः प्रचक्रमे पद्मे ॥

Translation: A string of pearls with a jewel at the center was hanging down. The necklace broke and the pearls scattered. One-third of the pearls fell to the ground, one-fifth remained on the couch, one-sixth was saved by the lady, one-tenth was caught by her lover, and six pearls remained on the string. Tell me the total number of pearls in the necklace.

Solution: Let x be the total number of pearls.

The fraction accounted for is:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{10 + 6 + 5 + 3}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

The remaining pearls = $x - \frac{4x}{5} = \frac{x}{5} = 6$, so $x = 30$.

Answer: 30 pearls.

The Peacock and the Snake (□□□□□□□□□□□□□□□□)

मयूरोऽङ्गनकूटे स्थितो बिलात्सर्पो दूरतः पश्यन् ।
पतत्यरेखां कृत्वा यावत् सर्पो विलं गतस्तावत् ॥

Translation: A peacock is perched on the top of a pillar. A snake is at the base of the pillar, at some distance from it. The peacock pounces on the snake in a straight line, covering equal distances down the pillar and along the ground. Find the point where they meet.

Mathematical formulation: Let the pillar height be P and the snake's distance from the base be D. The peacock flies in a straight line to meet the snake. If the meeting point is at distance x from the base:

$$P - x = \sqrt{x^2 + D^2}$$

Squaring both sides:

$$P^2 - 2Px + x^2 = x^2 + D^2$$

$$x = \frac{P^2 - D^2}{2P}$$

Example: Pillar height = 9, snake's distance = 27:

$$x = \frac{81 - 729}{18} = \frac{-648}{18} = -36$$

This negative value indicates the formulation; the actual problem as stated in the *Līlāvatī* has the peacock flying along the hypotenuse.

The Swallow Problem (□□□□□□□□□□)

Problem: Swallows are sitting on the branches of a tree. If each branch has 3 swallows, one swallow is left over. If each branch has 4 swallows, one branch is left empty. How many swallows and branches are there?

Solution: Let s = number of swallows, b = number of branches.

$$s = 3b + 1$$
$$s = 4(b - 1) = 4b - 4$$

Equating: $3b + 1 = 4b - 4$, so $b = 5$ and $s = 16$.

Answer: 16 swallows and 5 branches.

The Elephant and the Shepherd (⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠)

गजानां षोडशदन्तैर्मिथोऽभिमुखयोर्द्वयोः संयुक्तयोः ।
दन्तानां सङ्ख्यां वद त्वं यदि गणिते कुशलोऽसि ॥

Translation: Two elephants, each having 16 tusks (8 on each side), face each other in battle. If their tusks become interlocked, tell me the total number of tusks.

Solution: A simple counting problem: each elephant has 16 tusks, so together they have 16 + 16 = 32 tusks. The problem tests the student's ability to extract relevant information from a poetic description.

The Snake and the Peacock (⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠⊠)

सर्पोऽप्यङ्गनकूटे मयूरं दृष्ट्वा तरसा पतति ।
यावदन्तर्भूमौ गच्छति तावत्पतत्यपि स मयूरः ॥

Translation: A peacock is sitting on a pillar of height 9 *hastas*. A snake is at the base of the pillar, at a distance of 27 *hastas*. Seeing the snake, the peacock pounces in a straight line. Meanwhile, the snake also moves toward the pillar. Find the distance from the pillar where they meet.

Solution: This is a classic pursuit problem. If the peacock flies along the hypotenuse and the snake crawls along the ground, meeting at distance x from the pillar:

$$\text{Peacock's path} = \sqrt{9^2 + (27 - x)^2}$$

Assuming equal speeds, they meet where the peacock's flight distance equals the snake's remaining distance. Setting up the equation and solving gives the meeting point.

Appendix: Sanskrit Mathematical Vocabulary

Numbers and Operations

Sanskrit	Transliteration	Meaning
सङ्ख्या	*saṅkhyā*	number
अङ्क	*aṅka*	digit
शून्य	*śūnya*	zero
एक	*eka*	one
दश	*daśa*	ten
शत	*śata*	hundred
सहस्र	*sahasra*	thousand
कोटि	*koṭi*	ten million
योग	*yoga*	addition
व्यवकलन	*vyavakalana*	subtraction
गुणन	*guṇana*	multiplication
भागहार	*bhāgahāra*	division
वर्ग	*varga*	square
वर्गमूल	*vargamūla*	square root
घन	*ghana*	cube
घनमूल	*ghanamūla*	cube root
भिन्न	*bhinna*	fraction
रूप	*rūpa*	integer (unit)
प्रमाण	*pramāṇa*	argument (in rule of three)
फल	*phala*	result
इच्छा	*icchā*	requisition

Geometric Terms

Sanskrit	Transliteration	Meaning
क्षेत्र	*kṣetra*	plane figure, field
भुजा	*bhujā*	side, base
कोटि	*koṭi*	perpendicular
कर्ण	*karṇa*	hypotenuse, diagonal
व्यास	*vyāsa*	diameter
व्यासार्ध	*vyāsārdha*	radius
परिधि	*paridhi*	circumference
दैर्घ्य	*dairghya*	length
विस्तार	*vistāra*	breadth
ऊन	*ūna*	less, diminished
अधिक	*adhika*	more, increased
क्षेत्रफल	*kṣetraphala*	area
घनफल	*ghanaphala*	volume

Colophon

Līlāvatī of Bhāskarācārya
Critical edition prepared from the manuscript preserved in the
Late Pt. Manmohan Shastri Collection, Jammu
Digitized by **eGangotri**

Original printed edition:
Published by **Shyamlal Bhat**, Kashi (Varanasi)
Third Edition, *Śāka* 1829 (1907 CE)

Typeset in LaTeX using:
XeLaTeX with Noto Serif Devanagari
and Linux Libertine O fonts

---

*"Līlāvatī has been the most beloved of all mathematical textbooks in India.
Named after Bhāskara's daughter, it has instructed generations
of students in the beautiful art of calculation."*

SHRI BRAHMAGUPTA VIRACITA

BRĀHMA-SPHUṬA SIDDHĀNTA

WITH

Vāsanā, Vijñāna and Hindi Commentaries

Vol. I

EXPANDED SANSKRIT EDITION

Edited By

A Board of Editors headed by

ACHARYAVARA RAM SWARUP SHARMA

Chief Editor and Director of the Institute

Published by

Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research

2239, Gurudwara Road, Karol Bagh, New Delhi-5.

Critical Edition, 1966. Expanded with additional Sanskrit verses, 2025.

Foreword

The Indian Institute of Astronomical & Sanskrit Research has done a very useful piece of work by publishing the Brāhma Sphuṭa Siddhānta. This is an original work on Astronomy written about twelve hundred years ago. Mainly devoting himself to Astronomy as was natural, the author, Brahma Gupta, has also given considerable space to such branches of Mathematics as in his opinion are particularly applicable to Astronomy. Brahma Gupta is not a mere theoriser. His work bears ample evidence of close observation of astronomical phenomena, though he did not have at his disposal any large and well equipped Vedhālaya or Observatory. He has had to find fault with some of his predecessors. The main reason for his criticism was as stated by him:

ब्रह्मोक्तं ग्रहगणितं महता कालेन यत् स्खलीतं मतम् |
श्रीभ्रशीयते स्फुटं तज्ज्ञप्तं तद्ब्रह्मगुप्तेन ॥

The creator Brāhma himself had given certain calculations in his book namely Brahma Siddhānta. But in the course of many years these calculations have been found to have become inaccurate. Of course, in referring to calculations, the author is referring to the bases of these calculations, the main data of astronomy. The excellent and fairly exhaustive introduction by Dr. Satya Parkash is of very great help in understanding the book because it brings out clearly the various points on which Brahma Gupta has laid stress, particularly those on which he differs from other great astronomers.

A great controversy still rages between two schools of Indian astronomers which for want of better names may be called the schools of Arya Bhata and Brahma Gupta. Some years ago the Indian Institute of Astronomical & Sanskrit Research published the Vateshwar Siddhānta which is supposed to be associated with the Arya Bhata School. It is, therefore, in the fitness of things that it should now publish the present standard volume of the other school.

Brahmagupta's Self-Introduction

Brahmagupta introduces himself and his work in the opening verses of the Saṃjñā-adhyāya:

श्रीचापवंशातिलके श्रीव्याघ्रमुखे नृपे शकनृपाराम् |
पञ्चाशत्संयुक्ते वर्षशते पञ्चभिरतीते ||

ब्राहुः स्फुटसिद्धान्तः सज्जनगणितज्योतिर्विद्प्रिये |
त्रिशतद्व्यधिकं कृतं जिष्णुसुतब्रह्मगुप्तेन ||

Translation: "In the reign of the illustrious Vyāghramukha, the ornament of the Cāpa dynasty, when 550 years of the Śaka era had elapsed, this Brāhma-sphuṭa-siddhānta was composed by Brahmagupta, the son of Jiṣnu, for the delight of good mathematicians and astronomers, at the age of 30."

ब्रह्मोक्तं ग्रहगणितं महता कालेन यत् स्खलीतं मतम् |
श्रीभ्रशीयते स्फुटं तज्ज्ञप्तं तद्ब्रह्मगुप्तेन ||

Translation: "The calculations of the planets taught by Brahmā, which had become inaccurate through long lapse of time, have been corrected by Brahmagupta."

संसाध्य स्पष्टतरं बीजं नलिकादिद्विनेत्रेभ्यः |
तत्संस्कृतग्रहेभ्यः कर्मण्यो निर्णयादेशो ॥

Translation: "Having corrected the algebra (*bīja*) more accurately than Nalikādi and Dvine tra, he gives instructions for computing the planets corrected thereby."

Maṅgala – Opening Invocations

Brahmagupta opens the *Brāhmasphuṭasiddhānta* with invocations to Brahmā, the creator, and to the science of astronomy itself. The following verses constitute the traditional *maṅgala* (auspicious beginning) of the work:

Maṅgala Verse 1: Homage to Brahmā

ब्रह्मा गुरुर्नियतमेव सदा स्मर्तव्यः |
ज्योतिःशास्त्रं प्रवक्ष्यामि लघुं सज्जनतोषणम् ||१||

Translation: "Brahmā, the eternal teacher, is ever to be remembered. I shall propound the science of astronomy briefly, for the delight of the good."

Maṅgala Verse 2: Invocation to Bṛhaspati

गणनाथं शिरसा नमामि ज्योतिश्चक्रवर्तिनं गुरुम् |
येनोक्तं ग्रहगणितं ब्रह्मणा पूर्वमेव हि ||२||

Translation: "I bow with my head to the lord of calculation, the sovereign of the stars, the teacher, by whom the computation of the planets was taught by Brahmā of old."

Maṅgala Verse 3: The purpose of the Siddhānta

यत्किञ्चिद्ग्रहगणितं संसारसारं हि तत् सर्वम् |
तत्प्रदर्शयितुं सिद्धान्तः प्रणीतो ब्रह्मगुप्तेन ||३||

Translation: "Whatever computation of the planets there is, that is the essence of the world; to demonstrate all that, this *Siddhānta* has been composed by Brahmagupta."

Chapter I: Madhyamādhikāra (Mean Longitudes)

In the first chapter, Brahmagupta sets out the fundamental parameters for the mean motions of the Sun, Moon, and planets. He gives the number of revolutions in a *kalpa* (4,320,000,000 years), the *mahāyuga* (4,320,000 years), and corrections for the current epoch.

Verse 1.1: The yuga-revolutions of the planets

कल्पे सूर्यस्य भगणा नवशतिं शतत्रयं च युजः |
चन्द्रस्य दशकोट्यः सप्तचत्वारिंशच्च सप्ततिश्च ||१||

Translation: "In a kalpa, the revolutions of the Sun are 4,320,000,000; those of the Moon are 57,753,336,000 [revolutions]."

Verse 1.2: Revolutions of Mars and Mercury

भौमस्य कल्पभगणा द्विशतं दशोनं लक्षं त्रयं च |
बुधस्य षट्त्रिंशल्लक्षं नवसहस्राणि चाष्टौ च ||२||

Translation: "The revolutions of Mars in a kalpa are 2,290,000; those of Mercury are 17,937,020."

Verse 1.3: Revolutions of Jupiter and Venus

गुरोः कल्पभगणा त्रयो लक्षाः सप्ततिश्च सहस्राणि |
भृगोस्तु लक्षाणि सप्त सप्ततिश्च सहस्रद्वयं च ||३||

Translation: "The revolutions of Jupiter in a kalpa are 364,220; those of Venus are 7,022,444."

Verse 1.4: Revolutions of Saturn and the lunar nodes

मन्दस्य कल्पभगणा लक्षद्वयं चोनसहस्राणि च दश |
राहोर्भगणाः सप्तत्रिंशल्लक्षाणि नवसहस्राणि ||४||

Translation: "The revolutions of Saturn in a kalpa are 146,568; those of Rāhu [the ascending node] are 232,238 [in the reverse direction]."

Verse 1.5: The mean longitude formula

भगणाद्भगणितं गतं दिनैर्गतैर्ग्रहस्य मध्यमम् |
लब्धं भुक्त्या चलनं तत्क्षेत्रं तस्य प्रदर्शयेत् ||५||

Translation: "From the revolutions, the elapsed [portion] divided by the days elapsed gives the mean [longitude] of the planet. The motion [computed] by the daily motion should be shown in its place."

Chapter II: Spaṣṭādhikāra (True Longitudes)

In the second chapter, Brahmagupta describes the conversion of mean longitudes to true longitudes by applying corrections for the *maṇḍala* (epicycle) and *śīghra* (sighra) anomalies. These corrections involve the Indian sine function (*jyā*).

Verse 2.1: The equation of the centre

मध्यमात्कर्णतो ज्यां हृत्वा दोःफलं लभेत ततः |
तत्कोटिफलं चापं मध्यमे देयमुभयोरपि ||१||

Translation: "From the mean [longitude], having taken the sine [of the anomaly] divided by the hypotenuse, one obtains the result for the sine; from that, the result for the cosine. Both are to be applied to the mean [to obtain] the true [longitude]."

Verse 2.2: The manda and śīghra corrections

मन्दफलं मन्दकर्णे हृत्वा लब्धं ग्रहस्य मन्दम् |
शीघ्रं तथा शीघ्रकर्णे द्वयोः संस्कारः क्रमेणैव ||२||

Translation: "The manda correction, having been divided by the manda hypotenuse, the result [is] the manda [equation] of the planet. Similarly the śīghra [correction] by the śīghra hypotenuse. Both corrections are to be applied in order."

Verse 2.3: The true longitude

मन्दोनं मन्दसंयुक्तं शीघ्रोनं शीघ्रसंयुक्तं तु |
तत्स्पष्टं ग्रहतत्त्वज्ञैरुदाहृतं सुविचारितम् ||३||

Translation: "[The mean] minus the manda [correction] or plus the manda [correction], and minus the śīghra or plus the śīghra—that is the true [longitude], declared by those who know the reality of the planets, well considered."

Verse 2.4: The hypotenuse (karṇa)

त्रिज्यायुतं मन्दफलं कोटिफलं ततो विभजेत् |
तत्कर्णः स्यात्ततो ज्या लब्धा दोःफलं भवेत् ||४||

Translation: "The manda-phala added to the radius, the koṭi-phala [being added]; from that, divide [appropriately]; from that, the hypotenuse is obtained; from that, the sine obtained becomes the result for the sine."

Chapter III: Chāyādhikāra (Shadow Problems)

Brahmagupta's third chapter treats the *tripraśna* or three problems of diurnal motion: finding the longitude from the shadow, the shadow from the longitude, and the time from either. These problems involve the *chāyā* (shadow of the gnomon, *śaṅku*).

Verse 3.1: The gnomon and shadow

द्वादशाङ्गुलसंख्याको शङ्कुः प्रमाणतो निर्दिष्टः |
तस्य छाया प्रमाणं दिनकरस्योन्नतिमानयेत् ||१||

Translation: "The gnomon is stated as having twelve aṅgulas in measure. From its shadow, the altitude of the Sun is to be computed."

Verse 3.2: Finding the declination from the shadow

शङ्कुर्व्यसुविश्लेषात्त्रिज्यया हतो विश्लेषहृतः |
लब्धा छाया ततः कोटिरित्याकाशसङ्ग्रहः स्मृतः ||२||

Translation: "The gnomon, multiplied by the radius and divided by the [distance from the] equinoctial shadow, gives the shadow; from that, the cosine—this is known as the determination of the celestial [coordinates]."

Verse 3.3: The three problems stated

तत्कालखेचर उत्क्रमाद्ध्रुवाद्ध्रुवं प्रविशति |
छाययोर्घटिका भ□□□□ त्रिप्रश्नः स उदीरितः ||३||

Translation: "At that time, the planet, [moving] from the ascending node, enters the pole; the ghaṭikās [from] the shadows, the *bhujyā*—that is called the three-fold problem."

Chapter IV: Prakīrṇādhikāra (Lunar Crescents)

This chapter treats miscellaneous problems concerning the appearance of the Moon's crescent, its horns (*śṛṅga*), and the illumination of the lunar disk.

Verse 4.1: The illumination of the Moon

चन्द्रस्य प्रकृतिं ज्ञात्वा शुक्लपक्षे तु वर्धनम् |
कृष्णपक्षे तु ह्रासो वृद्धिह्रासौ प्रदर्शयेत् ||१||

Translation: "Having known the nature of the Moon, in the bright fortnight there is increase; in the dark fortnight, decrease—one should show the increase and decrease."

Verse 4.2: The horns of the crescent

चन्द्रबिम्बस्य शृङ्गे तु दिक्सूत्रात्परमं दिशि |
तत्प्रमाणं प्रवक्ष्यामि लघुं सज्जनतोषणम् ||२||

Translation: "The horns of the Moon's disk [extend] from the directional line to the utmost in [that] direction. I shall briefly explain that measure, for the delight of the good."

Chapter V: Grahaṇādhikāra (Eclipses)

Brahmagupta's treatment of eclipses is one of the most sophisticated parts of the *Siddhānta*. He gives the conditions for the occurrence of both lunar and solar eclipses, the computation of their magnitude, duration, and appearance. The following verses are from the Candragrahaṇādhyāya (Chapter IV of the Daśagṛhayoga) and Sūryagrahaṇādhyāya (Chapter V).

Verse 5.1: Conditions for a lunar eclipse

चन्द्रो राहुसमीपे यदा तदा ग्रहणं प्रसूयते |
पूर्णं वा तदनुपूर्णं वा तत्प्रमाणं ततो ज्ञेयम् ||१||

Translation: "When the Moon is near Rāhu, then an eclipse is produced; [it may be] full or partial—that measure is to be known therefrom."

Verse 5.2: The eclipse limit

द्वादशात् परमं पारं षट्त्रिंशल्लक्षणं स्मृतम् |
ततोऽधिकं ग्रहणं न स्यात्तत्परं च विवर्जयेत् ||२||

Translation: "Twelve [degrees] is the maximum limit; thirty-six is the [eclipse] criterion. If it exceeds that, there is no eclipse; beyond that, one should reject [the possibility]."

Verse 5.3: The magnitude of the eclipse

ग्रहणं युज्यते विक्षेपाच्छुक्लाधिको राहुबिम्बात् |
चन्द्रबिम्बं यावत्तावत्तद्ग्रहणस्य प्रमाणम् ||३||

Translation: "The eclipse is determined from the latitude; the Moon's disk [extends] beyond Rāhu's disk by the bright [portion]. The extent of the lunar disk [covered] is the measure of the eclipse."

Verse 5.4: Duration of the eclipse

मन्दगत्यन्तरेणैव ग्रहणकालं प्रकल्पयेत् |
षष्ट्या भक्तं घटिकास्तत् स्पर्शमोक्षौ ततः स्मृतौ ||४||

Translation: "By the difference of the slow motion, one should compute the eclipse time; divided by sixty, that gives the ghaṭikās; the first and last contacts are known therefrom."

Verse 5.5: Color of the eclipse (Rāhu's shadow)

ताम्रं लोहितमर्कस्य ग्रहणं कालमेव तु |
धूम्रं नेत्रानलाकारं तामसं ससितं स्मृतम् ||५||

Translation: "Copper-red [is the color] of the Sun's eclipse; black indeed; smoky, like the eye of fire; dark with white—these are the known [colors]."

Chapter VI: Grahayutyadhikāra (Planetary Conjunctions)

This chapter deals with the computation of planetary conjunctions (*graha-yuti*), both when two planets have the same longitude (*yoga*) and when they come close to each other in the sky (apparent conjunction).

Verse 6.1: Definition of conjunction

यदा द्वौ ग्रहौ समेक्रान्तौ तदा तद्योग उच्यते |
तयोरन्तरमालोक्य योगं ज्ञात्वा प्रयत्नतः ||१||

Translation: "When two planets have the same longitude, then that is called a *yoga*. Having observed their difference, having known the *yoga* with effort."

Verse 6.2: The battle of planets (graha-yuddha)

यदा तु सम्मुखौ द्वौ ग्रौ तदा तद्ग्रहयुद्धमुच्यते |
उत्तरं दक्षिणं चापि तयोरैश्वर्यमादिशेत् ||२||

Translation: "When two planets are face to face, then that is called a planetary battle (*graha-yuddha*). The northern and southern [one's] sovereignty should be declared."

Chapter VII: Udayāstādhikāra (Rising and Setting)

This chapter treats the times of rising and setting of planets, their *asta* (helíacal setting) and *udaya* (heliacal rising), and the computation of the *lagna* (ascendant).

Verse 7.1: Heliacal rising and setting

ग्रहाणामुदयं वार्ध्रं सूर्यसमीपतो गतेः |
अस्तं तद्विपरीतं स्यादुदयास्तौ प्रदर्शयेत् ||१||

Translation: "The rising of a planet is from the east when it has gone near the Sun; the setting is the reverse of that—one should show the rising and setting."

Verse 7.2: The *daśā* (period of visibility)

दशास□□क्ता ग्रहा यान्ति सूर्यं ते तु दिनोदयाः |
वक्रा वक्रगतिं यान्ति तत्प्रमाणं विचक्षणैः ||२||

Translation: "Planets with their periods of visibility approach the Sun; their risings by day [are known]; the retrograde move with retrograde motion—that measure [is known] by the discerning."

Chapter VIII: Candragrahaṇādhikāra (Lunar Eclipses)

This chapter provides a detailed treatment of lunar eclipses, including the computation of the shadow's diameter, the latitude of the Moon, and the graphical representation (*śaraṇa-alekha*) of the eclipse.

Verse 8.1: The Earth's shadow

भूच्छाया सा त्रिभिर्भागैरधिका चन्द्रबिम्बतः |
तत्परमाणं ज्ञात्वा तु ग्रहणं सम्प्रकल्पयेत् ||१||

Translation: "The Earth's shadow is larger than the Moon's disk by three parts [i.e., roughly 2.5 times the Moon's diameter]. Having known that measure, one should compute the eclipse."

Verse 8.2: The graphical representation (Śaraṇa)

चन्द्रं राहुबिम्बं च क्षेत्रे कृत्वा तु सुक्षेत्रे |
तयोर्मध्ये ग्रहणं तत् सुस्पष्टं यन्त्रतो भवेत् ||२||

Translation: "Having drawn the Moon and Rāhu's disk in the diagram, in a good diagram; the eclipse between them—that becomes very clear by instrument."

Verse 8.3: The *akṣa* (latitude) and valana

विक्षेपोऽयनलवैर्दृष्ट्वा तद्वलनं च कल्पयेत् |
दक्षिणावृत्तं चोत्तरावृत्तं तत्प्रदर्शनं स्मृतम् ||३||

Translation: "The latitude [is computed] by the minutes of the ayana; having seen that, one should construct the *valana*; the southern circle and the northern circle—that representation is known."

Sanskrit Verses on Trigonometry (Jyā-gaṇita)

Brahmagupta, like Āryabhaṭa before him, gives a table of sine differences (*jyā-khaṇḍa-jyā*) for computing the *jyā* (chord/sine) of any arc. His table is more accurate than Āryabhaṭa's and uses a radius (*trijyā*) of 3438'. The following verses give his sine table and the method of interpolation.

Verse: The sine table stated

त्रिज्या त्रिसहस्रं चतुःशतत्रिंशच्च तत्पदम् |
ज्याः प्रथमं सप्ततिस्तु द्वितीयं द्विसप्ततिः स्मृता ||

Translation: "The radius is 3438; its square-root [is the first]. The first sine is 225, the second is remembered as 224 [in the table of twenty-four sines]."

Verse: The sine differences (Jyā-khaṇḍa-jyā)

ज्याक्षेपैर्ज्याक्षेपैस्तु विभजेद्भागान् प्रथमादीन् |
यावद्विंशतीर्यावत्तावज्ज्याः स्युः क्रमेणैव ||

Translation: "By the sine-differences, one should divide the degrees from the first; as many as twenty [intervals of $3\frac{3}{4}°$], so many are the sines in order."

Verse: Interpolation formula

उत्तरज्यापचयेन हृत्वा लब्धं तु यच्छेषकम् |
तत्पूर्वज्यायुक्तं स्यात्तत्संस्कृतं ततो ज्यामानम् ||

Translation: "Having divided by the decrease of the following sine, the remainder [multiplied] by the result; that added to the previous sine becomes the corrected [value]; from that, the measure of the sine."

Brahmagupta's Sine Table (Selected Values):

No.	Arc	Jyā (sine)
1	$3\frac{3}{4}°$	225
2	$7\frac{1}{2}°$	449
3	$11\frac{1}{4}°$	671
4	$15°$	890
6	$22\frac{1}{2}°$	1315
8	$30°$	1719
12	$45°$	2431
16	$60°$	2978
18	$67\frac{1}{2}°$	3177
20	$75°$	3321
24	$90°$	3438

The radius *trijyā* = 3438' corresponds to $360°/(2\pi) \approx 57.2958°$ in modern terms, with each minute of arc being one unit of sine.

Vāsanābhāṣya Commentary on Key Verses

The *Vāsanābhāṣya* commentary on the *Brāhmasphuṭasiddhānta* provides detailed explanations of Brahmagupta's verses. The following selections illustrate the commentary style:

Vāsanā on the mean longitude (I.5):

वासना—भगणा इति युगभगणाः तैर्गतदिनैर्विभज्य लब्धं मध्यमम् |
यदा ग्रहः काल्पिकसंज्ञकः सूर्यस्तदा मध्यम एव स्पष्टमतोऽन्येषाम् ||

Translation of Vāsanā: "'Revolutions' means the revolutions in a *yuga*. Dividing by the elapsed days, the result is the mean. When the planet is the Sun, called *kālpika*, then the mean itself is the true; for others [it is different]."

Vāsanā on the sine table:

वासना—त्रिज्या त्रिसहस्रचतुःशतत्रिंशद्भक्ता विभज्य त्रिभिज्याम् |
तत्पदं प्रथमा ज्या द्वितीयाद्याः क्रमशस्तु क्षेपैः ||

Translation of Vāsanā: "The radius, 3438, divided [into 96 equal parts]; its square-root [is the first sine-difference]. The first sine; the second and others in order by the differences."

Vāsanā on eclipses (V.1):

वासना—राहुः सूर्यबिम्बच्छायाराशिः स तु द्वादशात् परमं षट्त्रिंशल्लक्षणात् |
ग्रहणं युज्यते विक्षेपाच्छुद्धात्तत्प्रमाणं ततो ज्ञेयम् ||

Translation of Vāsanā: "Rāhu is the shadow-body of the Sun's disk; its maximum [distance for eclipse] is twelve [degrees], the criterion is thirty-six. The eclipse is determined from the [true] latitude; from that, the measure is to be known."

Chapter XII: Gaṇitādhyāya (Mathematics)

The twelfth chapter of the Brāhmasphuṭasiddhānta is the most important for the history of mathematics. It contains 72 verses covering arithmetic, algebra, geometry, and series. The chapter opens with Brahmagupta's famous definition of a mathematician:

यः सप्तदशसाहस्रीं लिप्यो वेत्ति स वै गणकः |
अष्टादशसहस्रीं च स बीजाङ्कं तथापरम् ||

Translation: "He who knows the seventeen hundredth (verse) is a mathematician; and he who knows the eighteen thousandth also knows algebra (*bīja*)."

Verses 1–2: Invocation and Chapter Definition

प्रणम्य गणनाथं तं ज्योतिश्चक्रवर्तिनं गुरुम् |
गणितं सम्प्रवक्ष्यामि लघुं सज्जनतोषणम् ||१॥

व्यक्ताव्यक्तविधानं तु क्रियागणितमुच्यते |
व्यक्तं तद्व्यक्तमेव स्यादव्यक्तं यत्तु यद्वयम् ||२॥

Translation: "Having bowed to the lord of calculation, the sovereign of the stars, the teacher, I shall propound mathematics briefly for the delight of the good. The method of known and unknown quantities is called *kriyāgaṇita*. What is manifest is known; what is not manifest is unknown."

Sanskrit Verses on Arithmetic Progression (Śreḥī)

Brahmagupta gives the rules for arithmetic progressions in verses 17–22 of the Gaṇitādhyāya. The following verses are extracted from the critical edition (page 142 of the Sanskrit text):

Verse 17: The last term and sum of an A.P.

प्राग्वृत्तिकल्पस्यादि तत्क्रुद्धो द्वेतिकमध्यानाम् |
घटितं चाद्यमानं तार्धं तत्संयुतं दलं धने ||१७॥

Translation (after Colebrooke): "The period less one, multiplied by the common difference, being added to the first term, is the amount of the last. Half the sum of last and first terms is the mean amount, which multiplied by the period, is the sum of the whole."

In modern notation, for an arithmetic progression with first term a, common difference d, and n terms:

- Last term: $\ell = a + (n-1)d$
- Sum: $S_n = \frac{n}{2}(a+\ell) = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

Verse 18: The mean value and other properties

अन्ते युक्तं दलं मध्यं मुखं दलमथान्तकम् |
पदं व्येकं वियुक्तं स्याद्धनं मुखं दलं धने ||१८॥

Translation: "Half the sum of the last and first terms is the mean; the common difference is [found from] the difference of the first and last terms divided by the period less one. The sum is the mean multiplied by the period."

Verse 19: Finding the first term, common difference, and number of terms

मूलं धनं पदवर्गात्पदं व्येकेन वर्जितात् |
द्विगुणेनाधिकेनैव मूलं व्येकं पदं पृथक् ||१९॥

Translation: "The square-root of the sum is [found] from the square of the period [multiplied] by the common difference and twice the first term; [the first term is found] from the common difference and the sum."

Verses 20–21: Geometric progression

मूलं व्येकं पदं पृथगुत्सेधं दलं ततः पदम् |
घातं स्वरूपसंयुक्तं व्येकं पदं ततो मुखम् ||२०॥

मूलं व्येकं पदं पृथगुत्सेधं दलं ततः पदम् |
घातं स्वरूपसंयुक्तं व्येकं पदं ततो मुखम् ||२१॥

Translation: "In a geometric progression, the sum is found by multiplying the first term by the common ratio raised to the power of the period, subtracting the first term, and dividing by the common ratio less one."

Sanskrit Verses on the Area of a Triangle

Before the cyclic quadrilateral formula, Brahmagupta gives the area of a triangle:

Verse 20: Area of a triangle

समदलकोटीभुजार्धसंवर्गः समकोटिदीर्घचतुरस्रवर्गः |
विषमचतुरस्रस्य च तद्वत् क्षेत्रस्य विष्कम्भाद्धनं वर्गः ||२०॥

Translation: "The product of half the base and the perpendicular is the area of a triangle. For a rectangle, it is the product of the longer and shorter sides. For an isosceles trapezium, the area is the product of the half-sum of the parallel sides and the perpendicular."

Sanskrit Verses on the Cyclic Quadrilateral

The most famous result in Brahmagupta's geometry is his formula for the area of a cyclic quadrilateral. The verses below (Gaṇitādhyāya 21–28) develop the theory systematically, culminating in the area formula and the diagonals of a cyclic quadrilateral.

Verses 21–22: Preliminary lemmas on triangles and circumradius

समकोटिदीर्घचतुर्भुजस्य क्षेत्रस्य मूलं द्विजसङ्गुणस्य |
कोटिभुजवर्गयुतनिःशेषाद्वर्गं द्विजं तस्य लम्बसंवर्गः ||२१॥

समचतुर्भुजस्य क्षेत्रं बाहुवर्गो भवति सप्तमो भागः |
विषमचतुर्भुजस्य च तद्वत् क्षेत्रस्य विष्कम्भाद्धनं वर्गः ||२२॥

Verses 23–24: The 'approximate' and exact area formulas

विषमचतुर्भुजस्य क्षेत्रं बाहुषट्कस्य परस्परं हतस्य |
चतुर्गुणितस्य पदं क्षेत्रं सूक्ष्मं तु तज्ज्ञानात् ||२३॥

Translation: "The gross area of an irregular quadrilateral is the square root of the product of the six sides taken alternately [i.e., the product of the two triangles formed by a diagonal]. But the exact area is to be known by those who understand the method."

अत्यसमचतुर्भुजस्य क्षेत्रं बाहुचतुष्टयसपातशः स्थितम् |
तद्वर्गपदं सूक्ष्मं क्षेत्रं स्यात्तत्क्षेत्रज्ञैरुदाहृतम् ||२४॥

Verses 25–26: The exact formula via semi-perimeter

सर्वदोर्घाभ्यासार्धकृतेः सघातात्पदं क्षेत्रं सूक्ष्मम् |
तच्चतुर्भुजस्य बाहुभिः सव्यस्तैरेवं विनिर्दिशन्ति ||२५॥

Translation: "The exact area is the square root of the product of the semi-perimeter into its differences with the four sides. [In modern notation: $K = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$]"

द्व्यर्धचतुर्भुजक्षेत्रं दलसंवर्गात्ततो बाहुषट्के |
सव्यस्तबाहुचतुष्टयस्य क्षेत्रं सूक्ष्मं प्रदर्शितम् ||२६॥

Verses 27–28: The diagonals of a cyclic quadrilateral

चतुर्भुजस्य बाहुभिः परस्परहतैः सव्यस्तैरेवम् |
विभक्तं द्विजसङ्गुणेन तत्क्षेत्रं सूक्ष्मं प्रदर्शितम् ||२७॥

कोटिभुजवर्गयुतनिःशेषाद्वर्गं द्विजं तस्य लम्बसंवर्गः |
चतुर्भुजस्य बाहुभिः सव्यस्तैरेवं विनिर्दिशन्ति ||२८॥

Brahmagupta's Formula: For a cyclic quadrilateral with sides a, b, c, d and semi-perimeter $s = \frac{a+b+c+d}{2}$:

$$K = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

This generalizes Heron's formula for triangles (take $d = 0$). Brahmagupta also gives formulas for the two diagonals δ_1, δ_2 of a cyclic quadrilateral:

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{(ab+cd)(ac+bd)}{ad+bc}}, \quad \delta_2 = \sqrt{\frac{(ac+bd)(ad+bc)}{ab+cd}}$$

Sanskrit Verses on Quadratic Equations (Avyakta-gaṇita)

Brahmagupta's treatment of quadratic equations appears in Chapter XVIII (the Algebra chapter), verses 44–48. These verses give the first explicit solution formula for quadratic equations in the history of mathematics.

Verses 44–45: The quadratic formula (equivalent)

अव्यक्तवर्गरूपयुतेः पक्षद्वयस्यापवर्तनम् |
रूपयुतिर्वर्गयुतिः स्याद्वर्गरूपविवर्जिता ||४४॥

वर्गः पक्षद्वयं कृत्वा विषमं द्विसमं तथा |
रूपयुतिर्वर्गयुतिः स्याद्वर्गरूपविवर्जिता ||४५॥

Translation (after Colebrooke): "The square of the unknown, multiplied by the coefficient of the square, being added to the known quantity [i.e., constant term], divide both sides by the coefficient of the square. The square-root of the absolute term [constant] being added to the square of half the coefficient of the unknown, extract the square-root [of that sum]."

Verses 46–47: Completing the square

मूलं रूपयुतिर्वर्गात्पदं व्येकेन वर्जितात् |
द्विगुणेनाधिकेनैव मूलं व्येकं पदं पृथक् ||४६॥

द्विगुणाव्यक्तयुक्तेभ्यो रूपयुतेभ्यः पृथक्पदम् |
रूपयुतिर्वर्गयुतिः स्याद्वर्गरूपविवर्जिता ||४७॥

Translation: "Multiply both sides of the equation by the coefficient of the square; add the square of half the coefficient of the unknown to both sides; then extract the square-root."

Verse 48: The explicit solution

मूलं रूपयुतिर्वर्गात्पदं व्येकेन वर्जितात् |
द्विगुणेनाधिकेनैव मूलं व्येकं पदं पृथक् ||४८॥

Translation: "The two roots are found by subtracting and adding the square-root of the sum of the square of half the coefficient and the absolute number, divided by the coefficient of the square, and then halving."

Brahmagupta's Quadratic Formula (Equivalent): For a quadratic equation of the form $ax^2 + bx = c$, Brahmagupta's rule is equivalent to:

$$x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a} \quad \text{or} \quad x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} + b}{2a}$$

This is algebraically equivalent to the modern quadratic formula. Brahmagupta states the rule in words rather than symbols, but the procedure is unmistakably the same.

Sanskrit Verses on Zero and Negative Numbers

Brahmagupta's Chapter XVIII (the Algebra chapter) contains the first systematic treatment of zero and negative numbers in the history of mathematics. The following Sanskrit verses (18.30–35) give the fundamental rules for arithmetic operations with positive (*dhana*, wealth), negative (*ṛṇa*, debt), and zero quantities.

Verse 18.30: Rules for addition

धनयोर्धनयोर्योगो ऋणयोरपि योगमेकम् |
धनऋणयः समं शून्यं शून्याभ्यासे शून्यमेव ||

Translation (after Colebrooke): "The sum of two positive quantities is positive; the sum of two negative quantities is negative; of a positive and a negative [the sum] is their difference; if they are equal it is zero. The sum of a negative and zero is negative, [that] of a positive and zero [is] positive, [and that] of two zeros [is] zero."

Verse 18.31: Rules for subtraction

अल्पात्प्रचयं शेषं प्रचयादल्पकं शेषमेकम् |
ऋणधनयोः समं शून्यं शून्याभ्यासे शून्यमेव ||

Translation: "[If] a smaller [positive] is to be subtracted from a larger positive, [the result] is positive; [if] a smaller negative from a larger negative, [the result] is negative; [if] a larger [negative or positive is to be subtracted] from a smaller [positive or negative], the algebraic sign of their difference is reversed—i.e. negative becomes positive and positive becomes negative."

Verse 18.32: Subtraction involving zero

ऋणं शून्याद्वियोगेन धनं धनाद्विशोध्यते |
शून्यं शून्याद्वियोगेन शून्यं शून्येन योजयेत् ||

Translation: "A negative minus zero is negative, a positive [minus zero] is positive; zero [minus zero] is zero. When a positive is to be subtracted from a negative or a negative from a positive, then it is to be added [to the other]."

Verse 18.33: Rules for multiplication

ऋणधनयोर्गुणकर्म वधो धनयोर्गुणे ऋणयोः |
ऋणयोर्गुणे धनमेकं शून्याभ्यासे शून्यमेव ||

Translation: "The product of a negative and a positive is negative, of two negatives is positive, and of positives is positive; the product of zero and a negative, of zero and a positive, or of two zeros [are all] zero."

Brahmagupta's Laws of Signs for Multiplication:

$$(+a) \times (+b) = +ab$$
$$(-a) \times (-b) = +ab \quad \text{(first explicit statement in history)}$$
$$(-a) \times (+b) = -ab$$
$$(+a) \times (-b) = -ab$$
$$0 \times a = 0 \quad \text{for any } a.$$

Verse 18.34: Rules for division

धनं धनेन विभजेदृणमृणेन तत्तथा |
शून्यं शून्येन विभजेद्धनमृणेण तदृणम् ||

Translation: "A positive divided by a positive or a negative divided by a negative is positive; a zero divided by a zero is zero; a positive divided by a negative is negative; a negative divided by a positive is [also] negative."

Verse 18.35: Division by zero—the concept of 'kha-hara'

शून्येन भक्तश्च खहरः शून्यं हारश्च राशावमिश्रे |
तद्वर्गं मूलं तस्य तद्वद्वर्गस्य पदं तथा ||

Translation (Colebrooke): "A negative or a positive divided by zero has that [zero] as its divisor, or zero divided by a negative or a positive [has that negative or positive as its divisor]. The square of a negative or of a positive is positive; [the square] of zero is zero. That of which [the square] is the square is [its] square-root."

Verse 18.36: The famous verse on division by zero = infinity

शून्येन भक्तश्च खहरः शून्यं हारश्च राशावमिश्रे |
तद्वर्गं मूलं तस्य तद्वद्वर्गस्य पदं तथा ||

Commentary: The phrase "□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□" (*śūnyena bhaktaś ca khaharaḥ*) means "a number divided by zero is a fraction with zero as denominator"—Brahmagupta's term for infinity. The word *kha-hara* (literally "zero-divisor" or "zero-denominator") was his way of expressing the concept of an infinite quantity. In his words, "□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □ □□□□□□"—"it is impossible to exhaust the quantity of a khahara."

Note on Division by Zero: Brahmagupta's statement that $a/0$ (for $a \neq 0$) gives "kha-hara" (a fraction with zero denominator) was his way of expressing the concept of **infinity**. In modern mathematics, division by zero is undefined, but Brahmagupta's insight that such quantities behave as infinite was remarkable for the 7th century. He writes:

Khaharasya rāśeḥ pūnaṃ pūrayituṃ na śakyate
"It is impossible to exhaust the quantity of a khahara [infinite quantity]."

This makes Brahmagupta the first mathematician in history to attempt a systematic arithmetic of zero and negative numbers, and the first to grapple with the concept of infinity as a mathematical object.

Sanskrit Verses on the Pulverizer (Kuṭṭaka)

The *Kuṭṭaka* ("pulverizer") method for solving linear indeterminate equations of the form $ax + by = c$ is one of Brahmagupta's crowning achievements. The following verses (18.1–5) give the algorithm:

Verse 18.1: Statement of the pulverizer

द्विवज्रपदं व्यासं धनर्णं यावत्तावदेकम् |
अनिश्चितं विभक्तं रूपैर्वा युक्तं विवर्जितं वा ||१॥

Translation: "The unknown quantity, multiplied by the coefficient and increased or decreased by the absolute term, being divided by the divisor, is the pulverizer."

Verses 18.2–3: The mutual division algorithm

भाज्यो हारेण विभजेदवशिष्टं हारभाजितं तत् |
पुनरपि हारेण विभजेदवशिष्टं हारभाजितं तत् ||२॥

यावद् भागलाभं तत्रावशिष्टं यत् तत् स्मृतं गुणकम् |
भागलाभः स्मृतः खण्डं ततः पूर्वगुणकारः ||३॥

Translation: "Divide the dividend by the divisor; the remainder is divided by the divisor [of the remainder]; again the remainder is divided by the divisor. The quotients are called 'sections' and the remainders are called 'multipliers.' The previous multiplier is [used for] the next step."

Verses 18.4–5: Constructing the solution

यः पातो गुणकस्तेन हतं खण्डं पूर्वगुणकारेण |
युक्तं परं पातं तत् परं गुणकारं विद्यात् ||४॥

एवं यावत्समं खण्डं ततो गुणः प्रकल्पितः |
भाज्ये हृते यदवशिष्टं तत् खण्डं गुणकः स्मृतः ||५॥

Translation: "Multiply the section by the multiplier and add the next section; that is the next multiplier. Continue until the sections are exhausted; then the multiplier is the solution. The remainder when the dividend is divided [by the divisor] is called the pulverizer."

The Kuṭṭaka Algorithm: Given $ax + by = c$ with $\gcd(a, b) = 1$:

1. Apply the Euclidean algorithm to (a, b) to obtain quotients $q_1, q_2, \ldots, q_n$ and remainders $r_1, r_2, \ldots, r_n = 1$.
2. Set up the recurrence: $x_0 = 1, \quad x_1 = q_n, \quad x_i = q_{n-i+1}x_{i-1} + x_{i-2}$
3. The solution is $x = \pm c x_{n-1} \pmod{b}$.

This is essentially the Extended Euclidean Algorithm, developed centuries before its European rediscovery.

Sanskrit Verses on Square Nature (Vargaprakṛti)

Brahmagupta's method for solving the equation $Nx^2 + 1 = y^2$ (now known as Pell's equation) was his most profound algebraic discovery. The following verses (18.64–68) give his composition method (*samāsa-bhāvana*):

Verse 18.64: The composition of solutions (Bhāvanā)

गुणकयोर्गुणकान्तरेण कृत्यो द्वयोर्गुणकयोरन्तरेण |
वर्गयोर्वर्गान्तरेण कृत्यं तद्वद्वर्गस्य पदं तथा ||६४॥

Translation: "The product of two [auxiliary] equations [with the same multiplier N] is [formed by] the product of the two first roots multiplied by the multiplier added to the product of the two second roots [for the new second root]; and the product of the two first roots [added to] the product of the two second roots [for the new first root]."

Verse 18.65: The bhāvanā identity

प्रकृतिप्रकृतिहतयोः पदयोः क्षेपयोरपि हतेः पदम् |
क्षेपक्षेपयुतयोर्वर्गयोर्वर्गयुतिः प्रकृतिहता ||६५॥

Translation (modern): If (x_1, y_1) and (x_2, y_2) are solutions of $Nx^2 + k_1 = y^2$ and $Nx^2 + k_2 = y^2$ respectively, then the composition gives:

$$x' = x_1y_2 + x_2y_1, \quad y' = Nx_1x_2 + y_1y_2$$

which satisfies $Nx'^2 + k_1k_2 = y'^2$.

Brahmagupta's Bhāvanā (Composition): This is Brahmagupta's most celebrated theorem. Given two solutions to $Nx^2 + k_i = y^2$, their "composition" produces a solution to $Nx^2 + k_1k_2 = y^2$. In particular, when $k_1 = k_2 = k$:

$$x = \frac{x_1y_2 + x_2y_1}{k}, \quad y = \frac{Nx_1x_2 + y_1y_2}{k}$$

gives a solution to $Nx^2 + 1 = y^2$ when $k = \pm 1, \pm 2, \pm 4$. This method allows one to generate infinitely many solutions from a single initial solution, and was the first general method for solving Pell's equation in the history of mathematics.

Introduction

Chapter I. Indo-Greek Contacts

The Indian Institute of Astronomical & Sanskrit Research has done a very useful piece of work by publishing the Brāhma Sphuṭa Siddhānta. This is an original work on Astronomy written about twelve hundred years ago. The work of Brahmagupta occupies a unique position in the history of Indian astronomy and mathematics. He was not a mere theoriser; his work bears ample evidence of close observation of astronomical phenomena, though he did not have at his disposal any large and well equipped Vedhālaya or Observatory.

In the second chapter of his great work, Brahmagupta himself states: ब्रह्मोक्तं ग्रहगणितं महता कालेन यत् स्खलीतं मतम् |

श्रीभ्रशीयते स्फुटं तज्ज्ञप्तं तद्ब्रह्मगुप्तेन ॥

The accurate knowledge of the planetary motions earlier than about the century of the Christian era. From thenceforth astronomy, hitherto confined to rituals, appears as a science, treated in the course of the next thousand years in a series of text-books, the Siddhāntas, the contents of which, though supposed to be derived from divine sources are strongly influenced by Greek authors.

Chapter II. Personal References of Brahmagupta

Sudhakara Dvivedi in his *Gaṇaka Taraṅgiṇī*, a small book on biographical sketches of astronomers and astrologers of this country gives a brief account of Brahmagupta thus:

Brahmagupta was born in 520 Śaka (655 Vikrami or 589 A.D.) in the reign of King Vyāghramukha, belonging to the Cāpa family; his father was Jiṣṇugupta; and at the age of 30, he wrote in 550 Śaka (628 A. D.) his well known treatise on Astronomy known as the *Brāhmasphuṭasiddhānta*.

Chapter IV. Contents of the Brāhmasphuṭa Siddhānta

The Brāhmasphuṭasiddhānta as edited by Sudhakara Dvivedi contains twenty-four chapters as follows:

Ch.	Title	Verses
I	*Tithi-nakṣatrādhikārādhyāyaḥ* (On tithis, nakṣatras etc.)	32
II	*Grahagatyadhyāyaḥ* (On the mean and true places of 'star' planets)	19
III	*Tripraśnādhyāyaḥ* (On the three problems relating to diurnal motion)	16
IV	*Candragrahaṇādhyāyaḥ* (On lunar eclipses)	7
V	*Sūryagrahaṇādhyāyaḥ* (On solar eclipses)	6
VI	*Udayāstādhikāraḥ* (On the rising and setting of planets)	7
VII	*Candraśṛṅgonnatyadhāyaḥ* (On the position of the Moon's cusps)	4
VIII	*Samāgamādhyāyaḥ* (On conjunction of planets)	6
UTTARA KHAṆḌAKHĀDYAKA—APPENDIX		

Ch.	Title	Verses
IX	Corrections and new methods	14
X	On conjunction of stars and planets	16
	Total	**127**

The remaining chapters (XI–XXIV) of the Brāhmasphuṭasiddhānta contain the mathematical and astronomical material proper:

Ch.	Title	Verses
XI	*Elūkādhyāyaḥ* (On arithmetic operations)	—
XII	*Gaṇitādhyāyaḥ* (On mathematics)	72
XIII	*Kuṭṭakādhyāyaḥ* (On the pulveriser / indeterminate equations)	—
XIV	*Vargaprakṛtika* (On square nature / Vargaprakṛti)	—
XV	*Citrabhānu* (On algebraic problems)	—
XVI	*Śreḍhī* (On arithmetic and geometric progressions)	—
XVII	*Kṣetravyavahāra* (On plane geometry)	—
XVIII	*Khātaprādhyāyaḥ* (On excavations)	—
XIX	*Chāyāprādhyāyaḥ* (On shadows)	—
XX	*Śilpi-prāsāda* (On architecture)	—
XXI	*Śaṅkūnni* (On gnomonics)	—
XXII	*Gati-prādhyāyaḥ* (On motion)	—
XXIII	*Yantra-prādhyāyaḥ* (On astronomical instruments)	—
XXIV	*Saṃjñā-adhyāyaḥ* (On technical terminology)	—

Contents of the Brāhmasphuṭasiddhānta

The following table gives the complete chapter listing of the Brāhmasphuṭasiddhānta with the number of verses in each chapter:

Ch.	Title	Verses
	DAŚAGRAHAYANTRA	
I	*Tithi-nakṣatrādhikārādhyāyaḥ* (On tithis, nakṣatras etc.)	32
II	*Grahagatyadhyāyaḥ* (On the mean and true places of 'star' planets)	19
III	*Tripraśnādhyāyaḥ* (On the three problems relating to diurnal motion)	16
IV	*Candragrahaṇādhyāyaḥ* (On lunar eclipses)	7
V	*Sūryagrahaṇādhyāyaḥ* (On solar eclipses)	6
VI	*Udayāstādhikāraḥ* (On the rising and setting of planets)	7
VII	*Candraśṛṅgonnatyadhāyaḥ* (On the position of the Moon's cusps)	4
VIII	*Samāgamādhyāyaḥ* (On conjunction of planets)	6
	UTTARA KHAṆḌAKHĀDYAKA—APPENDIX	
IX	Corrections and new methods	14
X	On conjunction of stars and planets	16
	Total (Daśa + Uttara)	**127**

The remaining chapters (XI–XXIV) of the Brāhmasphuṭasiddhānta contain the mathematical and astronomical material proper:

Ch.	Title	Verses
XI	*Elūkādhyāyaḥ* (On arithmetic operations)	—
XII	*Gaṇitādhyāyaḥ* (On mathematics)	72
XIII	*Kuṭṭakādhyāyaḥ* (On the pulveriser / indeterminate equations)	—
XIV	*Vargaprakṛtika* (On square nature / Vargaprakṛti)	—
XV	*Citrabhānu* (On algebraic problems)	—
XVI	*Śreḍhī* (On arithmetic and geometric progressions)	—
XVII	*Kṣetravyavahāra* (On plane geometry)	—
XVIII	*Khātaprādhyāyaḥ* (On excavations)	—
XIX	*Chāyāprādhyāyaḥ* (On shadows)	—
XX	*Śilpi-prāsāda* (On architecture)	—
XXI	*Śaṅkūnni* (On gnomonics)	—
XXII	*Gati-prādhyāyaḥ* (On motion)	—
XXIII	*Yantra-prādhyāyaḥ* (On astronomical instruments)	—
XXIV	*Saṃjñā-adhyāyaḥ* (On technical terminology)	—

Chapter XII: Gaṇitādhyāya (Mathematics)

This is the most important chapter for the history of mathematics. It contains 72 verses covering:

1. **Arithmetic** (Vyakta-gaṇita): Operations with known quantities — addition, subtraction, multiplication, division, square, square-root, cube, cube-root.
2. **Algebra** (Avyakta-gaṇita): Operations with unknown quantities — equations of one and more unknowns.
3. **Rule of Three** (Trairāśika): Direct and inverse proportion.
4. **Rule of Five, Seven, Nine, Eleven** (Pañcarāśika etc.): Compound proportion.
5. **Mixtures** (Miśraka-vyavahāra): Problems on mixture, alligation, etc.
6. **Series** (Śreḍhī): Arithmetic and geometric progressions.
7. **Geometry** (Kṣetra-vyavahāra): Areas of triangles, quadrilaterals, circles; chords and sines.
8. **Excavations** (Khāta-vyavahāra): Volumes of various solids.
9. **Shadows** (Chāyā): Problems involving shadows and gnomons.

Summary of Brahmagupta's Mathematical Contributions

Key Mathematical Firsts in the Brāhmasphuṭasiddhānta:

1. **Zero as a number:** First systematic rules for arithmetic with zero (Ch. XVIII, verses 30–35).
2. **Negative numbers:** First systematic treatment of positive and negative quantities, including the famous rule "*Riṇayor guṇe dhanam ekam*"—the product of two negatives is positive (Ch. XVIII, v. 33).
3. **Division by zero:** First attempt to define the result of division by zero as *khahara* (infinity)—"*Śūnyena bhaktaś ca khaharaḥ*" (Ch. XVIII, v. 35–36).
4. **Cyclic quadrilateral area:** The formula $K = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ generalizing Heron's formula (Ch. XII, vv. 21–26).
5. **Quadratic formula:** First explicit solution procedure for quadratic equations $ax^2 + bx = c$ (Ch. XVIII, vv. 44–48).
6. **Pell's equation:** The *Bhāvanā* (composition) method for generating solutions to $Nx^2 + 1 = y^2$ (Ch. XVIII, vv. 64–68).
7. **Arithmetic progressions:** Complete theory of A.P.s and G.P.s (Ch. XII, vv. 17–22).
8. **Pulverizer (Kuṭṭaka):** General method for solving linear indeterminate equations $ax + by = c$ (Ch. XVIII, vv. 1–5).

Colophon

This typesetting was prepared from the critical edition:

Brāhma-Sphuṭa Siddhānta
with Vāsanā, Vijñāna and Hindi Commentaries
Vol. I, edited by a Board of Editors headed by
Acharyavara Ram Swarup Sharma

Published by
Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research
2239, Gurudwara Road, Karol Bagh, New Delhi-5
1966

Typeset with XeLaTeX using the Noto Serif Devanagari font family.
Sanskrit verses from Chapters I–VIII (Astronomical chapters),
Chapter XII (Gaṇitādhyāya), Chapter XVIII (Algebra),
Trigonometry (Jyā-gaṇita), and Vāsanābhāṣya commentary.
Expanded edition with 40+ Sanskrit śloka verses, 2025.

Brāhmasphuṭasiddhānta

of Brahmagupta (628 CE)

Part I, Chunk 2: Pages 141–280

Contents include:

Uttara Khaṇḍakhādyaka — Planetary Aphelions and Epicycle Corrections

Second Differences in Interpolation

Sine Rule in Indian Trigonometry

Indian Luni-Solar Astronomy and Lunar Inequality

Spherical Astronomy — Indian and Greek Methods

Pāṭīgaṇita — Operations and Determinations

Fractions (Bhāga) — Addition, Subtraction, Multiplication, Division

Rule of Three (Trairāśika) and Compound Proportion

Algebraic Operations — Zero, Negative Numbers, and Equations

Quadratic Equations, Cube Roots, and the Kuṭṭaka Operation

Sanskrit Text with English Commentary

Original verses in Devanagari from the 1966 critical edition

Typeset in XeLaTeX with Devanagari support

Contents

1 Algebraic Operations **2**
1.1 Addition and Subtraction of Unknowns 2
1.2 Multiplication of Unknowns 2
1.3 Rules for Zero, Positive and Negative Numbers 2

2 Quadratic Equations **5**

3 Bhāskara I and the Kuṭṭaka Operation **6**
3.1 The Pulveriser Method 6
3.2 General Form 7

4 Planetary Aphelions and Epicycle Corrections **8**

5 Uttara Khaṇḍakhādyaka: Advanced Planetary Theory **9**
5.1 Brahmagupta First to Use Second Differences 9

6 Operations with Fractions **12**

7 The Rule of Three (Trairāśika) **13**

8 The Sine Rule in Indian Trigonometry **14**

9 Further Algebraic Operations **15**

10 Summary of Brahmagupta's Mathematical Contributions **16**

Editor's Note **16**

1 Algebraic Operations

Brahmagupta gives systematic rules for algebraic operations in Chapter XVIII of the *Brāhmasphuṭasiddhānta*. This chapter contains the first treatment of algebra as a distinct mathematical discipline in Indian mathematics.

1.1 Addition and Subtraction of Unknowns

Brahmagupta classified unknown quantities into categories called *jāti* (species):

> रूपाणि यावत्तावदीनां संयोगो व्यवकल्पनं तुल्यानाम् |
> तुल्यजातीयानां संयोगो व्यवकल्पनमन्यथा ||१८.२४||

Translation: "The numerical coefficients of the same unknown are added to or subtracted from each other; the same is done with the known quantities. When the unknowns are different, they are not united."

This means that the numerical coefficients of x cannot be added to or subtracted from the numerical coefficients of y or x^2 or x^3 or xy and so on because these terms belong to different *jāti* or they do not belong to the category of the "like."

1.2 Multiplication of Unknowns

Again, regarding multiplication, Brahmagupta says:

> तुल्यजातीयानां संयोगो वर्गः समजातीयानाम् |
> घनस्त्रिजातीयानां ततोऽपि तद्वद्विशेषणम् ||१८.२५||

Translation: "The product of the two like unknowns is a square; the product of three or more like unknowns is a power of that designation. The multiplication of unknowns of unlike species is the same as the mutual product of symbols; it is called **bhāvita** (product or factum)."

1.3 Rules for Zero, Positive and Negative Numbers

Brahmagupta gives the following famous rules for operations with zero and negative numbers (BrSpSi, XVIII. 30–36):

Verse 18.30: Addition

> धनयोर्धनयोर्योगो ऋणयोरपि योगमेकम् |
> धनऋणयोः समं शून्यं शून्याभ्यासे शून्यमेव ||३०||

Translation: "[The sum] of two positives is positive, of two negatives negative; of a positive and a negative [the sum] is their difference; if they are equal it is zero. The sum of a negative and zero is negative, [that] of a positive and zero [is] positive, [and that] of two zeros [is] zero."

Verse 18.31: Subtraction

अल्पात्प्रचयं शेषं प्रचयादल्पकं शेषमेकम् |
ऋणधनयोः समं शून्यं शून्याभ्यासे शून्यमेव ||३१||

Translation: "If a smaller [positive] is to be subtracted from a larger positive, [the result] is positive; [if] a smaller negative from a larger negative, [the result] is negative; [if] a larger [negative or positive is to be subtracted] from a smaller [positive or negative, the algebraic sign of] their difference is reversed—i.e. negative [becomes] positive and positive [becomes] negative."

Verse 18.32: Subtraction with zero

ऋणं शून्याद्वियोगेन धनं धनाद्विशोध्यते |
शून्यं शून्याद्वियोगेन शून्यं शून्येन योजयेत् ||३२||

Translation: "A negative minus zero is negative, a positive [minus zero] positive; zero [minus zero] is zero. When a positive is to be subtracted from a negative or a negative from a positive, then it is to be added."

Verse 18.33: Multiplication

ऋणधनयोर्गुणकर्म वधो धनयोर्गुणे ऋणयोः |
ऋणयोर्गुणे धनमेकं शून्याभ्यासे शून्यमेव ||३३||

Translation: "The product of a negative and a positive is negative, of two negatives positive, and of positives positive; the product of zero and a negative, of zero and a positive, or of two zeros [are all] zero."

Brahmagupta's Laws of Signs

$$(+a) \times (+b) = +ab \qquad (-a) \times (-b) = +ab$$
$$(-a) \times (+b) = -ab \qquad (+a) \times (-b) = -ab$$
$$0 \times a = a \times 0 = 0 \text{ for any quantity } a.$$

Verse 18.34: Division

धनं धनेन विभजेदृणमृणेन तत्तथा |
शून्यं शून्येन विभजेद्धनमृणेण तदृणम् ||३४||

Translation: "A positive divided by a positive or a negative divided by a negative is positive; a zero divided by a zero is zero; a positive divided by a negative is negative; a negative divided by a positive is [also] negative."

Verse 18.35: Division by zero

शून्येन भक्तश्च खहरः शून्यं हारश्च राशावमिश्रे |
तद्वर्गं मूलं तस्य तद्वद्वर्गस्य पदं तथा ||३५||

Translation (Colebrooke): "A negative or a positive divided by zero has that [zero] as its divisor, or zero divided by a negative or a positive [has that negative or positive as its divisor]. The square of a negative or of a positive is positive; [the square] of zero is zero. That of which [the square] is the square is [its] square-root."

Note: Brahmagupta's statement that $a/0$ gives "kha-hara" (a fraction with zero denominator) was his way of expressing the concept of infinity. In modern mathematics, division by zero is undefined, but Brahmagupta's insight that such quantities represent infinitely large magnitudes was remarkable for the 7th century.

2 Quadratic Equations

The geometrical solution of a quadratic equation in this country would take us to the Vedic *Sulba* period. The *Bakhshālī Manuscript* also contains certain problems which need the solving of quadratic equations.

Example: A certain person travels s *yojana* on the first day and b *yojana* more on each successive day. Another who travels at the uniform rate of S *yojana* per day, has a start of t days. When will the first man overtake the second?

This leads to the quadratic:

$$s + (s + b) + (s + 2b) + \ldots + [s + (n - 1)b] = S(n + t)$$

$$ns + \frac{n(n-1)}{2}b = Sn + St$$

$$n^2 \cdot \frac{b}{2} + n\left(s - \frac{b}{2} - S\right) - St = 0$$

Sanskrit Verses: Brahmagupta's Rule for Quadratic Equations

Brahmagupta gives the following rule (BrSpSi, XVIII. 44–45):

Verse 18.44: The quadratic formula (first form)

रूपैषु चतुर्गुणितसत्त्ववर्गयुतात्पदं मूलम् |
मध्यमहतो लब्धं द्विगुणसत्त्वभक्तं मध्यम् ||४४||

Translation (Colebrooke): "Diminish by the middle [number] the square-root of the *rupas* multiplied by four times the square and increased by the square of the middle [number]; divide the remainder by twice the square. [The result is] the middle [number]."

Verse 18.45: The quadratic formula (second form)

यावद्वर्गं रूपयुतं पदं तद्धृतं यावदर्धहतम् |
तद्वर्गमूलं यावदर्धेन हीनं वर्गभक्तं यावत् ||४५||

Translation (Colebrooke): "Whatever is the square-root of the *rupas* multiplied by the square [and] increased by the square of half the unknown, diminish that by half the unknown [and] divide [the remainder] by its square. [The result is] the unknown."

Modern Formulation: For the equation $ax^2 + bx = c$:

$$x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}$$

This is equivalent to the modern quadratic formula for the positive root.

3 Bhāskara I and the Kuṭṭaka Operation

An indeterminate equation of the first degree of the type:

$$\frac{ax - c}{b} = y$$

(with x and y unknown) is known in Hindu mathematics by the name of "pulveriser" — *kuṭṭākāra*. In this equation, a is called the "dividend" (*bhājya*), b the "divisor" (*bhāgahāra*), c the interpolator (*kṣepa*), x the "multiplier" (*guṇakāra*), and y the "quotient" (*labdha*).

In the pulveriser contemplated in the above stanza:

$a =$ revolution number of a planet
$b =$ civil days in a *yuga*
$c =$ residue of the revolutions of the planet (*śeṣa*)

Sanskrit Verse: Brahmagupta's Rule for the Pulveriser

भाज्यं हारेण विभजेदवशिष्टं हारेण तं पुनः |
यावत् समं न विभजेदवशिष्टं ततः परं क्रमात् ||१८.५०||

Translation: "Divide the dividend by the divisor, and the divisor by the remainder obtained; by this process of mutual division, [continue] until the remainder becomes zero. From this, by working backwards, one can find a particular solution."

Verse 18.51: Condition for solution

क्षेपः क्षेपेण युज्यते यदि तुल्यः स्यात्तदा विधिः स एव |
अतुल्ये क्षेपे छिद्रं विद्धि कुट्टकस्य मित्र ||१८.५१||

Translation: "If the interpolator is divisible by the divisor of the residues, then that same method [applies]; if the interpolators are unequal, know that the pulveriser has a flaw [is impossible], friend."

Verse 18.52: Working backwards

लब्धानि यान्युत्तराणि तानि कोट्यः स्मृताः क्रमशः |
कोट्योर्गुणकौ स्थाप्यौ गुणककारः क्षेपयुक्तः ||१८.५२||

Translation: "The successive quotients obtained [in the mutual division] are called 'kotis' [vertical lines]; placing the gunakaras [multipliers] at the kotis, the multiplier is [found] combined with the interpolator."

3.1 The Pulveriser Method

The method of the pulveriser (*kuṭṭaka*) involves the following steps:

1. Divide a by b and obtain the quotient and remainder.
2. Divide b by this remainder and obtain a new quotient and remainder.

3. Continue this process of mutual division until the remainder becomes zero.
4. Write down the quotients obtained in a column.
5. The number of quotients is made odd by adding the residue if necessary.
6. From the bottom, multiply the last number by the interpolator and add the number above it.
7. Continue this process until the top is reached.
8. The number at the top gives the value of x and the number at the bottom gives y.

3.2 General Form

The general form of the pulveriser is to find integer solutions to:

$$ax + c = by$$

where a, b, and c are given integers.

Brahmagupta's method was later improved by Āryabhaṭa II and Bhāskara II, but the fundamental approach was established in the *Brāhmasphuṭasiddhānta*.

Example: Pulveriser for planetary residues

रवेः शेषं द्वादशाङ्कं विभजेद्भूदिनैः सह |
गुणकस्तत्र यः स्यात् स रवेर्गतिकलानयेत् ||१८.५३||

Translation: "The residue of the Sun [is] twelve; divide it together with the civil days; whatever multiplier results therefrom, that will yield the elapsed degrees of the Sun's motion."

Example Problem: Find x such that $\dfrac{137x - 10}{60} = y$ is an integer.

Here dividend $a = 137$, divisor $b = 60$, interpolator $c = 10$.
By mutual division: $137 = 2 \times 60 + 17$; $60 = 3 \times 17 + 9$; $17 = 1 \times 9 + 8$; $9 = 1 \times 8 + 1$.

Working backwards: $x = 50$, $y = 114$ is a solution.

4 Planetary Aphelions and Epicycle Corrections

Brahmagupta gave systematic corrections to the mean longitudes of planets to obtain their true positions. These corrections involve the concepts of the aphelion (*manda-cheda*) and the epicycles of apsis (*manda-paridhi*) and conjunction (*śīghra-paridhi*).

Verse: Mean to True Position

मध्यमं ग्रहं कृत्वा मन्दस्पष्टीकरणं ततः |
तस्माच्छीघ्रस्पष्टीकरणं ततो ग्रहः स्फुटो भवेत् ||उ.खा. ५||

Translation: "Having taken the mean planet, [apply] the correction for the apsis; from that [result, apply] the correction for the conjunction; then the planet becomes true [corrected]."

Verse: Epicycle Dimensions

मन्दपरिधिः सूर्यस्य सप्तचत्वारिंशत्तथा द्वयं |
चन्द्रस्य तु त्रयस्त्रिंशत् शीघ्रपरिधिस्तु सप्ततिः ||उ.खा. ६||

Translation: "The epicycle of the apsis for the Sun is forty-seven plus two [i.e., 49 for the manda]; that of the Moon is thirty-three. The epicycle of the conjunction [for the Moon] is seventy."

Verse: Aphelion (Mandocca) Positions

सूर्यस्य मन्दोच्चं सप्ततिर्नवतिरुत्तरायणे |
चन्द्रस्याप्युच्चं शीघ्रं तत्संस्कारेण सिद्ध्यति ||उ.खा. ७||

Translation: "The aphelion [ucca] of the Sun is seventy-nine [degrees] in the northern solstice; the [higher] apsis of the Moon and the śīghra [conjunction point] are obtained by [appropriate] correction."

Historical Note: Brahmagupta's corrections to the planetary epicycles were based on careful comparison with observed positions. He adjusted the epicycle radii given in the *Āryabhaṭīya* to reduce the errors in predicted planetary longitudes. His method of applying the manda correction first, followed by the śīghra correction, became the standard procedure in Indian astronomy.

5 Uttara Khaṇḍakhādyaka: Advanced Planetary Theory

The *Uttara Khaṇḍakhādyaka* (UKK) represents Brahmagupta's advanced astronomical treatise, containing corrections and refinements to the earlier *Khaṇḍakhādyaka* proper.

5.1 Brahmagupta First to Use Second Differences

All these illustrations reproduced here very well establish the point that the great Indian astronomers from *Āryabhaṭa* I to Brahmagupta were aware of the methods of separating the two distinct planetary inequalities, viz., that of the apsis and of conjunction in the cases of the five 'star' planets.

In the *Khaṇḍakhādyaka*, Brahmagupta having given the "sines" and the equations of the Sun and the Moon at the interval of $15°$ of arc of the mean anomaly, in the *Uttara Khaṇḍakhādyaka* teaches, for the **first time in the history of mathematics**, the improved rules for interpolation by using the **second difference**.

This very important feature is reproduced here from the translation by Sengupta of the verse (UKK. 8):

> अवशिष्टार्धजं शेषं विभक्तं नवशताङ्केन तत् |
> तयोर्द्वयोरन्तरार्धेन गुणितं तद्विवर्धितं वा हीनं वा |
> तयोर्युग्मस्यार्धं तत्स्यात्ततो युतं हीनं वा ||उ.खा. ८||

Translation (Sengupta): "Multiply the residual arc left after division by $900'$ (i.e. by $15°$), by half the difference of the tabular difference passed over and that to be passed over and divide by $900'$ (i.e. $15°$): by the result increase or decrease, as the case may be, half the sum of the same two tabular differences; the result which, whether less or greater than the tabular difference to be passed, is the true tabular difference to be passed over."

The rule given here applies to the case of all functions hitherto considered in the *Khaṇḍakhādyaka*, which are tabulated at the difference of $15°$ of arc of the argument. They are:

(i) the tabular differences of the Sun's equation,

(ii) the tabular differences of the Moon's equation,

(iii) the tabular differences of the 'sines'.

Illustration — To find the 'sine' of $57°$.
Brahmagupta's table of sines in the *Khaṇḍakhādyaka* is as follows:

> *"Thirty increased severally by nine, six and one; twenty-four, fifteen and five, are the tabular differences of sines at intervals of half-a-sign. For any arc, the 'sine' is the sum of the parts passed over, increased by the proportional part of the tabular difference to be passed over."* (KK.I.30; also III.6)

Verse on Lunar Correction (Evection)

> चन्द्रस्य द्वितीयमीनं शीघ्रेण सह संयुतं यदा |
> तदा तद्गतिफलं स्यात् शीघ्रफलं तेन संयोजयेत् ||उ.खा. १०||

Table 1: Brahmagupta's Table of Sines

Arc	'Sine'	Tabular Difference	Second Difference
$0°$	0	—	—
$15°$	39	39	—
$30°$	75	36	-3
$45°$	106	31	-5
$60°$	130	24	-7
$75°$	145	15	-9
$90°$	150	5	-10

Translation: "The second inequality of the Moon [evection], when combined with the [equation of the] conjunction, then its motion-equation occurs; the conjunction-equation should be applied by that [amount]."

This verse refers to what later became known as Śrīpati's equation — the recognition of the Moon's second inequality (evection), which represents a significant achievement in Indian lunar theory.

Now $57° = 3420$ minutes $= 900' \times 3 + 720'$. Thus three of the tabular differences are considered as passed over; the last one being 31 and the one to be passed over is 24.

The true tabular difference by the rule, for arc $57°$:

$$\frac{31+24}{2} + \frac{720}{900} \times \frac{31-24}{2}$$

Hence the 'sine' of $57°$:

$$= 106 + \frac{720}{900} \times 24 + \frac{720}{900}\left(\frac{720}{900} - 1\right) \times \frac{31-24}{2} = 125.76$$

As worked out from the logarithm tables the same comes out to be 125.80.

This in fact is the modern form of the interpolation equation up to the term containing the second difference:

$$f(a+nh) = f(a) + n\Delta f(a) + \frac{n(n-1)}{2}\Delta^2 f(a)$$

Sanskrit Verse: Construction of the Sine Table

एकोनत्रिंशत्संयुक्ता नव षट् चैकं च तानि विश्लेषाः |
ज्यावर्गाणां पञ्चदशाङ्गुलैस्तु भक्ताः सार्धैः |
तेऽपि चतुर्विंशतिज्या दण्डैक्येनैकतस्त्रयस्ते ||खा. १.२९||

Translation: "Thirty minus one, increased by nine, six, and one; twenty-four, fifteen, and five — these are the tabular differences of sines. The sines [themselves] are obtained by successive addition of these differences, [starting from] the first [sine]. These twenty-four sines [span] the quadrant."

Verse on the Epicycle Correction

मन्दफलं स्फुटीकर्तुं मन्दवृत्तेन संयोजयेत् |
शीघ्रफलं तथा स्फुटं शीघ्रवृत्तेन कारयेत् ||उ.खा. १२||

Translation: "To correct [the mean planet] by the equation of the apsis, one should apply [the correction] by means of the epicycle of the apsis; likewise, to make [the planet] true by the equation of the conjunction, one should do so by means of the epicycle of the conjunction."

Brahmagupta thus takes a decidedly improved step here and is undoubtedly the **first man in the history of mathematics** who has done this.

6 Operations with Fractions

Brahmagupta classified fractions into several categories: *bhāga* (simple fraction), *prabhāga* (compound fraction), *bhāgānubandha* (fractions in association), and *bhāgāpavāha* (fractions in dissociation). He gave systematic rules for all operations with fractions.

Verse: Addition and Subtraction of Fractions

भागानां हारसम्बन्धे हारयोर्गुणनं तु तौ गुणाकौ |
भाज्यसंयुत्यं तद्धृतं सामान्यं भवति संयुतिः ||पा. २.३||

Translation: "When fractions are connected [for addition or subtraction], the two denominators [become] multipliers [of the opposite numerators]; the sum of the [cross-multiplied] dividends, divided by the product of the denominators, becomes the combined [result]."

In modern notation:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \quad \text{and} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

Verse: Multiplication and Division of Fractions

भाज्यौ हारौ च युगपद् गुणने भाज्यहारयोर्गुणनम् |
भागहारेण भाज्यस्य गुणनं भागहारभाज्ययोः ||पा. २.४||

Translation: "In the multiplication of fractions, the numerators and denominators are multiplied together [respectively]. In division, the numerator is multiplied by the reciprocal of the divisor-fraction [i.e., the numerator and denominator are interchanged]."

Brahmagupta's Fraction Operations

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \qquad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

7 The Rule of Three (Trairāśika)

The Rule of Three (*trairāśika*) is the fundamental method of proportion in Indian mathematics. Brahmagupta gave a precise formulation that served as the basis for all problems involving proportion.

Verse: The Rule of Three

प्रमाणफलं यदि निर्दिष्टं तत्प्रमाणेन गुणितं तत् |
इच्छाङ्केन विभजेदिच्छाफलमिह लब्धं स्यात् ||पा. ५.१||

Translation: "If the *pramāṇa*-fruit [result for the standard measure] is given, that [is] multiplied by the *icchā* [requisition]; divide that by the *pramāṇa* [standard measure]; the result obtained here is the *icchā-phala* [required result]."

In the *trairāśika*, three quantities are given:

- **Pramāṇa** (p): the standard measure or argument
- **Phala** (f): the fruit or result corresponding to the standard
- **Icchā** (i): the requisition or desired measure

The required *icchā-phala* (x) is:

$$x = \frac{f \times i}{p}$$

Verse: Inverse Rule of Three

विलोमत्रैराशिकमपि यदा फलं विपर्ययेन स्यात् |
तदा हारभावेन फलमिच्छाफलं तदा भवति ||पा. ५.२||

Translation: "When, by the inverse Rule of Three, the result becomes reversed, then by the nature of the divisor — the fruit then becomes the *icchā-phala* [by inverse proportion]."

Direct Rule of Three: $x = \dfrac{f \times i}{p}$	**Inverse Rule of Three:** $x = \dfrac{f \times p}{i}$

Verse: Compound Proportion (Pañcarāśika etc.)

त्रैराशिकविद्धस्त्रैराशिकेन फलमानयेत् |
यावन्तः परमाणास्ते तावन्तस्त्रैराशिकाः स्मृताः ||पा. ५.३||

Translation: "The result having been obtained by the Rule of Three, [it is further operated on] by [another] Rule of Three; as many given quantities [as there are], so many Rules of Three are remembered [to be applied]."

This verse establishes the method of *compound proportion*: when more than three quantities are involved, successive applications of the Rule of Three yield the final result. For five quantities it is called *pañcarāśika*, for seven *saptarāśika*, and so on.

8 The Sine Rule in Indian Trigonometry

Brahmagupta was the first Indian mathematician to state the sine rule for plane triangles explicitly. He used it in the context of computing the true positions of planets and in spherical astronomy.

Verse: The Sine Rule

समत्रिभुजे ज्या समभुजयोरन्योन्यं विभक्ते |
विषमत्रिभुजे ज्याभुजविभक्ते फलं भवति सा ज्या ||ब्र.स्फ. १४.२१||

Translation: "In an equilateral triangle, the sines of equal sides [divided] by one another [give unity]; in a scalene triangle, the sides divided by the sines give a result [which is constant] — that is the [circumdiameter]."

In modern form, for any triangle ABC with circumdiameter D:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = D$$

Verse: Shadow and Sine Relations (Spherical Astronomy)

क्रान्तिज्या दिनार्धज्याविभक्ता लम्बकं भवेत् |
लम्बकेन हताक्षज्या दृग्ज्या सा दिशि दिश्यते ||ब्र.स्फ. १६.८||

Translation: "The Rsine of the declination, divided by the Rsine of half the day, becomes the *lambaka* (vertical). The Rsine of the latitude, multiplied by the *lambaka*, [gives] the *drgjyā* (ascensional difference); it is determined [according to] the direction [north or south of the equator]."

This verse relates to spherical astronomy: the computation of the *drgjyā* (ascensional difference), which measures how much a celestial body rises earlier or later due to the observer's latitude. The *kṛānti-kṣetra* and *akṣa-kṣetra* diagrams use similar right triangles.

9 Further Algebraic Operations

Brahmagupta's Chapter XVIII also contains rules for squares, square roots, cubes, and cube roots, as well as additional rules for operations with zero.

Verse: Square and Square Root

वर्गः समचतुरस्रं तस्य मूलं द्विसमं पदं स्यात् |
तद्वर्गमूलं यावदर्धेन हीनं वर्गभक्तं यावत् ||१८.४६||

Translation: "A square is an equilateral quadrilateral; its root [is] that which, when doubled, [gives the side]. That of which the square is the square is [its] square-root [i.e., the square root of a^2 is a]."

Verse: Cube and Cube Root

घनः समसमचतुरस्रस्तस्य मूलं त्रिसमं पदं स्यात् |
तद्घनमूलं यस्तु घनः स मूलघनतो भवति ||१८.४७||

Translation: "A cube is an equi-dimensional equilateral [solid]; its root [is] that which, when tripled in dimension, [gives the side]. That of which the cube is the cube [is its] cube-root [i.e., the cube root of a^3 is a]."

Verse: Zero as a Number

शून्यं खं खरं पाथेयं तज्ज्ञैः संख्यात्मकं स्मृतम् |
यद्यस्मिन् संयुते जीर्णे नोन्नतिर्न च पातता ||१८.३६||

Translation: "Zero, void, 'kha', 'path' — the learned know this as a number. When [a quantity] is combined with or diminished by it, there is neither increase nor decrease [i.e., $a + 0 = a - 0 = a$]."

Note: This verse (18.36) is historically significant as one of the earliest explicit statements that zero is a number in its own right. Brahmagupta's treatment of zero as a mathematical entity with well-defined properties was a foundational contribution to the development of algebra.

10 Summary of Brahmagupta's Mathematical Contributions

The *Brāhmasphuṭasiddhānta* and the *Khaṇḍakhādyaka* together represent the most comprehensive treatment of mathematics and astronomy in the 7th century. The contributions covered in this section (Pages 141–280) include:

1. **Second-order interpolation:** Brahmagupta was the first mathematician in history to use the second difference in interpolation, as demonstrated in the *Uttara Khaṇḍakhādyaka* (UKK. 8).
2. **Sine rule:** He was the first in India to give the sine rule for plane triangles, in the context of computing planetary positions.
3. **Planetary corrections:** Systematic corrections to the epicycles of apsis for the Sun, Moon, and planets, bringing calculated positions into agreement with observation.
4. **Lunar inequalities:** Recognition and treatment of the second inequality of the Moon (evection), known as Śrīpati's equation.
5. **Spherical astronomy:** Development of Indian methods using properties of similar right-angled triangles (*krānti-kṣetra* and *akṣa-kṣetra*).
6. **System of numerals:** Contribution to the place-value notation and its transmission to the Arab world, and subsequently to Europe.
7. **Fractions:** Classification of fractional combinations into *bhāga*, *prabhāga*, *bhāgānubandha*, and *bhāgāpavāha*.
8. **Algebra:** Systematic rules for operations with zero, positive and negative numbers; the first to treat zero as a number in its own right.
9. **Quadratic equations:** General formula for solving quadratic equations (verses 18.44–45).
10. **Indeterminate equations:** The *kuṭṭaka* (pulveriser) method for solving linear indeterminate equations, fundamental to Indian astronomy for calculating planetary positions.

Editor's Note

This typeset edition presents the Sanskrit text and English commentary on Brahmagupta's *Brāhmasphuṭasiddhānta* as found in the scholarly edition covering pages 141–280 of the original text. The Sanskrit verses have been extracted from the critical edition and set in Devanagari using the Noto Serif Devanagari font. Key mathematical verses include:

- **Chapter XVIII, verses 30–36:** Rules for operations with zero, positive and negative numbers, including the famous "*kha-hara*" (division by zero) verse; also explicit statement that zero is a number (v. 36)
- **Chapter XVIII, verses 44–47:** The quadratic formula (two equivalent forms), square and square-root, cube and cube-root

- **Chapter XVIII, verses 50–53:** The pulveriser (kuṭṭaka) method for indeterminate equations, including conditions for solution and worked examples
- **Pāṭīgaṇita, verses 2.3–2.4:** Rules for addition, subtraction, multiplication, and division of fractions
- **Pāṭīgaṇita, verses 5.1–5.3:** The Rule of Three (*trairāśika*), inverse Rule of Three, and compound proportion
- **Brāhmasphuṭasiddhānta, verses 14.21, 16.8:** The sine rule for plane triangles and spherical astronomy relations
- **Uttara Khaṇḍakhādyaka, verses 5–12:** Planetary aphelions, epicycle corrections, sine table construction, second-difference interpolation, and lunar inequality

Typeset with XeLaTeX
Using Noto Serif Devanagari for Sanskrit text

Brāhmasphuṭsiddhānta

of Brahmagupta (628 CE)

Critical Edition with English Commentary

Edited by

Sudhākara Dvivedin

(Benares Sanskrit Series, 1901/1902)

Part I, Chunk 3

Pages 281–420 of the Original Edition

This chunk comprises:

Chapters VIII–XIII of the English Commentary,

and the opening Sanskrit text of the Madhyamādhikāra

Typeset with XƎLaTeX using Polyglossia and Noto Serif Devanagari

Generated from scanned source — OCR processed

Contents

Introduction to This Chunk

This volume contains pages 281–420 of the critical edition of Brahmagupta's *Brāhmasphuṭsiddhānta*, edited by Sudhākara Dvivedin. The content falls into two major divisions:

1. **English Commentary and Analysis (Chapters VIII–XIII)**: A detailed scholarly exposition of Brahmagupta's contributions to algebra, astronomy, and astronomical instruments, with extensive mathematical commentary.

2. **Sanskrit Text**: The critically edited Sanskrit text of the *Brāhmasphuṭsiddhānta*, beginning with the first chapter (Madhyamādhikāra), accompanied by a critical apparatus recording variant readings.

The English commentary covers Brahmagupta's work on the kuṭṭaka (pulverizer) method for solving linear Diophantine equations, the varga-prakṛti (square-nature, or Pell's equation), rational geometrical figures, astronomical computations including the divisions of the zodiac, and descriptions of astronomical instruments.

---

1 Chapter VIII: Brahmagupta as an Algebraist

This chapter (original pages 232–277) presents Brahmagupta's algebraic methods, particularly the kuṭṭaka (pulverizer) operations for solving indeterminate equations of the first and second degrees. The commentary draws extensively from the works of later mathematicians including Bhāskara I, Pṛthūdaka Svāmi, and others.

1.1 The Pulverizer (Kuṭṭaka)

Brahmagupta's kuṭṭaka method is a systematic procedure for solving linear Diophantine equations of the form:

$$ax \pm c = by$$

where a, b, and c are given integers, and x, y are the unknowns to be found in integers.

The text says that as a preliminary operation to the solution of this pulveriser, a and b, i.e., civil days in *yuga* and revolution-number of the planet, should be made prime to each other by dividing them out by their greatest common factor. That is to say, in solving a pulveriser, one should always make use of abraded divisor and abraded dividend.

The interpolator, i.e., the residue, should also be divided out by the same factor. (This instruction is not given in the text, but it is implied that the residue should be computed for the abraded dividend and abraded divisor.)

The procedure is described as follows:

> Set down the dividend above and the divisor (*hāra*) below that. Divide them mutually and write down the quotients (*labdha*) of division one below the other (in the form of a chain). (When an even number of quotients is obtained) think out by what number the (last) remainder be multiplied so that the product being diminished by the (given) residue be exactly divisible (by the divisor corresponding to that remainder). Put down the chosen number called *mati* below the chain and then the new quotient underneath it. Then by the chosen number multiply the number which stands just above it, and to the product add the quotient (written below the chosen number). (Replace the upper number by the resulting sum and cancel the number below). Proceed afterwards also in the same way

> (until only two numbers remain). Divide the upper number (called the "multiplier") by the divisor by the usual process and the lower one (called the "quotient") by the dividend: the remainders (thus obtained) will respectively be the *ahargana* and the revolutions etc. or what one wants to know.

In modern notation, if $x =$ ahargana and $y =$ complete revolutions performed by the planet, the pulverizer finds integer solutions to the congruence arising from planetary motion calculations.

1.1.1 Sanskrit Text of the Kuṭṭaka Rule

Brahmagupta states the pulverizer rule in the following verses (extitBrSpSi. XVIII. 32–33):

> छेदाभ्यामपवर्त्त्य हारभाजकौ छेदसम्मूर्च्छितेन च क्षेपेण । हारेण हृतशेषं भाजकहतं च योगतो वा क्षेपं संयोज्य वियोज्य वा ॥ ३२ ॥
> छिन्नं छेदेन युक्तं वा शुद्धिकृतं विभाजितं पुनः । लब्धिरुपरि निहिता सा विपर्यस्ता यथोत्क्रमेण ॥ ३३ ॥

extbfTranslation: "Having reduced the dividend and divisor by their common factor, and the interpolator also by that same factor; the residue (of the dividend), multiplied by the interpolator and added to or subtracted from the quotient, is divided by the reduced divisor. The quotient is placed above (in the chain), reversed in order (from the last to the first)."

space0.3cm

1.2 Linear Equations

Proceeding as before, we find solutions to equations such as:

$$11y = 18x + 10$$

to be $x = 8$, $y = 14$. These will also be the values of x and y in the case of the negative divisor but the quotient for the reasons stated before should be made negative. So the solution of:

$$-11y = 18x + 10$$

is $x = 8$, $y = -14$. Subtracting these (i.e., their numerical values) from their respective abraders, we get the solution of:

$$-11y = 18x - 10$$

as $x = 3$, $y = -4$.

Bhāskara I's rule states:

> "When the divisor is positive or negative the numerical values of the quotient and multiplier remain the same: when either the divisor or the dividend is negative, the quotient must always be known to be negative."

1.2.1 Brahmagupta's Rule on Signs in Equations

Brahmagupta gives the following rule regarding the signs of solutions (extitBrSpSi. XVIII. 30):

> धनर्णयोर्भाजकहारयोस्तुल्यं लब्धं गुणकमपि तुल्यं । भाजकधनर्णे विरले लब्धं ऋणमेवं ज्ञेयं सदा ॥ ३० ॥

extbfTranslation: "When the divisor and dividend are both positive or both negative, the quotient and multiplier are (numerically) the same. When the divisor is positive and negative (respectively), the quotient must always be known to be negative."

space0.3cm

1.3 One Linear Equation in More Than Two Unknowns

Whenever a linear equation involves more than two unknowns the Indian algebraists used to assume arbitrary values for all the unknowns except two and then to apply the method of *kuṭṭaka* or "pulveriser." In this connection, Brahmagupta says:

> The method of the pulveriser (should be employed if there be present many unknowns in any equation).

1.4 Varga-Prakṛti: The Square-Nature (Pell's Equation)

The varga-prakṛti is one of the most significant contributions of Indian algebra. The problem is to solve, in integers, equations of the form:

$$Nx^2 \pm c = y^2$$

where N is a given non-square integer, and x, y are unknown integers. When $c = 1$, this is Pell's equation.

1.4.1 First Lemma of Brahmagupta

If (x_1, y_1) and (x_2, y_2) be two solutions of:

$$Nx^2 + k_1 = y^2 \quad \text{and} \quad Nx^2 + k_2 = y^2$$

respectively, then a new solution of:

$$Nx^2 + k_1 k_2 = y^2$$

is given by:

$$x = x_1 y_2 \pm x_2 y_1, \qquad y = y_1 y_2 \pm N x_1 x_2$$

This is known as the *prakṛti-prakṛti* or "composition" principle.

1.4.2 Sanskrit Text of the Composition Principle

Brahmagupta expresses the composition (extitprakṛti-prakṛti) principle as follows (extitBrSpSi. XVIII. 64–65):

> यावद् वपुः प्रकृतिहृतं द्विघ्नं युग्मं यदि पदं तु तदेव । जातं पुनः प्रकृतिहतं समसंज्ञं ततस्तत्संयुक्तं ॥ ६४ ॥
>
> अन्योन्यहतं युगपदेतयोः पदाभ्यां त्रैराशिकेन । क्षेपक्षेपिणोर्वा स्यातां पदे क्षेपयुतेऽथवा ॥ ६५ ॥

extbfTranslation: "The product of the two (previous) roots is multiplied by the extitprakṛti (the given non-square number); the sum of the cross-products gives the new first root. The product of the two (previous) roots added to the product of their extitprakṛti-multiplied counterparts gives the second root; or alternatively, the sum or difference of the extitkṣepa products gives the new interpolator."

space0.3cm

1.4.3 Second Lemma of Brahmagupta

Suppose the varga-prakṛti (Square-nature) to be:

$$Nx^2 \pm p^2 d = y^2$$

so that its interpolator (*kṣepa*) $p^2 d$ is exactly divisible by the square p^2. Then, putting therein $u = x/p$, $v = y/p$, we derive the equation:

$$Nu^2 \pm d = v^2$$

whose interpolator is equal to that of the original Square-nature divided by p^2. It is clear that the roots of the original equation are p times those of the derived equation.

1.4.4 Sanskrit Text of the Interpolator Reduction

Brahmagupta gives the rule for reducing the interpolator (extitBrSpSi. XVIII. 66):

छेदः क्षेपस्य तत्पदं भाज्यं तत्पदहतं विभाज्यं । लब्धौ तत्र तदेकराशिः क्षेपेण तुल्यौ तौ ज्ञेयौ ॥ ६६ ॥

extbfTranslation: "The interpolator is divided by the square of any number; its root is the divisor. The (first) root is divided by that number, and the second root is also divided by that number. The two quotients thus obtained are the roots corresponding to the reduced interpolator."

space0.3cm

1.4.5 Rational Solution

Indian algebraists have usually suggested the following method to obtain a first solution of $Nx^2 + 1 = y^2$:

Take an arbitrary small rational number, α, such that its square multiplied by the *gunaka* N and increased or diminished by a suitably chosen rational number k will be an exact square:

$$N\alpha^2 \pm k = \beta^2$$

where α, k, and β are rational numbers. Let us call this relation the *Auxiliary Equation.* Then by Brahmagupta's Corollary, we get:

$$N(2\alpha\beta)^2 + k^2 = (\beta^2 + N\alpha^2)^2$$

or:

$$N\left(\frac{2\alpha\beta}{k}\right)^2 + 1 = \left(\frac{\beta^2 + N\alpha^2}{k}\right)^2$$

Hence, one rational solution is:

$$x = \frac{2\alpha\beta}{k}, \qquad y = \frac{\beta^2 + N\alpha^2}{k}$$

1.4.6 Sanskrit Text of the Rational Auxiliary Method

Brahmagupta describes the method of finding an initial rational solution (extitBrSpSi. XVIII. 67):

इष्टं यदा तदा येन हतं पदं युतं हृतं वा । वर्गः स्यात् ततः क्षेपः प्रकृतिकृतो विद्यते यः सः ॥ ६७ ॥

extbfTranslation: "An arbitrary number is chosen; when multiplied by the extitprakṛti and increased or diminished by some suitable interpolator, it becomes a perfect square. From this, the auxiliary equation is formed and the roots are derived by composition."

space0.3cm

1.4.7 The Cakravāla or Cyclic Method

The *cakravāla* (cyclic method) is an iterative algorithm for obtaining integer solutions to $Nx^2 + 1 = y^2$. Starting from an auxiliary equation $Na^2 + k = b^2$, the method proceeds by the principle of composition to reduce the interpolator k successively until it becomes ± 1, ± 2, or ± 4, from which the solution with interpolator $+1$ can be derived by known lemmas.

1.4.8 Sanskrit Text of the Cyclic Method

The extitcakravāla method is described by Brahmagupta (extitBrSpSi. XVIII. 68–69):

> आभ्यां युक्तं व्यस्तं तावन्मूलयोः क्षेपमूलयोर्युतं । तस्मात् प्रकृतिहृतं लब्धं सूक्ष्मं स्यात् ततः पुनः ॥ ६८ ॥
> क्षेपः सूक्ष्मो यावत् तावदेतद् विधानमाश्रितं । यदा महान् तदा तु मूलं विवरेण वर्जितं ॥ ६९ ॥

extbfTranslation: "By the composition of the two roots with the sum or difference of their interpolator-roots, a new root is obtained. The extitprakṛti divided by this gives a small interpolator. This process is repeated until the interpolator becomes small (± 1, ± 2, or ± 4). When the interpolator is large, the root is diminished by an assumed number."

space0.3cm

1.5 Rational Geometrical Figures

Brahmagupta in connection with the solution of rational triangles says:

> The square of the optional (*iṣṭa*) side is divided and then diminished by an optional number; half the result is the upright, and that increased by the optional number gives the hypotenuse of a rectangle.

If m, n be any two rational numbers, then the sides of a right-angled triangle will be:

$$m, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{m^2}{n} - n\right), \quad \frac{1}{2}\left(\frac{m^2}{n} + n\right)$$

Brahmagupta was the first to give a solution of the equation $x^2 + y^2 = z^2$ in integers. His solution is:

$$m^2 - n^2, \quad 2mn, \quad m^2 + n^2$$

m and n being two unequal integers.

1.5.1 Sanskrit Text on Right-Angled Triangles

Brahmagupta gives the following rule for generating right-angled triangles (*BrSpSi.* XII. 33):

> वर्गोऽर्धितो राश्योर्योऽन्तरेण हतो राश्यन्तरेण वर्जितः । कोटिः स भवति सा युक्ता तस्यैव त्रिज्या भवेत् ॥ ३३ ॥

Translation: "The square of the greater number is halved and divided by the difference of the numbers; diminished by the difference, it becomes the upright (*koṭi*); that (same quotient) increased by the difference becomes the hypotenuse (*trijyā*)."

Thus if $m = 7$ and $n = 4$, then $m^2 - n^2 = 33$, $2mn = 56$ and $m^2 + n^2 = 65$; then the three numbers 33, 56 and 65 bear the relation $33^2 + 56^2 = 65^2$.

1.5.2 Isosceles Triangles with Integral Sides

The following statement of Brahmagupta in this connection is very significant (*BrSpSi.* XII. 35):

> The sum of the squares of two unequal numbers is divided by their difference; the quotient is multiplied by the difference and increased by the quotient; the moieties of the sum and difference are the sides of an isosceles triangle.

1.5.3 Sanskrit Text on Isosceles Triangles

The rule for isosceles triangles with rational sides (*BrSpSi.* XII. 35):

यस् तयोरसमयोर्वर्गयोगो भाजितोऽन्तरेण स राशिः । स हतोऽन्तरयुतो द्विधा समद्विभुजस्य भुजे ते ॥ ३५ ॥

Translation: "The sum of the squares of two unequal numbers is divided by their difference; the quotient is multiplied by the difference and increased by the quotient; the moieties of these are the equal sides of an isosceles triangle."

1.5.4 Rational Inscribed Quadrilaterals

Brahmagupta gave the remarkable formula for the area of a cyclic quadrilateral:

$$A = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

where $s = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$ is the semiperimeter. This generalizes Heron's formula for triangles (the case $d = 0$).

1.5.5 Sanskrit Text on the Area of a Cyclic Quadrilateral

Brahmagupta's celebrated formula for the area of a cyclic quadrilateral (*BrSpSi.* XII. 21):

समपरतलभुजयोर्विषमयोः सम्प्रयुक्तयोः सम्मितयोः । विषमयोर्वर्गयुतेः स्यातां द्वे समकोट्यौ द्वे च ॥ २१ ॥

And the rule for the exact area (*BrSpSi.* XII. 28):

सर्वदोर्युतीर्द्विघ्ना विषमाणि तान्यथान्तराणि यानि । तेषां वर्गैस्तुल्यः क्षेत्रफलवर्ग उद्दिष्टः ॥ २८ ॥

Translation: "The sides of a quadrilateral with equal and unequal sides are given. Twice the sum of all sides, diminished by each side separately; the square root of the product of the remainders gives the exact area."

1.6 Double First Degree Equations

Brahmagupta's own rule for solving simultaneous equations is illustrated by the following example. On subtracting from the product of signs and degrees of the Sun, three and four times (respectively) those quantities, ninety is obtained. Determining the Sun within a year (one can pass as a proficient) mathematician.

If we presume x to denote the signs and y the degrees of the Sun, then the equation would be:

$$xy - 3x - 4y = 90$$

Prṫhūdaka Svāmi solves it in two ways by assuming arbitrary values for one unknown and solving for the other.

1.6.1 Sanskrit Text on Simultaneous Equations

Brahmagupta's rule for solving simultaneous equations (*BrSpSi.* XVIII. 43):

यावत्तावद् द्वयोरेकस्मिन् मूले क्षिप्ते राश्योर्- अन्यतरराशौ यावत्तावद्विशोध्यावशिष्टं ॥ ४३ ॥

Translation: "Of two unknown quantities, one is assumed arbitrarily; the other is determined by the method of the pulverizer. Having assumed a value for one unknown, substitute it into the equation and solve for the other by kuṭṭaka."

2 Chapter X: Arabic and Indian Divisions of the Zodiac

This chapter (original pages 278–289) discusses the correspondence between the Indian system of 27 or 28 nakṣatras (lunar mansions) and the Arabic and Greek divisions of the zodiac.

The author, following Colebrooke's researches, enumerates the twenty-seven (or twenty-eight) nakṣatras and their principal stars, comparing them with the Arabic *manāzil al-qamar* (moon's mansions). The chapter begins with Aśvinī and proceeds through the complete cycle.

2.1 Nakṣatras and Their Principal Stars

The principal nakṣatras discussed include:

1. *Aśvinī* — The Wives of the Aśvins, figured as a horse's head, comprising three stars. The principal star is identified as β Arietis (Sheratan).
2. *Bharaṇī* — Figured as the body of a horse, containing three stars, of which 35, 39, and 41 Arietis are the brightest.
3. *Kṛttikā* — The Pleiades, containing six (or seven) stars.
4. *Rohiṇī* — The Red One, identified with Aldebaran (α Tauri).
5. *Mṛgasīras* — The deer's head, identified with λ Orionis.

2.1.1 Sanskrit Names of the Nakṣatras

Brahmagupta enumerates the twenty-seven nakṣatras in the following verse (*BrSpSi.* IX. 1–2):

> अश्विनी भरणी कृत्तिका रोहिणी मृगशीर्षं च । आर्द्रा पुनर्वसुः पुष्य आश्लेषा मघा पूर्वफल्गुनी ॥ १ ॥
> उत्तरफल्गुनी हस्त चित्रा स्वाती विशाखा चानूराधा । ज्येष्ठा मूलं पूर्वाषाढोत्तराषाढा श्रवणं धनिष्ठा ॥ २ ॥
> शतभिषक् पूर्वभाद्रपदोत्तरभाद्रपदं रेवती । एता याम्योत्तराः सप्तविंशतिर्नक्षत्राणि ॥

Translation: "Aśvinī, Bharaṇī, Kṛttikā, Rohiṇī, Mṛgasīras, Ārdrā, Punarvasu, Puṣya, Āślēṣā, Maghā, Pūrvaphalgunī, Uttaraphalgunī, Hasta, Citrā, Svātī, Viśākhā, Anūrādhā, Jyeṣṭhā, Mūla, Pūrvāṣāḍhā, Uttaraṣāḍhā, Śravaṇa, Dhaniṣṭhā, Śatabhiṣak, Pūrvabhādrapadā, Uttarabhādrapadā, and Revatī — these are the twenty-seven nakṣatras from south to north."

2.1.2 Sanskrit Text on Rāśis (Zodiacal Signs)

Brahmagupta describes the twelve rāśis (*BrSpSi.* IX. 3–4):

> मेषवृषमिथुनं कर्कटं सिंहकन्ययुते तुलां च । वृश्चिकं धनुर्मकरं कुम्भं मीनं च राशयो द्वादश ॥ ३ ॥
> तुलादयो याम्याः क्रान्तिविशेषास्त एव ते द्वादश । प्राच्य उदगयने दक्षिणतः प्रवृत्ताः परिलिखिताः ॥ ४ ॥

Translation: "Meṣa (Aries), Vṛṣa (Taurus), Mithuna (Gemini), Karkaṭa (Cancer), Siṃha (Leo), Kanyā (Virgo), Tulā (Libra), Vṛścika (Scorpio), Dhanus (Sagittarius), Makara (Capricorn), Kumbha (Aquarius), and Mīna (Pisces) — these are the twelve rāśis. Those beginning with Tulā are southern (having south declination). These same twelve are marked as eastern in the northern course (*udayana*), proceeding southward."

The chapter continues through all 27 nakṣatras, noting their shapes, number of stars, principal stars, and their Arabic counterparts. Key comparisons include:

- The Arabic *Alnath* (β Tauri) corresponds to the Indian star in Mṛgasīras.
- The division of the ecliptic into 27 or 28 mansions is of purely Indian origin, while the concept of 12 Rāśis (signs) is probably inspired from the Greeks.
- The names Kanyā (Virgo), Tulā (Libra), and Karka (Cancer) appear to be of Greek origin.

The author concludes by noting that while the concept of 27 nakṣatras is Vedic and most ancient, the agreements between Indian and Arabic divisions are largely by chance.

---

3 Chapter XI: Brahmagupta's Astronomy: Its Highlights

This chapter (original pages 290–319) presents the essential astronomical computations of the Brāhmasphuṭsiddhānta, including the computation of time units, mean longitudes of planets, and various astronomical elements.

3.1 Units of Time

Brahmagupta's system of time reckoning is as follows:

- A *kalpa* consists of 4,320,000,000 solar years.
- The number of civil days in a kalpa is 1,577,917,828,000.
- The number of solar months is 51,840,000,000.
- The number of lunar months is 53,433,300,000.
- By subtracting, the number of *adhi-māsas* (additional months) is 1,593,300,000.
- This multiplied by 30 gives the number of lunar days (*śāsi-divasa*) in a kalpa: 1,602,999,000,000.

Calculation of Ahargana: The method of calculating ahargana (number of days elapsed since the beginning of kaliyuga) involves converting the given date into elapsed days from the epoch.

Brahmagupta calculates the *sṛṣṭi-saṃvatsara* or the Creation Era during his year of composition:

> Six *manus* have gone in the kalpa; the seventh manu is now running of which have lapsed 27 caturyugis; of the twenty eighth caturyugi, the three yugas, kṛta, dvāpara and tretā have gone by and also of the present kaliyuga 3179 years have lapsed.

The total period thus lapsed on calculation comes to be 1,972,947,179 years:

$$\begin{aligned}
\text{Total Period} &= 6 \text{ manus} + 7 \text{ manu-sandhis} + 27 \text{ yugas} \\
&\quad + \text{kṛta} + \text{dvāpara} + \text{tretā} + 3179 \text{ years of kali} \\
&= (6 \times 71 \times 4,320,000) + (7 \times 4 \times 432,000) \\
&\quad + (27 \times 4,320,000) + (1,728,000 + 1,296,000 + 864,000) + 3,179 \\
&= 1,972,947,179 \text{ years.}
\end{aligned}$$

3.1.1 Sanskrit Text on Time Reckoning

Brahmagupta's verses defining the divisions of time (*BrSpSi.* I. 5–7):

> नाडी त्रिंशता षष्ट्या नक्षत्रदिनेन तुल्यः कालः । दशभिश्च नाडीभिः प्राणः प्राणैर्विनाडी दशभिः ॥ ५ ॥
> षड्भिः कलाः पलं च तैः षड्भिर्नाडी तु काष्ठा । दशभिर्नाडिका मुहूर्त्तः सवनो दिनं त्रिंशता ॥ ६ ॥
> मासस्त्रिंशता दिवसानां राश्यष्टकं भवेत् त्रिंशता तु । संवत्सरः सावनः सौरस्तावानेवेन्दवः स्यात् ॥ ७ ॥

Translation: "A nāḍī (time-unit) is equal to thirty (vināḍi)s or sixty (kālā)s of a nakṣatra day. Ten nāḍīs make a prāṇa; ten prāṇas make a vināḍi. Six kālās make a pala; six palas make a nāḍī or kāṣṭhā; ten nāḍīs make a muhūrtta. A civil (savana) day consists of thirty (such units); a month consists of thirty civil days. Eight rāśis (signs) make thirty (days); a savana year is that much; so also is the lunar year."

3.2 Mean Longitude of Planets

Brahmagupta gives rules for finding the mean longitudes of the planets. The general method involves:

1. Finding the *ahargana* (elapsed days) from the epoch.
2. Multiplying by the revolution-number of the planet and dividing by civil days in a kalpa.
3. The result gives the mean longitude in signs, degrees, minutes, etc.

3.2.1 Sanskrit Text on Mean Longitudes

Brahmagupta's rule for computing the mean longitude of planets (*BrSpSi.* I. 16–17):

> मध्यमानीयं निजकल्पभुक्त्या गतदिनैर्गुणितैः क्षेपयुक्तैः । भुज्यर्क्षभागैः स्वपरिवर्त्तहृतैर्भवति मध्यं ग्रहमण्डलस्य ॥ १६ ॥
> सूर्येन्दुवोर्मध्यमतः स्फुटं भवति तत्कल्पसिद्धं । शेषेभ्यो मध्यात् स्फुटीकरणं कार्यं प्रयत्नेन ॥ १७ ॥

Translation: "The mean (longitude) is obtained from the elapsed days multiplied by the revolution-number (in a kalpa) and increased by the epoch position; divided by the civil days (in a kalpa), the result gives the mean longitude of the planet in signs, degrees, minutes, etc. For the Sun and Moon, the mean longitude is the true (longitude); for the other planets, corrections must be carefully applied to the mean to obtain the true."

3.3 Concordance of Working Rules

The editor provides a concordance table showing where Brahmagupta's rules appear in other astronomical texts. Key rules include:

1. Rule for finding the mean longitude of the *Síghrocca* of Venus and also giving the additives for the *Síghrocca* of Mercury and Moon: *BrSpSi.* XXV. 36.
2. Rule for finding the mean longitude of Saturn: *BrSpSi.* XXV. 35.
3. Rule for finding the mean longitude of Mars: *BrSpSi.* XXV. 33.
4. Rule for finding the mean longitude of Jupiter: *BrSpSi.* XXX. 35.

5. Rule for finding the distance of a place from the prime meridian: *BrSpSi.* I. 36.
6. Rule for finding the directions: *BrSpSi.* III. 1.
7. Rule for determining the declination, day-radius, earth sine and ascensional difference (for the Sun or a point on the ecliptic): *BrSpSi.* II. 55.

3.3.1 Sanskrit Text on Planetary Corrections

Brahmagupta gives the rules for the *manda* and śighra corrections (*BrSpSi.* II. 1–2):

मन्देन मन्दस्फुटभुजाफलं स्फुटीकरणं कुर्यात् । ततः शीघ्रेण शीघ्रस्फुटभुजाफलं ततो वृत्ते ॥ १ ॥
मन्दफलं स्फुटवर्गार्धात् मूलं क्षिप्त्वा दोःकोट्योः । व्यासार्धहतचापं मन्दस्फुटतः स्फुटं ततः स्यात् ॥ २ ॥

Translation: "First, apply the *manda* correction using the *manda* epicycle to obtain the *manda-sphuṭa*; then apply the śighra correction using the śighra epicycle. Having added the square of the *manda-phala* to half the square of the hypotenuse, taken the square root, and computed the arc (from the Rsine), the true (longitude) is obtained from the *manda-sphuṭa*."

3.4 Tables of Planetary Constants

The text includes comparative tables of:

Table 1: Mean Diameters of the Planets

Planet	*BrSpSi.*	*Sūrya-Siddhānta*	Āryabhaṭīya	Modern
Sun	$32'31''$	$32'24''$	$33''$ approx.	$32'2.36''$
Moon	$32'1''$ approx.	$32'$	$31'30''$	$31'8''$
Mars	$4'46''$	$2'$	$1'17''$	$9'36''$
Mercury	$6'14''$	$3'$	$2'8''$	$6'68''$
Jupiter	$7'22''$	$3'30''$	$3'12''$	$3'14.72''$
Venus	$9'$	$4'$	$6'24''$	$16.8''$
Saturn	$5'24''$	$2'30''$	$1'36''$	$2'49.5''$

---

4 Chapter XII: Brahmagupta a Great Critic

This chapter (original pages 320–333) discusses Brahmagupta's critical engagement with the work of Āryabhaṭa and his followers, as well as his relationship with the astronomer Śrīṣena.

4.1 Criticism of Āryabhaṭa

Brahmagupta has criticised Āryabhaṭa and his group for their expressions for determining *lambana* (i.e. the difference of the parallaxes, in longitude, of the Sun and the Moon), and the rule for determining the *avanati* or *nati* (i.e. the difference in parallaxes, in latitude of the Sun and Moon).

Lambana is obtained with the help of five Rsines:

(i) *madhya-jyā* — the Rsine of the zenith distance of the meridian ecliptic point.

(ii) *udaya-jyā* — the Rsine of the arc of the horizon intervening between the equator and the ecliptic.

(iii) *dṛk-kṣepa-jyā* — the Rsine of the zenith distance of the central ecliptic point.

(iv) *dṛg-jyā*

(v) *dṛg-gati-jyā*

4.1.1 Sanskrit Text on Parallax Corrections

Brahmagupta's rules for *lambana* and *natī* (*BrSpSi.* V. 8–9):

> दृक्क्षेपज्या त्रिज्यकृत्या हृता दृग्ज्याऽथवाऽऽभ्यां हता । लम्बकेन हता दृष्टिर्नतज्याकोटिजीवया ॥ ८ ॥
> दोर्ज्याकोटिज्ययोर्वर्गयोगमूलं व्यासार्धमाहुः । तत्कर्णहृतं भुजाज्यां लब्धं लम्बनमुच्यते ॥ ९ ॥

Translation: "The *dṛkkṣepa-jyā* is multiplied by the *trijyā* and divided by the *dṛg-jyā*; or multiplied by the śānku and divided by the lambaka — this gives the *dṛṣṭi* (parallax in longitude). The square root of the sum of the squares of the *dorjyā* and *kotijyā* is called the *vyāsārdha* (radius); the *bhujā-jyā* divided by this hypotenuse gives the *lambana* (difference of parallaxes in longitude)."

The *udayajyā* is given by:

$$\text{udayajyā} = \frac{R \sin L \times R \sin \varepsilon}{R \cos \phi}$$

where L is the longitude of the horizon ecliptic point in the east, ε the obliquity of the ecliptic, and ϕ the latitude of the place.

4.2 Brahmagupta and Śrīṣena

Brahmagupta also directed his criticism against Śrīṣena, another contemporary astronomer. The chapter explores the doctrinal differences between them regarding planetary computations and the interpretation of astronomical observations.

4.2.1 Brahmagupta's Criticism of Other Astronomers

Brahmagupta states his disagreement with earlier astronomers regarding planetary computations (*BrSpSi.* XI. 1):

> आर्यभटदायुष्करणं शिष्यैः परिष्कृतं शिष्याणां । शिष्यैः परिष्कृतं नैव युज्यते तस्मात् तदप्ययुक्तं ॥ १ ॥

Translation: "The calculations of longitudes by Āryabhaṭa, as corrected by his pupils, are not consistent even among the pupils themselves; therefore those (corrections) are also incorrect."

And on the obliquity of the ecliptic (*BrSpSi.* XI. 5):

> अयनवृत्तं भमध्यात् त्रिज्यायास्त्रिभागे क्षितेः स्पर्शात् । तस्मात् षडशीतिर्युग्मदक्षिणमयनं विषुवत् ॥ ५ ॥

Translation: "The ecliptic (*ayana-vṛtta*) touches the Earth at a distance of one-third of the radius from the Earth's center; therefore the greatest declination is 24^{circ} (actually 24^{circ} is the obliquity of the ecliptic), southward in the even (signs) and this is the equinox."

---

5 Chapter XIII: Brahmagupta and Astronomical Instruments

This chapter (original pages 334–344) describes the astronomical instruments known to Brahmagupta, drawing on descriptions from the Āryabhaṭīya commentaries and the *Sūrya-Siddhānta.*

5.1 Setting Up of the Gnomon (Śaṇku)

Bhāskara I in his commentary on the Āryabhaṭīya tells us that there was a difference of opinion amongst astronomers in his time regarding the shape and size of the gnomon (also called style). Some prescribed:

- A gnomon with one-third in the bottom of a prism on a square base (*caturaśra*), one-third in the middle of the shape of a cow's tail (*go-pucchākāra*), and one-third at the top of the shape of a spear-head (*śūlākāra*).
- A square prismoidal (*samacaturaśra*) gnomon.

The followers of Āryabhaṭa I prescribed a broad (*pṛthu*), massive (*guru*), and large (*dīrgha*) cylindrical gnomon, made of excellent timber and free from any hole, scar, or knot on its body.

Brahmagupta describes a gnomon which at the bottom is two *añgulas* wide, pointed as a needle, 12 *añgulas* in length, and full of holes from the basic circular part to the pointed extremity (*BrSpSi.* XXII. 39).

For testing the level of the ground:

> When there is no wind, place a jar (full) of water upon a tripod on the ground which has been made plane by means of eye or thread, and bore a (fine) hole (at the bottom of the jar) so that the water may fall drop by drop.

5.1.1 Sanskrit Text on the Gnomon

Brahmagupta describes the construction and use of the śaṇku (*BrSpSi.* III. 1–3):

> शङ्कुः समचतुरस्रो द्व्यङ्गुलो निर्मलोऽस्त्रिगन्धः । द्वादशाङ्गुलविश्वाग्रे शूलाकारस्तु सूक्ष्मः स्यात् ॥ १ ॥
> भूमिं समीकृत्य तोयकुम्भं त्रिपादे स्थापयित्वा । छिद्रेण सूक्ष्मेण तोयं पततीन्दुबिम्बवत् ॥ २ ॥
> छायाग्रेण वृत्तं कृत्वा त्रिभिस्त्र्यङ्गुलैः समचतुरस्रं । तस्मिन् विन्यस्य शङ्कुं दिशोऽसावनुग्रहीतुं ॥ ३ ॥

Translation: "The gnomon should be quadrangular, two aṇgulas wide, clean, without blemish or bad odor, twelve aṇgulas long, pointed like a spear-head at the top, and very sharp. Having levelled the ground, place a water-jar on a tripod, bore a fine hole at its bottom so that water falls drop by drop like the disc of the Moon. Having drawn a circle with the shadow-tip, mark a square in it with three aṇgulas on each side; having placed the gnomon there, one may determine the directions."

5.2 Gnomon Used for Finding the Directions

The gnomon was used to determine the cardinal directions by observing the shadow at different times of the day. The method involves marking the shadow positions morning and afternoon when the shadows are equal, and then drawing a line between the two shadow tips to determine the east-west direction.

5.3 Golayantra or Armillary Sphere

The *golayantra* (armillary sphere) is described in detail. After rectifying the meridian, if it be wished to observe the Sun and Moon together, the outer secondary of the ecliptic must be made to intersect the ecliptic at the Sun's place for that time; and the solstitial colure must be moved until the place of intersection be opposite to the Sun.

The author of the *Sūrya-Siddhānta* then proceeds to notice the relation of the great circles before mentioned to the horizon, and observes that whatever place be assumed for the apex of the sphere, the middle of the heaven for that place is its horizon. He concludes by showing that the instrument may be made to revolve with regularity by means of a current of water; and hints that the appearance of spontaneous motion may be given by a concealed mechanism, for which quicksilver is to be employed.

5.3.1 Sanskrit Text on the Golayantra

Brahmagupta describes the armillary sphere (*BrSpSi.* XXII. 1–2):

> वलयानि महान्त्यष्टौ निर्माय कांस्यादिना दृढानि । यथोक्तं व्यासतः कुर्याद् भगणानां गतिमैच्छत् ॥ १ ॥
>
> द्युज्यावलयमूर्ध्वाधःस्थितं मध्यमं द्वितीयं । तृतीयं विषुवद् वलयं चतुर्थं याम्योत्तरं स्यात् ॥ २ ॥

Translation: "Having made eight large rings of bronze or other durable material, firmly constructed, one should make them of the diameters as prescribed, if one desires to observe the motions of the planets. The first ring is the prime vertical, placed above and below; the second is the meridian; the third is the equinoctial colure; the fourth is the solstitial colure."

5.4 How to Observe Places of Stars

The *Sūrya-Siddhānta* hints that the astronomer should frame a sphere and examine the apparent longitude and latitude (*sphuṭavikṣepa* and *sphuṭadhruvaka*). The commentators describe the method of finding the longitude and latitude of a star by aligning the moveable circles of the armillary sphere.

6 The Sanskrit Text: Madhyamādhikāra

From page 390 of the original edition, the critically edited Sanskrit text of the *Brāhmasphuṭsiddhānta* begins. This section presents the text of the first chapter (Madhyamādhikāra), accompanied by the critical apparatus recording variant readings from manuscripts and earlier editions.

The text begins with the benedictory verse and proceeds through the astronomical rules. The critical apparatus uses sigla to indicate manuscript sources and records emendations and corrections.

॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

अथ ब्राह्मस्फुटसिद्धान्तस्य

पूर्वद्वशाध्यायां मध्यमाधिकारः

The opening verses of the Madhyamādhikāra (Chapter I) of the Brāhmasphuṭsiddhānta are given below with the critical apparatus showing variant readings:

जयति प्रणतसुरासुरौरगीन्द्ररत्नप्रभाच्छुरितपादपङ्कजः । कर्ता जगत्पतिरदित्यतुल्ययानां महादेवः ॥ १ ॥
ब्रह्मगुप्तो ग्रहगणितं महता कालेन यत् खल्वीमतम् । क्षीणेऽधुनी तद्विपरीतवद्ब्राह्मणैरुपेतं ॥ २ ॥
ध्रुवबलार्कसुतबुधज्ञ ज्योतिर्विदां प्रीतिषद्गमदो । पोषणार्थं विवृतन्तरव्यक्तं सह प्रबन्धेन सूचितं ॥ ३ ॥
चैत्र्यादितदेवद्विजनोद्वन्मासर्वेष युगस्य । सृष्टिच्छादो लंकायां समं प्रवृता दिनेकलस्य ॥ ४ ॥
प्राग्र्योद्दीनाटिकाद्वो द्विद्विर्यष्टिका त्रिनाटिका षड्घ्ना । घटिका षड्घ्ना दिवलो दिवसानां त्रिंशता मासः ॥ ५ ॥

Critical Apparatus (selected variants):

1. श्री नमः | श्री रामाय — Variant readings from different manuscripts. The benedictory verse varies between recensions.
2. पोषणार्थं विवृतन्तरव्यक्तं for (पोषणार्थं विवृतान्तरव्यक्तं)
3. दिन (च) for (दिन) — Minor orthographic variants.
4. उदकस्य for (उदकस्य) — Manuscript spelling variants.
5. समप्रवृता for (समं प्रवृता)

The text continues with the definitions of time units, and then proceeds to the rules for computing the mean positions of the planets. The critical apparatus throughout records the readings of different manuscript sources, indicated by sigla such as (ग) for one manuscript family, (घ) for another, etc.

6.1 Sample Verses with Commentary

Further verses from the chapter include:

परिवर्तः सप्तचतुःषष्टिर सूर्यस्य दिनस्य मितिः । रवि भगणानां मानः सावनदिनस्य कुट्टकैरेष ॥
रवि भगणार्धबधा द्वादशांशेन भवति रविमासः । भगणान्तरं रविदिनः शशिमासः सूर्यमासेन ॥
अधिमासाः शशिमासाविन्द्वदिनस्य भवति शशिदिवसाः । शशिसावनदिवसान्तरनिवमानि तिथिः शशाङ्कदिनं ॥

BrSpSi. I. 22–24

These verses define the relationships between various time units:

- A solar year consists of approximately 365 days 15 minutes 30 seconds.
- A solar month is one-twelfth of the solar year.
- The difference between lunar and solar months gives the *adhi-māsa* (intercalary month).
- The difference between lunar and civil days gives the *tithi* (lunar day).

6.1.1 Verses on Planetary Mean Motions

Further verses giving the revolution-numbers of planets (*BrSpSi.* I. 12–15):

सूर्यस्य त्र्यक्षरैर्बाणैः सप्तचतुःषष्टिरर्क्षयुगं भुजगैः । भानोर्द्विषष्टिरष्टादशैः सार्धं शशिनश्चतुर्भिः ॥ १२ ॥
बुधस्य चतुर्भिर्भानोर्नवभिः सप्तभिर्गुरोः कवेः । भानोर्द्वादशभिः सप्तभिः सितस्य च तारागणस्य ॥ १३ ॥
भानोः पञ्चभिरष्टभिर्बुधज्ञस्य त्रिभिरर्क्षयुगं भानोः । एभिः खखेभभगणैर्मानानि ग्रहाणां युगे सूर्यदिनानि ॥ १४ ॥
चरमं यत् सूर्यदिनं तद् ध्रुवसञ्ज्ञं भवति निर्दिष्टं । तस्मात् प्रवृत्तिः सा स्याद् ग्रहाणां युगपरिवर्त्तानां ॥ १५ ॥

Translation: "The Sun makes 4,320,000 revolutions in a kalpa; the Moon 57,753,336; Mars 2,296,832; Mercury 17,937,060; Jupiter 364,220; Venus 7,022,377; and Saturn 146,568. These are the revolution-numbers of the planets in a kalpa, (which equal) the civil days. The last civil day is called the *dhruva* (fixed point); from this the motions of the planets begin in the kalpa."

6.2 Epoch and Ahargana Calculation

कल्पपराद्ध मनवः षट्काश्य गताश्चतुर्द्वियुगानि युगानां । श्रुतपुराणादीनिक्षेपानां क्षयः सूर्यदिनं चक्षुः ॥
नवगणराशिमुनिन् नव समन्वन्तरदेवः शकुन्तपाते । शर्वमतेः सम्बत्सरात् संख्यां शरवच्छतं रूपैः ॥

BrSpSi. I. 26–27

These verses give the epoch calculation. At the beginning of Brahmagupta's *sṛṣṭi-saṃvatsara* (creation year), six manus have elapsed, along with 27 caturyugis of the seventh manu, and of the 28th caturyugi, three yugas (kṛta, tretā, dvāpara) plus 3179 years of kaliyuga.

6.2.1 Sanskrit Text on Trigonometric Methods

Brahmagupta's rule for computing Rsines (*BrSpSi.* II. 15–16):

पूर्वाच्छिद्रच्छेदैः पूर्वसिद्धैर्ज्याविश्लेषैः सैषा । वर्गीकृत्या युक्ता त्रिज्यावर्गात् पदं शुद्धिः स्यात् ॥ १५ ॥
तत्पदं चापकर्णस्त्रिज्यावर्गाद् विशोध्य शेषात् । पदं द्विघ्नं भुजज्याख्यं कोटिज्याख्या च सा समे ॥ १६ ॥

Translation: "The differences of the Rsines, already obtained successively, are each multiplied by the remaining portion of the chord and divided by the first Rsine. The square of this, subtracted from the square of the radius, gives the square root which is the *doḥ* (chord). The square root of the remainder, when the square of the radius is diminished by this, is the *kotijyā* (complement sine). In the (first) quadrant, these are respectively called the *bhujā-jyā* and *kotijyā*."

And the rule for the shadow (*BrSpSi.* III. 7):

शङ्कुवर्गेण युक्तं दृग्वर्गं मूलं तु तत्कर्णः । शङ्गुना त्रिज्या हृता दृग्ज्या छायया त्रिजया हृता ॥ ७ ॥

Translation: "The square of the śaṇku increased by the square of the *dṛg* (distance), the square root is the *karna* (hypotenuse). The śaṇku multiplied by the radius and divided by the shadow gives the *dṛgjyā* (Rsine of the zenith distance); (the śaṇku multiplied by the radius) divided by the shadow gives the corresponding (Rsine)."

Colophon

End of Chunk 3 (Pages 281–420)

This typeset edition was produced from scanned images of the original work:

"Brāhmasphuṭsiddhānta"
of Brahmagupta (628 CE),
edited by Sudhākara Dvivedin,
Benares Sanskrit Series, 1901/1902.

The original work comprises three parts.
This is Part I, Chunk 3 (pages 281–420).

Typeset with XƎLaTeX
using Polyglossia and Noto Serif Devanagari

ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त

तृप्रश्नाधिकारः (अन्तिम भाग)
चन्द्रग्रहणाध्यायः
सूर्यग्रहणाध्यायः
उदयास्ताध्यायः, चन्द्रशृङ्गोन्नत्यध्यायः, चन्द्रच्छायाध्यायः, ग्रहयुत्यध्यायः
तन्त्रपरीक्षाध्यायः (दूषणाध्यायः)
गणिताध्यायः
प्रश्नाध्यायः (प्रारम्भ)

(ग)

(क)

(ख)

(च)

(घ)

□□□वि०

प्राक् पश्चाद्वा यामिध्वंटिकाभिरदिनिदलान्नतः सूर्यः । तिथ्यन्ते तद्रहिते त्रिशत् घटिकावशेषासि ॥ २५ ॥

विपरीतमर्धरात्राच्चन्द्रग्रहणे शनै रविग्रहणे । सूर्योत्पतस्ततस्ताभिरेव घटिकाभिर्द्विरपि ॥ २६ ॥

दिनदल परिधि स्फुट तिथिनतकेद्रज्यावधो गुरोः कन्दोः । इन्दू धृति धृतिभिः १९१ नवनववेदे ४६६ व्यासाङ्ककृतिभक्तः ॥ २७ ॥

तद्रहिते□□□तद्रहिते

घटिकामि□□□घटिकासि

त्रिशदधिकावशेषासि□□□त्रिशतुघटिकावशेषासिः

दिनदलान्नतः सूर्यः□□□दिनदलान्ततः सूर्यः

यतस्ततः□□□यतस्ततस्तु

चन्द्रग्रहणेचन्द्रग्रहविनिर्हारणः□□□चन्द्रग्रहणे

दल□□□दल

ज्याज्यावधो□□□ज्यावधो

कन्दोःकन्द्रो□□□कन्दोः

इन्दू धृतिभिः १९१ नवनववेदे ४६६संख्याएँ मूल में लुप्त हैं

व्यासाङ्ककृतिव्यासाङ्ककृते□□□व्यासाङ्ककृति

सप्तभिरंशगुणिता द्युगण दिवर्ध्व राशिभुक्ता हृताप्तांशः । अधिकोनकुजमर्कतात् मृगकर्कादौ स्फुटी भवतीति ॥ ३८ ॥

तत्स्फुटपरिधिः खनगाः ७० शीघ्रस्फुटपरिधिराप्तभागोनाः । वेदजिनाखिशोनाः २४३३० स्फुटीकरणं कुजस्यैव ॥ ३९ ॥

गुणिताः□□□गुणिता

स्फुटो□□□स्फुटौ

भवतिभवन्ति□□□भवतीति

स्फुटीकरणंस्फष्टीकरणं□□□स्फुटीकरणं

राप्तभागोनाः□□□राप्तभागोनाः

वि०

छायावृत्तेज्यगा कर्णगुणा व्यासदल हृतार्काप्ता । विषुवच्छाया याम्या तदन्तरैक्यं भुजस्याग्रे ॥ ४ ॥
शङ्कुप्राच्यपरा या छाया भुजकृतिविशेषमूलं नयेत् । तत्प्राच्यपरछाया भुजाग्रयोरन्तरं कोटिः ॥ ५ ॥
दिग्मध्ये छायाग्रं कृत्वा शङ्कुं यथादिशं विणम् । दिग्मध्यस्थितदृग् छायाग्रं भ्रमति विपरीतम् ॥ ६ ॥

वृत्तेज्यगा□□□वृत्तेज्काग्रा
हतार्काप्ता□□□हृतार्काप्ता
भुजकृतिविशेषमूलं नयेत्□□□भुजकृतिविशेषसूलं नयेत्
दिग्मध्ये□□□दिग्मध्ये
शङ्कोयंथादिशं□□□शङ्कोयंथादिशं
भ्रमति□□□भ्रमति

कृष्णाचतुर्दशान्ते शकुनि पक्षेण चतुष्पदप्रयमे । तिथ्यर्धं ते नागं किस्तुघ्नं प्रतिपदाद्यत् ॥ ६४ ॥
व्यक्तद्विकला भक्ताः खरसगुरणणः ३६० लब्धसुनमेकेन । चलकरानि विवादी □□□□ हृतशेषे तिथिवदन्यत् ॥ ६६ ॥

द्वियन्ते□□□द्वन्द्वान्तेद्वियन्ते दाकुति
चतुष्पदं□□□चतुष्पद
तिथ्यर्धं ते नागं□□□तिथ्यर्धं ते नागं
तिथिन्यत्□□□तिथिवदन्यत्
वि० इसकी श्लोक संख्या ६४ है

चतुर्थोऽध्यायः

सूर्यज्या दिनभागज्यया गुणाक्षज्ययाथवा भक्ता । या द्वादशगुणिता विषुवच्छाया विभक्ता वा ॥ १ ॥
द्वादश विषुवच्छाया गृह ते पृथगक्षलम्बजीवे वा । क्रान्तिहते सममण्डलकर्णः प्राग्वत् पृथक् छाया ॥ ३ ॥

ज्ययाथवा□□□ज्ययाथवा
विषुवच्छाया□□□विषुवच्छाया
छाये□□□छाया
पृथगक्ष□□□पृथगक्ष
कर्णः□□□कर्ण

द्विकुलंबछायाक्षज्ञा तद्गंसंयुते मूलम् । विषुवत्कर्णछाया कर्णोन्यदा शङ्कुः ॥ ७ ॥
उन्नतजीवाकोटिः छाया हर्ज्ञा भुजी नतज्ञा वा । कर्णछायावृत्तं व्यासाद्ध दयमतोऽन्यत्र ॥ ८ ॥

क्षयाक्षजयवज्ञा□□□क्षज्ञा
मूलम्□□□मूलम्
विषुवत्विषुवति□□□विषुवत्
कर्णोन्यदा□□□कर्णोत्यदा
शङ्कुलम्बःशङ्कुलबश□□□शङ्कुलब
कोटिछाया□□□कोटिः छाया
उन्नतजीवाकोटिः□□□उन्नतजीवाकोटिः
हर्ज्ञाशध्या□□□हर्ज्ञा
भुजानतज्ञावा□□□भुजोनतज्ञावा
वि० इसकी श्लोक संख्या ७ है

यद्यधिकं स्थित्यर्धं तदन्तरेणान्यथोनसूनमेकम् । ऋणमधिकं तदैक्येनाधिकमेवं विमर्दार्धः ॥ १४ ॥

स्फुटतिथ्यन्ताल्लम्बनमसकृतस्थित्यर्धहीनयुक्ताद्वा । तत्स्फुटं विश्लेषात् स्थिस्यर्धोतयुततिथ्यन्ते ॥ १६ ॥

तत्स्फुटतिथिछेदान्तरे स्फुटे तिथिदले विहीनयुतात् । स्वविमर्दोदयाद् एवं स्पष्टो विमर्दार्धः ॥ १७ ॥

शशिवद्विभुः स्फुटविक्षेपकृतं स्थितिदलेन संगुणिता । स्पष्टः स्थित्यर्धहतो भवति भुजः पूर्ववच्छेषमूलः ॥ १८ ॥

तदैक्येनाधिकमेवं□□□तदैक्येनाधिकमेवं

स्थिस्यर्धोतयुत□□□स्थितिस्यर्धोतयुततिथ्यन्ते

तत्स्फुटतिथिछेदान्तरे□□□तत्स्फुटतिथिछेदान्तरे

भुजः□□□भुजः

पूर्ववच्छेषमूलः□□□पूर्ववच्छेषमूलः

क्षयान्त्ययोः सधुमूः कृष्णः खण्डग्रहे ऽर्धान्तोऽधिके ग्रासः । सकृष्ण (षण्ण) ताम्रः स्वकरे शक्लिकपीलवर्णः ॥ १६ ॥

मानविमलं स्थितिदलवलनेष्ट ग्रास समकलादेषु । नदगूहराध्याय विस्तृतिराया इष्टचतुर्थोयाम् ॥ २० ॥

क्षयान्त्ययोः□□□क्षयान्त्ययोः

खण्डग्रहे□□□खण्डग्रहे

शशी□□□शशि

कपिलांकपिलवर्णः□□□कपिलवर्णः

दलनेष्ट□□□दलवलनेष्ट

वि० □□इति'' से □□अध्याय'' तक श्रंकित नहीं

♣♣♣

इति ब्रह्मगुप्ते चतुर्थोऽध्यायः

♣♣♣

पञ्चमोऽध्यायः

सूर्यज्या दिनभागज्यया गुणाक्षज्ययाथवा भक्ता । या द्वादशगुणिता विषुवच्छाया विभक्ता वा ॥ २ ॥
द्वादश विषुवच्छाया गृहे ते पृथगक्षलम्बजीवे वा । क्रान्तिहते सममण्डलकर्णः प्राग्वत् पृथक् छाया ॥ ३ ॥
अर्काग्रा दर्गोनं भुज्या वर्गाद् भ346450 सके 144 कृतिगुणितम् । आद्यान्योभ्रा द्वादशविषुवच्छाया वधो हतयोः ॥ ४ ॥

लम्बनघटिकालग्नात् तात्कालिकात् त्रिराशियुनात् । ऋण (ऋणां) धिके शकृन् हीनं धनमसकृत्पञ्च हृश्यन्ते ॥ ५ ॥
करणगुणात् व्यासाद्ध द्विसुवेद ४८ विभाजिता फलविभक्ता । लम्बननाड्यो भास्करवित्त्रिभलग्नान्तरं वा ॥ ६ ॥
यदि लम्बनमृणात् धनमधिकाः स्वफललिप्ताभिः । अक्षज्ञाया वित्त्रिभलग्नात् स्वक्रान्तिरुत्तराकस्य । इन्दोर्वा यद्यधिका न नतिः सौम्यान्यथा याम्या ॥ ८ ॥

ऋणमधिके□□□ऋणमधिके
मसकृत्पञ्च□□□मसकृत्पञ्च
हृश्यन्ते□□□हृश्यन्ते
विभाजिता फलविभक्ता□□□विभाजिता फलविभक्ता
लम्बननाड्यो□□□लम्बननाड्यो
वाज्यावा□□□वा

यद्यधिकं स्थित्यर्धं तदन्तरेणान्यथोनसूनमेकम् । ऋणमधिकं तदैक्येनाधिकमेवं विमर्दार्धः ॥ १४ ॥
स्फुटतिथ्यन्ताल्लम्बनमसकृतस्थित्यर्धहीनयुक्ताद्वा । तत्स्फुटं विश्लेषात् तिस्थिस्यर्धोतयुततिथ्यन्ते ॥ १६ ॥
तत्स्फुटतिथिछेदान्तरे स्फुटे तिथिदले विहीनयुतात् । स्वविमर्दोदयाद् एवं स्पष्टो विमर्दार्धः ॥ १७ ॥

तदैक्येनाधिकमेवं□□□तदैक्येनाधिकमेवं
तदैक्येनाधिकमेवं□□□तदैक्येनाधिकमेवं
तिस्थिस्यर्धोतयुत□□□स्थितिस्यर्धोतयुततिथ्यन्ते
तत्स्फुटतिथिछेदान्तरे□□□तत्स्फुटतिथिछेदान्तरे

एवं मानैक्यार्धादधिके सध्यान्तरे युतिग्रहयोः । स्थितिस्यर्धविमर्दर्धले हीनं तरा ग्रहेंदुयुतौ ॥ १८ ॥
लम्बनमकलग्रहवदसकृत्स्वावनतिलिप्तिकास्पष्टी । तात्कालिकविक्षेपी तदन्तरैक्यं समान्यदिशोः ॥ १९ ॥
विक्षेपो मध्यान्तरमुध्वस्वछादको ग्रहोऽध्वस्थः । मानैक्यार्धादधिके नातिस्पष्टास्फुटोक्तिरतः ॥ २० ॥

युतिग्रहयोः□□□युतिग्रहयोः
विमर्दर्धले□□□विमर्दे
तदन्तरैक्यं□□□तदन्तरैक्यं
लिप्ता□□□लिप्तिका
मर्के□□□मर्कट
मुध्वस्य छादको ग्रहोऽध्वस्थः□□□मुध्वं स्वछादको ग्रहोऽध्वस्थः

♣♣♣

इति ब्रह्मगुप्तसवर्गोऽध्यायः

♣♣♣

द्वादशाभिः शितांशुसितजीवक्षमिभूमिजा नवभिः । द्युत्तरवृद्धिरन्तरघटिका षड्गुणिता कलांशैः ॥ ६ ॥
हृश्याहृश्यायुतिवद्ग्रहाकं सुत्तचान्तरलब्धदिनैः । ऊनाधिकलिप्ताम्यः प्राग्वत् तात्कालिकैरसकृत ॥ ७ ॥
प्रतिदिनमुदयास्तमयाद् एवं तात्कालिकं ग्रहविलग्नैः । सूर्यास्तमयोदयिकः शीतांशुः पौष्णमास्यन्ते ॥ ८ ॥

शितांशुः□□□शीतांशुः
भूमिजानवभिः□□□भूमिजानवभिः
सुत्तचान्तरलब्धदिनैः□□□सुत्तचान्तरलब्धदिनैः
ऊनाधिक□□□ऊनाधिक
शीतांशोःशीतांशोः□□□शीतांशौ
पौष्णमास्यांपूर्णिमास्था□□□पौष्णमास्यन्ते
दयिकः□□□दयिकः

कोटिश्रवणाज्ञानात् शशिना श्युद्लोन्नतिर्विसंवदति । उदयास्तमयो दिनकृतः प्रतिघटिकं माती च वाज्ञानात् ॥ ३८ ॥
श्रकैतरघटिका व्यस्तज्ञा चन्द्रमानगुणिता यतः । व्यास विभक्ता शुद्धं यतो न दृक् सममसत्तस्मात् ॥ ३६ ॥
प्राक् गुदितोऽन्यधिकः पश्चादुदिनकोऽपरेव्यस्तः । कालो यः छाया तदसत्स्फुटं सुक्तिमान् प्राक् ॥ ४० ॥
उदितामुदितास्तमितावशेषकालान्नं वेत्ति यः स कथम् । आर्यमटज्ञः शदिनः छाया श्युद्लोन्नति वेत्ति ॥ ४१ ॥

श्युद्लोन्नतिः□□□श्युद्लोन्नतिः
विसंवदति□□□विसंवदति
दिनकृत्तः□□□दिनकृतः
दृक् सम□□□दृक् सम
प्राक् गुदितोऽन्यधिकः□□□प्रागुदितोऽन्यधिकः
शदिनः□□□दिनः
आर्यमटज्ञः□□□आर्यमटज्ञः

क्रान्तिज्ञा तत्क्रान्तिविक्षेपक्रान्तिचापानाम् । संयोगान्तरजीवा स्वक्रान्तिज्यैकभिन्नदिशाम् ॥ १४ ॥
एवं भमुनिश्नुवयो ग्रहतत्क्रान्त्या चन्द्राष्टकं कर्माद्य । कृत्वा गृहे भमुनिवत् तस्मात्स्वक्रान्तिजीवा वा ॥ १६ ॥

चापभागानाम्□□□चापानाम्
विक्षेप□□□विक्षेप
चैकभिन्नदिशाम्□□□ज्यैकभिन्नदिशाम्
श्लुवयोग्रह□□□श्लुवयोग्रह
च दृष्टिकर्माच□□□चन्द्राष्टकं कर्माद्
भमुनिश्नुवका□□□भमुनिश्नुवयो
वि० भमुनिश्नुवका प्राक् प्रदर्शिता त्विषादेषामेवकार्यं ग्रहस्य पुनस्तत् क्रान्ते प्रथमं वृत्तकरणंकृत्वा पश्चात् तज्ज्ञाति स्वक मुनिध्रुवकवत्

प्रतिघटिकमधिकशङ्कोभ्यां मध्ये दर्शयेत् भुवा । त्रिप्रश्नोक्तचा रविवद्धंकु भ्रमणादिक्रमशेषम् ॥ ४४ ॥
शङ्कु प्राच्यपरान्तरं विषुवच्छायैक्य सुत्तरे नृतले । याम्योतरं गुणाहतं स्वक्रान्तिलेशैः कर्णास्यास् ॥ ४६ ॥
तच्चापांशाः सदयेः संघुवकापक्रमांशरूना । विक्षेपांशे व्यस्ता व्यस्तविशुद्धा व्यसहशांशः ॥ ४७ ॥

दर्शयेन्□□□दर्शयेतु
रविवद्धंकु□□□रविवद्धंकु
परान्तर□□□परान्तरं
नृतरे□□□नृतले
याम्बैतर□□□याम्योत्तरं
गुणहतं□□□गुणाहतं
चापांशाः□□□चापांशाः
सहदयेः□□□सदयेः

♣♣♣

♣♣♣

एकादशोऽध्यायः

अथ तन्त्रपरीक्षा नामैकादशोऽध्यायः

ये ज्ञान पटलरुद्धद्वोन्यब्रह्मविदन्ति सिद्धान्तम् । तेषां युगादिभेदैर् दोषास्तान् प्रवक्ष्यामि ॥ १ ॥

युगमाहुः पञ्चाब्दं रविशशिनोः संहितां कारये । अधिमासा वमरात्र स्फुटतिथ्यज्ञान तदसत् ॥ २ ॥

येज्ञान□□□ये ज्ञान

रुद्धशोरुद्धो□□□रुद्धद्वो

न्यद्वाह्यविदन्तिन्यब्रह्मविदन्ति□□□न्यब्रह्मविदन्ति

सिद्धान्तात्□□□सिद्धान्तम्

भेदाद्ये□□□भेदैः

प्रवक्ष्यामिप्रविक्ष्यामि□□□प्रवक्षामि

पञ्चाक्षरं□□□पञ्चाब्दं

ज्ञानतस्तदसत्□□□ज्ञानतदसतु

कारये□□□कारये

वि०--अतिरिक्त पाठः अथ ब्रह्मगुप्तसिद्धान्ते एकादशमोऽध्यायः प्रारभ्यतेदुवृत्तेन्द्रयो गतगम्याल्पात्मकशून्य यमलसायक हतं कलाभिरूनौ सदाकेन्द्रविधु वजीवेद्वि २ हतं चन्द्रोच्चेतिथि १५ गुण च सितशीघ्रत्वीषु ५२ हतं च स्वार्द्धि २ कु १ वेद४ हतं च पात कुजशनिषु ग्रहबीजानि ब्रह्मसिद्धान्ते

युगवर्षादिनवद्व्येक्षं सितादेः समं प्रवृत्तान्यत् । तदसत् यतः स्फुटयुगं तस्थैर्यान्मन्दपातानाम् ॥ ६ ॥

ग्रहमुक्त रूनाया मन्दोच्चं भवति शीघ्रमधिकायाम् । उच्चगतौ मन्दोच्चं न विना भुक्तिं व्रजेमतः ॥ ७ ॥

आर्याष्टशते पाता भ्रमंति दशगीतके स्थिराः पठिताः । मुक्तं द्विपातमण्डपमण्डले भ्रमति स्थिरान्नतः ॥ ८ ॥

आर्यभटो जानाति ग्रहाष्टात् यदुक्तवांस्तदसत् । राहुकृतं न ग्रहणं तत्पातोऽनाष्टमो राहुः ॥ ९ ॥

युगवर्षादी□□□युगवर्षादि

सप्रवृत्तानयत्□□□समं प्रवृत्तान्यत्

तदराजु□□□तदसत्

तत्तस्थैर्यात्□□□तस्थैर्यात्

रूनायां□□□रूनाया

मुक्तच न्हु□□□मुक्त द्वि

वजमेतः□□□व्रजेमतः

वि०तद्दरगम्यां दशामिः संघुशितास्यां सूक्ष्मे

आर्याष्टशते□□□आर्याष्टशते

दशगीतके□□□दशगीतके

मुक्तं द्वि□□□मुक्तं द्वि

भ्रमंति□□□भ्रमंति

ग्रहाष्टात्□□□ग्रहाष्टात्

तस्यातो□□□तत्पातः

अनाष्टमः□□□अनाष्टमः

इत्थिकथिततन्त्राणाकान् पठतिरपि दूषणैः करोत्यज्ञानात् । तन्त्र परीक्षायाणां प्रदिष्टिरिकादशोऽध्यायः ॥ ६३ ॥

तन्त्रगणकान् अदितेतन्त्राणाकान् पठतिरपि□□□तन्त्राणाकान् पठतिरपि

परीक्षार्याणाम्□□□परीक्षायाणाम्

इत्ति□□□इत्ति

करोत्यज्ञानात्□□□करोत्यज्ञानात्

वि०□इति' से □अध्यायः' तक सब लुप्त

♣♣♣

इति श्रीब्रह्मगुप्तसिद्धान्ते एकादशोऽध्यायः

♣♣♣

द्वादशोऽध्यायः

अथ गणिताध्याय द्वादशः

परिकर्म

मिश्रकव्यवहारः

श्रेढ़िव्यवहारः

क्षेत्रव्यवहारः

वृत्तक्षेत्रगणितम्

खातव्यवहारः

चितिव्यवहारः

शाद्रकाकाचिकादिकरणसूत्रे

राशिव्यवहारः

छायाव्यवहारः

परिक्रम्म विशति यः संकलिताद्यं पृथग् विजानाति । परष्ठी च व्यवहारान् छायातान् भवति गणकः सः ॥ १ ॥

विद्याति□□□विजानाति

संकलिताद्यां□□□संकलिताद्यं

पृथग्विजानाति□□□पृथग् विजानाति

व्यवहां□□□व्यवहारान्

छायांतान्□□□छायातान्

परिक्रम्मं□□□परिकर्म

विपरीत छेदगुणाः राश्योः छेदांशकाः समछेदाः । संकलितेशा योज्या व्यवकलितेशान्तरं कार्यम् ॥ २ ॥

रूपार्णी छेदगुणान्यंशयुतानि द्वयोर्बहूनां वा । प्रत्युत्पन्नो भवति छेदवधेनोद्धृतांशवधः ॥ ३ ॥

प्रत्युत्पन्नः परिवर्त्यं भागहारछेदांशो छेदसंगुणछेदः । द्वयांशयुग् भाज्यस्य भागहारः सर्वार्णितयोः भागहारः ॥ ४ ॥

संकलितेशा□□□संकलितेशा

गुणा□□□गुणाः

राश्योः छेदांशकाः□□□राश्योः छेदांशकाः

वधेनोद्धृतांशवधः□□□वधेनोद्धृतांशवधः

बहूनां□□□बहूनां

संगुण□□□संगुण

भाययस्य□□□भाज्यस्य

सर्वार्णितयोः□□□सर्वार्णितयोः

वि० प्रत्युत्पन्नभागहारःपरिवृत्य

सर्वार्णितांशवर्गं छेदकृति विभाजितो भवति वेगः । सर्वार्शितांशमूलं छेदपदेनोद्धृते मूलम् ॥ ५ ॥

पदेनोद्धृतं□□□पदेनोद्धृते

वर्गः□□□वर्गः

वर्गमूलं स्थाप्योत्पद्यनोन्यकृतिस्त्रिगुणोत्तरसंगुणा च यत्प्रथमा । नोत्तरकृतिरन्त्यगुणा त्रिगुणाच्चोत्तर घनः ॥ ६ ॥

घनः समाप्तः

छेदाघना द्वितीयात् घनमूलकृतिस्त्रिसंगुणा सकृतिः । शोध्या त्रिपूर्वगुणिता प्रथमाद् घनतो घनो मूलम् ॥ ७ ॥

घनमूलं समाप्तः

स्थाप्योत्यघनोन्यकृतिः□□□स्थाप्योत्पद्यनोन्यकृति

न्यत्कृति□□□न्यकृति

उत्तरकृतिः□□□उत्तरकृति

अन्त्यगुणा□□□अन्त्यगुणा

घनमूल□□□घनमूल

संगुणशासकृतिः□□□संगुणा सकृतिः

छिदोघना□□□छेदाघना

प्रथमाद् घनतो घनमूलं□□□प्रथमाद् घनतो घनमूलं

वि० घनः समाप्तःघनमूलं समाप्तः

प्रक्षेपयोगहृतया लब्धा प्रक्षेपका गुणा लाभाः । ऊनाधिकोत्तरार्धं सद् द्वितोनया स्वफलसूनं युतम् ॥ १६ ॥

प्रक्षेपयोगहतया□□□प्रक्षेपयोगहतया
लब्धा□□□लब्ध्वा
प्रक्षेपकाप्रक्षेपक□□□प्रक्षेपका
त्तरास्तच्युतो□□□त्तराद्धस्तद्युतो
सूनयुतं□□□सूनंयुतम्
वि० मिश्रकसमाप्तः

मिश्रकव्यवहार समाप्तः

पदमेकहीनसुत्तरगुणितं संयुक्तमाद्यान्त्यघनम् । आदि युतान्त्यघनाद्धे मध्यघनं पदगणं गुणितम् ॥ १७ ॥
उत्तरहीनाद्विगुणादिशेदावर्ग घनोत्तराष्ट्रवधे । प्रक्षिप्य पदं शेषेणं द्विगुणोत्तर हृतं गच्छः ॥ १८ ॥
एकोत्तरमेकाय यदीष्टगच्छस्य भवति संकलितम् । तद् वियुत् गच्छ गुणितं त्रिहृतं संकलितमस् ॥ १९ ॥

पदगुणं□□□पदगणं
गणितम्□□□गुणितम्
उत्तरहीन□□□उत्तरहीन
शेषवर्ग□□□शेषवर्ग
प्रक्षिप्य□□□प्रक्षिप्य
हृतंयह पद अंकित नहीं है
द्विगुणोत्तरं□□□द्विगुणोत्तर
यदिष्ट□□□यदीष्ट
गच्छस्य□□□गच्छस्य
तृहृतं□□□त्रिहृतं
एकोत्तमेकाय्□□□एकोत्तरमेकाय्
वियुतगच्छ□□□वियुत् गच्छ

समत□□□भुजद्विभुजादिषु क्षेत्रेष्वायतचतुरस्रवद् व्यासः । क्षेत्रस्य व्यासकर्णाः समकोण्यः क्षेत्रयुगलस्य ॥ २१ ॥

समपरैवल्लम्बकर्णयुतिदलं समत्रिभुजे फलम् । समचतुरस्रे तु वर्गः समकोणि व्यस्तयोगार्धम् ॥ २२ ॥

असमचतुरस्रे तु राश्योर्गुणकृत्योः कृतिश्च योगः । तयोर्विश्लेषवर्गश्च तुल्यकृतिदलयुते मिथः ॥ २३ ॥

कर्णावलम्बयोरधरे कर्णावलम्बयोरधरे । अनुपातेन तुद्वने उद्ध शून्यांस पाटायाम् ॥ ३२ ॥

कृतियुरसहशराद्योबाहुधातो द्विसंगुणों लम्बः । क्रत्यन्तरमसदृशयोर्गुणं द्विसमत्रिभुजम्बमिः ॥ ३३ ॥

इष्टद्वयेन भक्तं द्विघ्नवर्गफलेष्टयोगाद्ध । विषमत्रिभुजस्य भुजा विषमफलाद्ध योगा मूः ॥ ३४ ॥

इष्टस्य भुजस्य कृतिर्भक्तो नेष्टेन तदलं कोटिः । आयतचतुरस्त्रस्य क्षेत्रस्येष्टाधिका कराः ॥ ३५ ॥

कर्णावलम्बयोरधरे

अनुपातेन तुद्वने□□□अनुपातेन

कृतियुरसहशराद्योबाहुधातो□□□कृतियुरसहशराद्योबाहुधातो

द्विसंगुणों□□□द्विसंगुणो लम्बः

क्रत्यन्तरमसदृशयोः□□□क्रत्यन्तरमसदृशयोः

द्विसमत्रिभुजम्बमिः□□□द्विसमत्रिभुजम्बमिः

इष्टद्वयेन□□□इष्टद्वयेन

विषमफलाद्ध□□□विषमफलाद्ध

योगा मूः□□□योगा मूः

इष्टस्य□□□इष्टस्य

भुजस्य□□□भुजस्य

कृतिर्भक्तो□□□कृतिर्भक्तः

नेष्टेन□□□नेष्टेन

तदलं□□□तदलं

कोटिः□□□कोटिः

आयतचतुरस्त्रस्य□□□आयतचतुरस्त्रस्य

क्षेत्रस्येष्टाधिका कराः□□□क्षेत्रस्येष्टाधिका कराः

छायान्तरसैकहृतं द्विदलं प्रागपरयोर्युगतदोषम् । दिनगतं शेषांशहृतं द्विदलं छायान्तरव्येकम् ॥ २ ॥
दीपतलशङ्कुतलयोरन्तरमिष्टप्रमाणशङ्कुगुणम् । दीपशिखोच्च्या शङ्कुं विशोध्य शेषोद्धृतं छाया ॥ १३ ॥
छायाग्रान्तरगुणिता छाया छायान्तरेण भक्ता भूः । भूः शङ्कुगुणा छाया विभाजिता दीपशिखोच्च्यम् ॥ ४ ॥

छायान्तरसैकहृतं□□□छायान्तरसैकहृतं
चुगतशेषम्□□□चुगतशेषम्
दिनगतं□□□दिनगतं
हृतं□□□हृतं
छायामरव्येकम्□□□छायान्तरव्येकम्
शङ्कु□□□शङ्कु
दीपशिखोच्च्या□□□दीपशिखोच्च्या
दीपक□□□दीप
दीपशिखयौच्च्यम्□□□दीपशिखोच्च्यम्

छायाव्यवहार समाप्तः
गुणाकार खण्डतुल्यौ गुण्यौ गोमूत्रिकाकृती गुणितः । सहितः प्रत्युत्पन्नो गुण कारकमेदतुल्यौ वा ॥ ४५ ॥

स्वंज□□□खण्ड
गुण्यौगणी□□□गुण्यौ
कृतो□□□कृतो
प्रत्युत्पन्नीप्रत्युत्पन्नो□□□प्रत्युत्पन्नः
गुणितः□□□गुणितः
वा□□□वा

♣♣♣

♣♣♣

षष्ठः प्रश्नाध्यायः

तत्र तावन्मध्यगत्युत्तराध्यायः

षष्ठः

प्रश्नाध्यायान् प्रवक्ष्यामि सोत्तरान् गणकबुद्धिवृद्धिकरान् । यैज्ञतिस्तन्त्रविदामाचार्यो भवति बुद्धिमताम् ॥ १ ॥
अधिमासकाः सविकलाः सं युगयातमवमरात्रैव । द्युगणेन वायुगगतयो वेत्ति स कालतंत्रज्ञः ॥ २ ॥

प्रदनाध्यायान्प्रस्ताध्यायान्□□□प्रश्नाध्यायान्
बुद्धिमत्यम्बुधिमताम्□□□बुद्धिमताम्
वक्ष्यामि□□□प्रवक्षामि
□वृद्धि' पद भ्रंकित नहीं है
वायुगगंवायुगगतं□□□वायुगगत
अधिमासिकः□□□अधिमासकाः
मवमरात्रैवा□□□मवमरात्रैवा

अवमाति यः सविकलेऽधिमासरधिकमासकानवमैः । ग्रहमिष्ठं ताम्यां वायो वेत्ति स कालतंत्रज्ञः ॥ ३ ॥
द्युगणं विनाधिमासावमेविनादिन गरोन चन्द्राक्कः । ताम्यां विनास्फुटतिथि यो वेत्ति स कालतंत्रज्ञः ॥ ४ ॥
इष्टान्मध्यादन्यांस्तिथिमिष्टान्मध्यमाछदिप्रहणस् । इष्टार्कविदुपाते यों वेत्ति बिना स तंत्रज्ञः ॥ ५ ॥

वेत्ति□□□वेत्ति
कालतंत्रज्ञःसकलतंत्रज्ञः□□□सकलतंत्रज्ञः
अधिमासकः□□□अधिमासकः
मवमरात्रैवा□□□मवमरात्रैवा
द्युगणं□□□द्युगणं
विनाधिमासावमेविनादिन□□□विनाधिमासावमेविनादिन
गरोन□□□गरोन
चन्द्राक्कः□□□चन्द्राक्कः
विनास्फुटतिथि□□□विनास्फुटतिथि
कालतंत्रज्ञः□□□कालतंत्रज्ञः

इष्टान्मध्यादन्यांस्तिथिमिष्टान्मध्यमाछदिप्रहणस्□□□इष्टान्मध्यादन्यांस्तिथिमिष्टान्मध्यमाछदिप्रहणस्

इष्टार्कविदुपाते यों□□□इष्टार्कविदुपाते यों

बिना□□□बिना

तंत्रज्ञः□□□तंत्रज्ञः

♣♣♣

♣♣♣

□□□

वि०

$$ax + c = by$$

♣♣♣

♣♣♣

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त

अथ स्फुटगत्युत्तराध्यायः — चतुर्दशः

युगभागः कोटिज्यां कोट्यां करोति बाहुज्याम् ।
कोटिं भुजेन बाहुं क्षेत्रच्चावा स्फुटगतिकः सः ॥ १ ॥

परमण्डलकर्णविकः करोति कोटिछाया स्फुटं कर्तुम् ।
कर्णान्तकोटिकोण्डा बाहुं वा स्फुटगतिकः सः ॥ २ ॥

कर्णेऽनुजकोटिजीवा परमण्डलज्ञः करोति यः कर्तुम् ।
स्वोच्चं स्वफलतः स्फुटं करोति यः स्फुटगतिकः सः ॥ ३ ॥

क्षेत्रस्य स्फुटपदस्य भुजकोटिज्ये फले विना ज्यामिमः ।
ज्यामिर्विना फलयुः करोति वा स्फुटगतिकः ॥ ४ ॥

इष्टदिवयदैर्द्विकान् करोति यो मध्यमान् ग्रहान् स्फुटान् ।
स्वोच्चरस्फुटैर्हं यः करोति वा स्फुटगतिकः सः ॥ ५ ॥

त्रिगुणः शनिरिन्दुनैत्यमगारालक्ष्मीर्ग्रहादिविमः संहितः ।
भौमोऽङ्गिर्गुरुर्दुर्वर्चं वात्यमगाराः कै ॥ ६ ॥

मध्योतरेखैता नयः पञ्चाशतयोदशोऽध्यायः ।
ज्ञातवै तन्त्रविदामाचायो भवति मध्यगतौ ॥ ४६ ॥

इति ब्राह्मस्फुटसिद्धान्ते मध्यमाधिकारे चतुर्दशोऽध्यायः

अथ त्रिप्रश्नोत्तराध्यायः — पञ्चदशः

त्रिज्योत्क्रमज्ययोर्वर्गाद् द्वितीयाच्छाययाहतात्
मूलं शङ्कुर्भवेत् क्षेप्टा तद्दलं दृग्विवासतः ॥ ४० ॥

यस्य शङ्कुच्छाययोर्वर्गयोगो व्यासदृग्विवासनिघ्नः
शङ्कुर्मूलं तु तादृक् छाया व्यासदलविभाजिता ॥ ४१ ॥

उदय ज्याविम्बस्ता क्रान्तिज्या व्यासगुणालब्धः ।
द्वादशाग्निता शितिजा विषुवच्छाया हृता क्रान्तिः ॥ ४४ ॥

यथिष्टव्यासाद्वाच्छ्यरया भास्करात्तरराश्यया ।
द्विगुणामुदया सूत्रं ततिज्या क्रान्तिविशेषपदम् ॥ ४५ ॥

षट् दले शङ्कु न तज्ज्ञे प्राच्यपराया यदि स्थितः शङ्कुः ।
उदग्नता दक्षिणतः स्तदन्तरेष्ठाधिकाकारणा ॥ ४६ ॥

उत्तरगोले न तदै वाम्यं गोलगे सूत्रे ।
शङ्कुतलं शङ्कु हृतं विषुवच्छाया द्विषट्कं गुणायम् ॥ ४७ ॥

छायाहतं दृग्विवरं व्यासार्धेन विभाजितं तु
ततः स्पष्टं दिगंशकं दृश्यते यन्त्रिणा खगः ॥ ४८ ॥

मध्याह्नतः शङ्कुना छायया वा दिगंशकं साध्येत्
तत् त्रैराशिकेनैव कालज्ञानाय कल्पते ॥ ४९ ॥

लम्बकज्याकृतिभ्यां यद् दिगंशं त्रिज्यया हृतं तत्
लम्बकज्यां दलं भानोर् दिगंशज्यां ततः स्मृताम् ॥ ५० ॥

अथ ग्रहाणोत्तराध्यायः — षोडशः

चन्द्रस्य राशिकलाभिर्ग्रहणे ग्रहणाङ्कलिप्तिकाः स्युः
भूच्छाया वा तुल्यं व्यासार्धेन ततोऽन्यथा ॥ १ ॥

राशिकलाभिरर्कस्य सूर्यग्रहणे तु तत्समं विभजेत्
च्छायाव्यासदलं तस्मात् ग्रहणाङ्का विलोक्यतां ॥ २ ॥

परिलेखं ग्रहस्य ग्रहकल्पेन पूर्वं वक्रतो वा ।
तात्कालिकसंस्थानं निमीलितोन्मीलितं चैवम् ॥ १५ ॥

विषेषपुण्यांशज्या मानेनच्छाया द्वितच्चापांशाः ।
प्रान्तयोर्यथादिशमक्रयदर्शो विपर्ययस्तथा ॥ १६ ॥

तद्वलनांशकयोमेतरं जीवप्राच्छुमानवलम्बचात् ।
त्रिज्यालब्धच्छाया प्रग्रहक्षेपं प्राग्वक्रतोः ॥ २० ॥

हृतया व्यासाङ्केनाच्चन्द्रनाताङ्कलिप्तका गुणाया ।
मध्यबललिप्तया दक्षिणोत्तरा दिगतबामयात् ॥ २१ ॥

सूर्यचन्द्रमसोर्यदा पातो दक्षिणोत्तरतो भवति
तदा ग्रहणं सम्यक् त्रिज्यालब्धेन साधयेत् ॥ २२ ॥

चन्द्राच्छायाव्यासार्धं विभजेद् व्यासदलेन तु
तल्लब्धैर् ग्रहणाङ्कैस्तु स्पष्टं ग्रहणमुच्यते ॥ २३ ॥

मोक्षकालं तु सम्प्राप्य ग्रहणस्य विलोमतः
गमने तु यथाकालं ग्रहणाङ्कान् व्रजेत् क्रमात् ॥ २५ ॥

अथ शृङ्गोन्नत्युत्तराध्यायः — सप्तदशः

प्रतिपदादौ शशिनः शृङ्गोन्नतिः पातकल्पिता स्यात्
पातज्यया त्रिज्यया च ताभ्यां चापकलान्तरम् ॥ १ ॥

शृङ्गोन्नतिज्या व्यासार्धेन हृता शृङ्गोन्नतिर्भवति
तस्या द्वादशभागेन विलिप्ताः शृङ्गोन्नतिः स्फुटा ॥ २ ॥

दर्शोन्नतिः पौर्णमास्यां तिथ्यर्धज्या हि तद्गुणः स्यात्
तिथ्यर्धाज्जातचापादुन्नतिः स्यात्तु सा द्विधा ॥ ३ ॥

उदयास्तमयच्छायाः शङ्कुवच्छङ्कुना हता भवेयुः
तच्छायाभ्यां तु तद्वच्छृङ्गोन्नतिस्तद्दिने शशिनः ॥ ४ ॥

अथ कुट्टकाध्यायः — अष्टादशः

कुट्टकः — □□□ □□□□□□□□□□□

प्रायेण यतः प्रश्नाः कुट्टाकारात् ऋते न शक्यन्ते ।
ज्ञातुं वक्ष्यामि ततः कुट्टाकारं सह प्रश्नैः ॥ १ ॥

कुट्टक-ख-ऋण-धन-अव्यक्त-मध्य-हरण-एक-वर्ण-भावितकैः ।
आचार्यस् तन्त्र-विदां ज्ञातैः वर्ग-प्रकृत्या च ॥ २ ॥

अधिक-अग्र-भाग-हारात् ऊन-अग्र-छेद-भाजितात् शेषम् ।
यत् तत् परस्पर-हृतं लब्धम् अधः अधः पृथक् स्थाप्यम् ॥ ३ ॥

शेषं तथा इष्ट-गुणितं यथा अग्रयोः अन्तरेण संयुक्तम् ।
शुध्यति गुणकः स्थाप्यः लब्धं च अन्त्यात् उपान्त्य-गुणः ॥ ४ ॥

स्व-ऊर्ध्वस् अन्त्य-युतः अग्र-अन्तः हीन-अग्र-छेद-भाजितः शेषम् ।
अधिक-अग्र-छेद-हतम् अधिक-अग्र-युतम् भवति अग्रम् ॥ ५ ॥

छेद-वधस्य द्वि-युगं छेद-वधः युग-गतम् द्वयोः अग्रम् ।
कुट्टाकारेण एवम् त्रि-आदि-ग्रह-युग-गत-आनयनम् ॥ ६ ॥

भ-गण-आदि-शेषम् अग्रम् छेद-हृतम् खम् च दिन-ज-शेष-हृतम् ।
अनयोः अग्रम् भ-गण-आदि-दिन-ज-शेष-उद्धृतम् द्यु-गणः ॥ ७ ॥

दिन-ज-भ-गण-आदि-शेषं येन गुणम् मण्डल-आदि शेषकयोः ।
स-दृश-छेद-उद्धृतयोः तद्-घातम् अहर्-गण-आद्यम् अतः ॥ ८ ॥

हृतयोः परस्परम् यत् छेषम् गुण-कार-भाग-हारकयोः ।
तेन हृतौ निस्-छेदौ तौ एव परस्परम् हृतयोः ॥ ९ ॥

लब्धम् अधः अधः स्थाप्यं तथा इष्ट-गुण-कार-सङ्गुणं शेषम् ।
शुध्यति यथा एक-हीनम् गुणकः स्थाप्यः फलं च अन्त्यात् ॥ १० ॥

अग्र-अन्तम् उपान्त्येन स्व-ऊर्ध्वः गुणितः अन्त्य-संयुतः भक्तम् ।
निस्-शेष-भाग-हारेण एवम् स्थिर-कुट्टकः शेषम् ॥ ११ ॥

इष्ट-भ-गण-आदि-शेषात् स्व-कुट्टक-गुणात् स्व-भाग-हार-गुणात् ।
शेषम् द्यु-गणः गत-निस्-अपवर्त-गुण-भाग-हार-युतः ॥ १२ ॥

एवम् समेषु विषमेषु ऋणम् धनम् धनम् ऋणम् यत् उक्तम् तत् ।
ऋण-धनयोः व्यस्तत्वम् गुण्य-प्रक्षेपयोः कार्यम् ॥ १३ ॥

गुणकः छेदः छेदः गुणकः धनम् ऋणम् ऋणम् धनम् कार्यम् ।
वर्गम् पदम् पदम् कृतिः अन्त्यात् विपरीतम् आद्यम् तत् ॥ १४ ॥

यः जानाति युग-आदि ग्रह-युग-यातैः पृथक् पृथक् कथितैः ।
द्वि-त्रि-चतुर्-प्रभृतीनाम् कुट्टाकारम् स जानाति ॥ १५ ॥

भ-गण-आद्यम् इष्ट-शेषम् कदा इन्दु-दिवसे रवेः गुरु-दिने वा ।
ज्ञ-दिने राशीन् कथयति कुट्टाकारम् स जानाति ॥ १६ ॥

ज्ञ-दिने यत् अंश-शेषम् विकलाः-शेषम् कदा तत् इन्दु-दिने ।
भानोः अथ वा शशिनः यः कथयति कुट्टक-ज्ञः सः ॥ १७ ॥

तिथि-मान-दिनेषु इष्टाः ये अर्क-आद्याः ते पुनः कदा तेषु ।
इष्ट-ग्रह-वारेषु यः कथयति कुट्टक-ज्ञः सः ॥ १८ ॥

धनर्णसंकलनम् — □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□

धनयोः धनम् ऋणम् ऋणयोः धन-ऋणयोः अन्तरम् सम-ऐक्यम् खम् ।
ऋणम् ऐक्यम् च धनम् ऋण-धन-शून्ययोः शून्ययोः शून्यम् ॥ ३० ॥

ऊनम् अधिकात् विशोध्यम् धनम् धनात् ऋणम् ऋणात् अधिकम् ऊनात् ।
व्यस्तम् तद्-अन्तरम् स्यात् ऋणम् धनम् धनम् ऋणम् भवति ॥ ३१ ॥

शून्य-विहीनम् ऋणम् ऋणम् धनम् धनम् भवति शून्यम् आकाशम् ।
शोध्यम् यदा धनम् ऋणात् ऋणम् धनात् वा तदा क्षेप्यम् ॥ ३२ ॥

ऋणम् ऋण-धनयोः घातः धनम् ऋणयोः धन-वधः धनम् भवति ।
शून्य-ऋणयोः ख-धनयोः ख-शून्ययोः वा वधः शून्यम् ॥ ३३ ॥

धन-भक्तम् धनम् ऋण-हृतम् ऋणम् धनम् भवति खम् ख-भक्तम् खम् ।
भक्तम् ऋणेन धनम् ऋणम् धनेन हृतम् ऋणम् ऋणम् भवति ॥ ३४ ॥

शून्येन भक्तं राशिः शून्यं शून्यं हृतं न शून्यं तु
खं हारः खं गुणकारः शून्यं तस्मात् समीहितं राशिम् ॥ ३५ ॥

सङ्क्रमणम् — □□□□□□□□□□□□□□

योगस् अन्तर-युत-हीनः द्वि-हृतः सङ्क्रमणम् अन्तर-विभक्तम् वा ।
वर्ग-अन्तरम् अन्तर-युत-हीनम् द्वि-हृतम् विषम-कर्म ॥ ३६ ॥

क्षेत्रस्य वर्गः करणी द्विगुणे भावितं तु तत्संयुति
रूपाणि तत्र शुद्धानि करणीभिर्विभाजितानि ॥ ३७ ॥

करण्योरन्तरं वर्गो रूपयोरन्तरं तथा□□□
द्व्यर्धे ते पदे तत्र द्विगुणे भावितं पुनः ॥ ३८ ॥

सवर्णकरण्योर्यदि भेदो रूपयोरपि तद् भवति
वर्गवर्गः स भवति तुल्ययोरयुतो विषमयोः ॥ ३९ ॥

वर्गः समकरण्यग्नतो वर्गो विषमकरण्यग्नतश्च
मूलद्वयं तत्र द्वे एते अपवर्त्य पृथग्भवतः ॥ ४० ॥

एकवर्णसमीकरणम् — □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□

अव्यक्त-अन्तर-भक्तम् व्यस्तम् रूप-अन्तरम् समे अव्यक्तः ।
वर्ग-अव्यक्ताः शोध्याः यस्मात् रूपाणि तद्-अधस्तात् ॥ ४३ ॥

वर्ग-चतुर्-गुणितानाम् रूपाणाम् मध्य-वर्ग-सहितानाम् ।
मूलम् नध्येन ऊनम् वर्ग-द्वि-गुण-उद्धृतम् मध्यः ॥ ४४ ॥

$ax^2 + bx = cx = \frac{\sqrt{4ac+b^2}-b}{2a}$

वर्ग-आहत-रूपाणाम् अव्यक्त-अर्ध-कृति-संयुतानाम् यत् ।
पदम् अव्यक्त-अर्ध-ऊनम् तत् वर्ग-विभक्तम् अव्यक्तः ॥ ४५ ॥

स-एकात् अंशक-शेषात् द्वादश-भागः चतुर्-गुणः अष्ट-युतः ।
स-एक-अंश-शेष-तुल्यः यदा तदा अहर्-गणम् कथय ॥ ४६ ॥

द्वि-ऊनम् अधिक-मास-शेषम् त्रि-हृतम् सप्त-अधिकम् द्वि-सङ्गुणितम् ।
अधिमास-शेष-तुल्यम् यदा तदा युग-गतम् कथय ॥ ४७ ॥

वि-एकम् अवम-अवशेषम् षष्-उद्धृतम् त्रि-युतम् अवम-शेषस्य ।
पञ्च-विभक्तस्य समम् यदा तदा युग-गतम् कथय ॥ ४८ ॥

अनेकवर्णसमीकरणम् — □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□

आद्यात् वर्णात् अन्यान् वर्णान् प्रोह्य आद्य-मानम् आड्य-हृतम् ।
सदृश-छेदौ असकृत् द्वौ व्यस्तौ कुट्टकः बहुषु ॥ ५१ ॥

गत-भगण-युतात् द्यु-गणात् तत्-शेष-युतात् तद्-ऐक्य-संयुक्तात् ।
तद्-योगात् द्यु-गणम् वा यः कथयति कुट्टक-ज्ञः सः ॥ ५२ ॥

गत-भगण-ऊनात् द्यु-गणात् तत्-शेष-ऊनात् तद्-ऐक्य-हीनात् वा ।
तद्-विवरात् द्यु-गणम् वा यः कथयति कुट्टक-ज्ञः सः ॥ ५३ ॥

राशि-आद्यैः तत्-शेषैः च एवम् भुक्त-अधिमास-दिन-हीनैः ।
तत्-शेषैः च युग-गतम् यः कथयति कुट्टक-ज्ञः सः ॥ ५४ ॥

भावितकम् — □□□ □□□□□□□□-□□□□□□ □□□□□□□□□

भावितक-रूप-गुणना स-अव्यक्त-वधा इष्ट-भाजिता इष्ट-आप्त्योः ।
अल्पे अधिकः अधिके अल्पः क्षेप्यः भावित-हृतौ व्यस्तम् ॥ ६० ॥

भानोः राशि-अंश-वधात् त्रि-चतुर्-गुणितान् विशोध्या राशि-अंशान् ।
नवतिम् दृष्ट्वा सूर्यम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ६१ ॥

भावितके यद्-घातः विनष्ट-वर्णेन तत्-प्रमाणानि ।
कृत्वा इष्टानि तद्-आहत-वर्ण-ऐक्यम् भवति रूपाणि ॥ ६२ ॥

वर्ण-प्रमाण-भावित-घातः भवति इष्ट-वर्ण-सङ्ख्या एवम् ।
सिध्यति विना अपि भावित-सम-करणात् किम् कृतम् तत् अतः ॥ ६३ ॥

मूलम् द्विधा इष्ट-वर्गात् गुणक-गुणात् इष्ट-युत-विहीनात् च ।
आद्य-वधः गुणक-गुणः सह अन्त्य-घातेन कृतम् अन्त्यम् ॥ ६४ ॥

वर्गप्रकृतिः — □□□□'□ □□□□□□□□

वज्र-वध-ऐक्यम् प्रथमम् प्रक्षेपः क्षेप-वध-तुल्यः ।
प्रक्षेप-शोधक-हृते मूले प्रक्षेपके रूपे ॥ ६५ ॥

रूप-प्रक्षेप-पदे पृथक् इष्ट-क्षेप्य-शोध्य-मूलाभ्याम् ।
कृत्वा अन्त्य-आद्य-पदे ये प्रक्षेपे शोधने वा इष्टे ॥ ६६ ॥

चतुर्-अधिके अन्त्य-पद-कृतिः त्रि-ऊना दलिता अन्त्य-पद-गुणा अन्त्य-पदम् ।
अन्त्य-पद-कृतिः वि-एका द्वि-हृता आद्य-पद-आहता आद्य-पदम् ॥ ६७ ॥

चतुर्-ऊने अन्त्य-पद-कृती त्रि-एक-युते वध-दलम् पृथक् वि-एकम् ।
वि-एक-आड्य-आहतम् अन्त्यम् पद-वध-गुणम् आद्यम् आन्त्य-पदम् ॥ ६८ ॥

वर्गे गुणके क्षेपः केन चित् उद्धृत-युत-ऊनितः दलितः ।
प्रथमः अन्त्य-मूलम् अन्यः गुणे-कार-पद-उद्धृतः प्रथमः ॥ ६९ ॥

वर्ग-चिन्ने गुणके प्रथमम् तद्-मूल-भाजितम् भवति ।
वर्ग-चिन्ने क्षेपे तत्-पद-गुणिते तदा मूले ॥ ७० ॥

गुणक-युतिः अष्ट-गुणिता गुणक-अन्तर-वर्ग-भाजिता राशिः ।
गुणकौ त्रि-गुणौ व्यस्त-अधिकौ हृतौ अन्तरेण पदे ॥ ७१ ॥

वर्गः अन्य-कृति-युत-ऊनः तत्-संयोग-अन्तर-अर्ध-कृति-भक्तः ।
तद्-गुणितौ युति-वियुतौ वर्गौ घाते च रूप-युते ॥ ७२ ॥

खगोलप्रयोगाः — □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□

राशि-कला-शेष-कृतिम् द्विनवति-गुणिताम् त्र्यशीति-गुणिताम् वा ।
स-एका ज्ञ-दिने वर्गम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ७५ ॥

सूर्य-विलिप्ता-शेषम् पञ्चभिः ऊन-आहतम् तथा दशभिः ।
वर्गे बृहस्पति-दिने कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ७६ ॥

भ-गण-आदि-शेष-वर्गम् त्रिभिः गुणम् संयुतम् शतैः नवभिः ।
कृतिम् अष्ट-शत-ऊनम् वा कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ७७ ॥

भ-गण-आदि-शेष-वर्गम् चतुर्-गुणम् पञ्चषष्टि-संयुक्तम् ।
षष्टि-ऊनम् वा वर्गम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ७८ ॥

इष्ट-भगण-आदि-शेषम् द्विनवति-ऊनम् त्र्यशीति-सङ्गुणितम् ।
रूपेण युतम् वर्गम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ७९ ॥

अधिमास-शेष-वर्गम् त्रयोदश-गुणम् त्रिभिः शतैः युक्तम् ।
त्रि-घन-ऊनम् वा वर्गम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ८० ॥

इन्दु-विलिप्ता-शेषम् सप्तदश-गुणम् त्रयोदश-गुणम् च अपि ।
पृथक् एक-युतम् वर्गम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ८१ ॥

अवम-अवशेष-वर्गम् द्वादश-गुणितम् शतेन संयुक्तम् ।
त्रिभिः ऊनम् वा वर्गम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ८२ ॥

ज्ञ-दिने अर्क-कला-शेषम् गुरु-दिन-विकला-अवशेष-युक्त-ऊनम् ।
वर्गम् वधम् च स-एकम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ८३ ॥

विकला-शेषम् सहितम् त्रिनवत्या सप्तषष्टि-हीनम् च ।
भानोः ज्ञ-दिने वर्गम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ८४ ॥

ज्ञ-दिने अर्क-कला-शेषम् द्वादशभिः संयुतम् त्रिषष्ट्या च ।
षष्ट्या अष्टभिः च ऊनम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ८५ ॥

इन्दु-विलिप्ता-शेषात् रवि-लिप्ता-शेषम् अंश-शेषम् वा ।
अथ वा मध्यम् इष्टम् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ८६ ॥

जीव-विलिप्ता-शेषात् कुजम् इन्दुम् भौम-लिप्तिका-शेषात् ।
रविम् इन्दु-भाग-शेषात् कुर्वन् आ वत्सरात् गणकः ॥ ८७ ॥

द्वाभ्यामेकः शेषो यदि स एक एव निश्छेदं स्यात्
अन्यथैकेन शुद्धिः स्यादेकस्य निःशेषभागः ॥ ८८ ॥

एकस्य निःशेषभागो गुणकारः प्रक्षेपश्च तस्मात्
एवं द्वयोस्त्रयाणां च बहूनां कुट्टकः क्रमशः ॥ ८९ ॥

भगणशेषमग्रं यद् यदि तद् भगणसंख्यया हतम्
भक्तं च तद् भागहारेण तत् शुद्धं भवति कुट्टकम् ॥ ९० ॥

भगणादिशेषयोर्यो द्वयोरन्तरेण निरपवर्तितयोः
तद् गुणकौ प्रच्छिद्य प्रक्षेपौ स्यातां तयोः ॥ ९१ ॥

द्विचतुराद्याः पुरस्तात् त्र्यादयो दक्षिणापरे चैव
एवमाद्योत्तरच्छेदाः क्षेपाः स्युरधरोत्तराः ॥ ९२ ॥

स्फुटगतिक्रमादग्रं भगणापवर्तितं ततः कुर्यात्
तद् गुणकारस्ततः स्यात् प्रक्षेपस्तद्विशेषणात् ॥ ९३ ॥

एवं त्र्यादीन् ग्रहान् सद्भिर् युगभगणैः प्रच्छिद्य पृथग् गत्वा
तेषां शेषाणि समानीत्वा कुट्टकेनैव साधयेत् ॥ ९४ ॥

भगणशेषैर् भगणांशैर् दिनशेषैर् अवमशेषैस् तु
अधिमासशेषैर् युक्तं यद् गणितं तत् कुट्टकाल् लभ्यम् ॥ ९५ ॥

इष्टकालाद् भगणादींश् छेद्यान् विभज्य शेषतस् तेषाम्
अग्रं प्रक्षेपयेत् कालं कुट्टकेनैव साधयेत् ॥ ९६ ॥

एवं स्फुटगतिज्ञानं कुट्टकेनैव जायते
नान्यथा तद् विना ज्ञेयं तस्मात् कुट्टकम् उत्तमम् ॥ ९७ ॥

यावद् युगभगणांशास् तावतः कुट्टकाः क्रमेण स्युः
तेषां समानयनं चैक्यात् कालो ज्ञेयः स कुट्टकात् ॥ ९८ ॥

कुट्टकेन विना न स्युः स्फुटगत्युदयास्तमयाः
ग्रहाणां गणकः सद्भिः कुट्टकेनैव साधयेत् ॥ ९९ ॥

हृदि-घात्रम् अमी प्रश्नाः प्रश्नान् अन्यान् सहस्र-शः कुर्यात् ।
अन्यैः दत्तान् प्रश्नान् उक्त्या एवम् साधयेत् करणैः ॥ १०० ॥

जन-संसदि दैव-विदाम् तेजः नाशयति भानुः इव भानाम् ।
कुट्टाकार-प्रश्नैः पठितैः अपि किम् पुनः शत-शः ॥ १०१ ॥

प्रति-सूत्रम् अमी प्रश्नाः पठिताः स-उद्देशकेषु सूत्रेषु ।
आर्या-त्रि-अधिक-शतेन च कुट्टः च अष्टादशः अध्यायः ॥ १०२ ॥

इति श्री-ब्राह्मस्फुटसिद्धान्ते कुट्टकाध्यायो अष्टादशः

अथ शङ्कु-छाया-विज्ञानम् — एकोनविंशः

दृष्ट्वा दिन-अर्ध-घटिका यः अर्क-ज्ञः अक्ष-अंशकान् विजानाति ।
उदय-अन्तर-घटिकाभिः ज्ञातात् ज्ञेयम् सः तन्त्र-ज्ञः ॥ १ ॥

अस्त-अन्तर-घटिकाभिः यः ज्ञातात् ज्ञेयम् आनयति तस्मात् ।
मध्य-गतिम् युग-भ-गणान् आनयति ततः सः तन्त्र-ज्ञः ॥ २ ॥

आनयति यः तमस्-रवि-शश-अङ्क-मानानि दीपक-शिख-औच्च्यात् ।
शङ्कु-तल-अन्तर-भूमि-ज्ञाने छायाम् सः तन्त्र-ज्ञः ॥ ३ ॥

इष्ट-गृह-औच्च्य-ज्ञः यः तत्-अन्तर-ज्ञः निरीक्ष्यते तु जले ।
गृह-भित्ति-अग्रम् दर्शयति दर्पणे वा सः तन्त्र-ज्ञः ॥ ४ ॥

छाया-द्वितीया-भा-अग्र-अन्तर-विज्ञानेन वेत्ति दीप-औच्यम् ।
शङ्कु-छाया-ज्ञः वा भूमेः छायाम् सः तन्त्र-ज्ञः ॥ ५ ॥

दृष्ट्वा गृह-तल-अन्तर-जालभोः दृष्ट्वा अग्रम् गृहस्य भूमि-ज्ञः ।
वेत्ति गृह-औच्च्यम् दृष्ट्वा तैल-स्थम् वा सः तन्त्र-ज्ञः ॥ ६ ॥

वीक्ष्य गृह-अग्रम् सलिले प्रसार्य सलिलम् पुनः स्व-भू-ज्ञाने ।
आनयति जलात् भूमिम् गृहस्य वा औच्च्यम् सः तन्त्र-ज्ञः ॥ ७ ॥

ज्ञातैः छाया-पुरुषैः विज्ञाते तोय-कुड्ययोः विवरे ।
कुड्ये अर्क-तेजसः यः वेत्ति आरूढिम् सः तन्त्र-ज्ञः ॥ ८ ॥

इष्ट-दिवस-अर्ध-घटिका घटिका-पञ्चदश-अन्तर-प्राणाः ।
तद्-दिवस-चर-प्राणैः तैः अक्षम् साधयेत् प्राक्-वत् ॥ ९ ॥

ज्ञात-ज्ञेय-ग्रहयोः उदय-अन्तर-नाडिकाभिः अधिक-ऊनः ।
उदयैः ज्ञातः ज्ञातात् ज्ञेयः प्राक्-अपरयोः ज्ञेयः ॥ १० ॥

ज्ञातः स-भ-अर्धः उदयैः अस्त-अन्तर-नाडिकाभिः अधिक-ऊनः ।
ज्ञातात् पूर्व-अपरयोः ज्ञेयः भ-अर्ध-ऊनके ज्ञेयः ॥ ११ ॥

ज्ञातम् कृत्वा मध्यम् भूयः अन्य-दिने तत्-अन्तरम् भुक्तिः ।
त्रैराशिकेन भुक्त्या कल्प-ग्रह-मण्डल-आनयनम् ॥ १२ ॥

स्थिति-अर्धात् विपरीतम् तमस्-प्रमाणम् स्फुटम् ग्रहणे ।
मान-उदयात् रवि-इन्द्वोः घटिका-अवयवेन भ-उदय-तः ॥ १३ ॥

दीप-तल-शङ्कु-तलयोः अन्तरम् इष्ट-प्रमाण-शङ्कु-गुणम् ।
दीप-शिखा-औच्च्यात् शङ्कुम् विशोध्या शेष-उद्धृतम् छाया ॥ १४ ॥

शङ्कु-अन्तरेण गुणिता छाया छाया-अन्तरेण भक्ता भूः ।
स-छाया शङ्कु-गुणा दीप-औच्च्यम् छायया भक्ता ॥ १५ ॥

ज्ञात्वा शङ्कु-छायाम् अनुपातात् साधयेत् समुच्छ्रयान् ।
गृह-चैत्य-तरु-नगानाम् औच्च्यम् विज्ञाय वा छायाम् ॥ १६ ॥

दर्पणे तोयजाते च दीपाच्छायाग्रसंयुतिम्
दीपोच्च्येन हतां छायया तदुच्च्यं प्रकल्पयेत् ॥ १७ ॥

शङ्कुच्छायागुणं द्वितीयच्छायाहतं तदुच्च्येन
भक्तं तु तच्छयोच्च्यं तद्धृतं शङ्कुना तु भूमिः ॥ १८ ॥

जलतलाद्धृतभित्तेरग्रादूर्ध्वं यदौच्च्यमानीतम्
तलमग्राद् विलम्बितं तेनोच्चं तज्जलं मूल्यम् ॥ १९ ॥

प्रतिबिम्बमग्रतो यावत्तावद् दीपतोऽपि च तुल्यम्
ततो द्विगुणितं दीपाद् दीपोच्च्यं तेन लब्धव्यम् ॥ २० ॥

इति शङ्कु-छाया-विज्ञानम् — एकोनविंशोऽध्यायः

अथ छन्दश्-चित्त्युत्तराध्यायः — विंशतितमः

ऋग्वर्गः पर्यायः समूहयोगावयुक्षु युग्मेषु ।
सोयाः प्राग्वत्प्राप्तादाश्चतुष्ककाः शेषयुक्त्योन्त्यः ॥ १ ॥

एकादियुतविहीनावाद्यन्तौ तद्विपर्ययौ यावत् ।
वर्गादिषु विषमयुजां क्रमोत्क्रमाद्वर्धयेत् पादान् ॥ २ ॥

एकैकेन द्व्याद्व्याः सोप्पप्पधिकेषु तत्-प्रतिष्ठेषु ।
वर्गादिरभीष्टान्तः प्रस्तारो भवति यवमध्यः ॥ ३ ॥

सूनोन्त्यो द्विपदाग्रं त्रिपदाद्यानामधः पृथक् संख्या ।
तच्छोध्यो व्येकः पृथग्न्ताद्रूपमूर्ध्वयुतम् ॥ ४ ॥

यावत् पादाव्येकागच्छाद्वर्णेष्वथैकवृद्धेषु ।
रूपाद्युतघाते वर्गाद्यानां परा संख्या ॥ ५ ॥

रूपाधिकपादार्धेविषमेषूर्ध्वः समेषु पादार्धे ।
अर्धाद्द्विगुणाव्येकांयुलान्यधस्तस्य सर्वेषाम् ॥ ६ ॥

माध्यैस् तथार्धहीनैः क्रमपादैर् व्यस्ततुल्यपादाद्यः ।
विषमेरव्येकं मध्ये प्रोह्याद्यान्यतः कुर्यात् ॥ ७ ॥

सैकक्रमतुल्याद्यैर् न्यासोऽभ्यधिको विशोधितश् चाधः ।
संख्यैक्यं तादृक् यादृक् प्रथमस् त्रिरहितो नष्टे ॥ ८ ॥

माध्यैः कृतैश् च दलितैः समसंख्यायां क्रमोत्क्रमात् क्षेप्यम् ।
विषमायां व्येकायां दलम् क्रमाद् उत्क्रमात् सैकम् ॥ ९ ॥

समसंख्यायां सोपानक्रमोत्क्रमाभ्यां तथैव विषमाभ्याम् ।
कल्प्या पचिते दृष्टे प्रथमः शेषाक्षराण्यन्ते ॥ १० ॥

पाते मेरौ समारोप्य लघूक्त्वाग्रे गुरूक्त्वा पुनः
उभयोरुपरि पातः कार्यः सोपानपद्धतिः ॥ ११ ॥

द्विर्द्विरेकं प्रकृत्यान्ते समं मध्यममेव वा
तथा चान्त्यं द्विरेकं मेरुः स्यात् समवृत्तके ॥ १२ ॥

समवृत्ते मेरुतः स्याद् यद्यदावृत्तकं ततस्तस्य
संख्यां सैव भवत्यार्याः प्रस्तारे च तथा पुनः ॥ १३ ॥

छन्दोन्नेतारमाद्यं तत्प्रसूतिं च सञ्चिनोति
लघुर्गुरुश्चेत्येते यावत् पादे अक्षराणि ॥ १४ ॥

पादाक्षराणां वर्गः स्यात् सर्वलघोस्ततो गुरुमेकम्
दत्वा लघून् पुनस्तान् गणयेत् तत्प्रसूतिः स्यात् ॥ १५ ॥

नष्टे पादे यदि लघुर्गुरुर्वाप्येक एव संख्यातः
तदेकेन हीनं निवेश्य मेरौ स विज्ञेयः ॥ १६ ॥

उद्दिष्टे मेरुसंख्यां गणयित्वा ततो लघुगुरू व्यस्तौ
यथासंख्यं तौ पादे लेख्यौ तदुद्दिष्टमुच्यते ॥ १७ ॥

सर्वमर्काण्डसंभूतं गणितं मुनिभिः प्रणीतम्
युक्तं वा तद्विदुषां वा भ्रान्तं वा कालपर्ययात् ॥ १८ ॥

छन्दश्चित्रमिदं प्रोक्तं गणितान्न च वर्जयेत्
गणितं हि परं ब्रह्मन् यतोऽयं संसृतिः स्मृता ॥ १९ ॥

इति श्री-ब्राह्मस्फुटसिद्धान्ते छन्दश्-चित्त्युत्तराध्यायो विंशतितमः

अथ गोलाध्यायः — एकविंशतितमः

ज्याप्रकरणम् — □□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□

राशि-अष्ट-अंशेषु अङ्कान् पद-सन्धिभ्यस् क्रम-उत्क्रमात् कृत्वा ।
बध्नीयात् सूत्राणि द्वयोः द्वयोः ज्यास् तद्-अर्धानि ॥ १७ ॥

ज्या-अर्धानि ज्या-अर्धानाम् ज्या-खण्डानि अन्तराणि ।
व्यस्तानि अन्त्यात् अथ वा इषुः उत्क्रम-ज्या धनुस् ताभ्याम् ॥ १८ ॥

एक-द्वि-त्रि-गुणायाः व्यास-अर्ध-कृतेः पृथक् चतुर्थेभ्यः ।
मूलानि अष्ट-द्वादश-षोडश-खण्डानि अतः अन्यानि ॥ १९ ॥

तुल्य-क्रम-उत्क्रम-ज्या-सम-खण्डक-वर्ग-युति-चतुर्-भागम् ।
प्रोह्य अनष्टम् व्यास-अर्ध-वर्गतः तत्-पदे प्रथमम् ॥ २० ॥

तद्-दल-खण्डानि तद्-ऊन-जिन-समानि द्वितीयम् उत्पत्तौ ।
[… □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ …] ॥ २१ ॥

एवम् जीवा-खण्डानि अल्पानि बहूनि वा आद्य-खण्डानि ।
ज्या-अर्धानि वृत्त-परिधेः षष्ठ-चतुर्थ-त्रि-भागानाम् ॥ २२ ॥

उत्क्रम-सम-खण्ड-गुणात् व्यासात् अथ वा चतुर्थ-भागात् यत् ।
कृत्वा उक्त-खण्डकानि ज्या-अर्ध-आनयनम् न लघु अस्मात् ॥ २३ ॥

अथ यन्त्राध्यायः — द्वाविंशतितमः

दृष्ट्वा दिवसमानं तु यन्त्रैरेतैर्निरीक्षणैः
सिद्धान्तं वा ततः कुर्याद् ग्रहणं वापि साधयेत् ॥ १ ॥

शङ्कुराच्छादिते सूर्ये शङ्कुच्छायां प्रमाय तु
ततो नाड्यो दिनस्य स्युः प्राग्वत् सैन्धवमानतः ॥ २ ॥

यष्ट्या धनुषा वा त्रिज्यां कृत्वा दृग्विवरं तथा
तत्क्षेपं वा ततो ज्ञेयं यच्चापं दृश्यते खगे ॥ ३ ॥

चक्रं तु लघुदारं स्यात् समधुरीरान्तरं शुभं
पुष्करारण्डसंयुक्तं मध्ये तु सुलिप्तं भवेत् ॥ ४ ॥

शङ्कुना छायया चैव द्वितीयेन च कालतः
यम्यां योज्यां तु पातेन मध्याह्नं वापि साधयेत् ॥ ५ ॥

क्षेप्तं स्वर्चिषा क्षेप्यं समं तथा पारदे यदा भवति ।
कालसम्मिश्रमानं शककृतान्मुद्दे वा ॥ ४१ ॥

कोतस्योपरिगामिनं त्रियक् सूत्रके धृतमल्पेषु ।
प्रावनलके प्रक्षिप्य नाडिका श्रवति पतत्ये ॥ ४२ ॥

छिद्रयुक्तेन चक्रेण दृश्यते रविमण्डलम्
तदूनतां गतिं चापि सूक्ष्मेणैव तु यन्त्रिणा ॥ ४३ ॥

प्रतिलोमं ग्रहाणां तु वक्रं स्फुटमतो गतिः
यन्त्रदृग्विवराच्छुद्धा साध्या युक्त्यनुसारतः ॥ ४४ ॥

जलयन्त्रेण कालं तु नाडीकां शङ्कुना पुनः
तुलयित्वा ततः सूक्ष्मं सिद्धान्तं साधयेन्मतिमान् ॥ ४५ ॥

पञ्चरत्नमयं चक्रं सप्तधातुकमेव वा
द्वादशारं सुसूक्ष्मं तु कारयेद्यन्त्रकोविदः ॥ ४८ ॥

लघुदारमयं चक्रं समधुरीरान्तरं पुष्करारणाम् ।
श्रद्धा पारदपूर्णं मध्ये सुलिप्तं कृतसंध्यः ॥ ४९ ॥

तियक् कोतिमध्येध्वाधारस्थो रूपारदं भ्रजति ।
छिद्रायुक् चक्रकमजस्रमेवं वाम्बरे भ्रमति ॥ ५० ॥

तियक् कोतिमध्येध्वाधारस्थो रूपारदं भ्रजति । छिद्रायुक् चक्रकमजस्रमेवं वाम्बरे भ्रमति ॥ ५० ॥

यन्त्रमात्रं न मूर्खेण सेवितव्यं कदाचन
विदुषा सेवितं यन्त्रं फलदं स्यान्न संशयः ॥ ५१ ॥

यन्त्राभ्यासरतः सद्भिः सेवितो यो विचक्षणः
स ग्रहान् स्फुटतो ज्ञात्वा सिद्धान्तं साधयेद् बुधः ॥ ५२ ॥

दर्शनार्थः समाप्तोऽयं यन्त्राणां च विधिः स्मृतः
एतैर्यन्त्रैर्निरीक्ष्यैव ग्रहाण् स्फुटतो व्रजेत् ॥ ५३ ॥

करणज्या शिथ्रचलनमेव शरमोच्छरोत्क्षेपवाच्याच्च ।
श्रद्धायो द्विविधो यन्त्रेणारिच्छन्दपञ्चकात् ॥ ५३ ॥

इति ब्रह्मस्फुटसिद्धान्ते यन्त्राध्यायो द्वाविंशतितमः

दर्शनार्थः समाप्तः

श्रीब्रह्मगुप्ताचार्य-विरचित

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्तः

□□□□□□□□□-□□□□□-□□□□□□□□ □□□□□□-□□□□□□□□-□□□□□□□□□□
□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□

त्रयोविंशो मानाध्यायः

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

प्रयोगविधिः

सौरैराण्डं मासैस्तिथयश्चान्द्रैंस्तथा सावने दिवसाः ।
दिनमासाब्दं पमध्यानत दिग्नाकेन्द्रं मानास्म्याम् ॥ १ ॥

(१) सौरैराण्ड (ग) सौरैराण्ड (छ) □□□ (सौरैराण्ड)
(२) मासैस्तिथय (ग) (छ) □□□ (मासैस्तिथय)
(३) च □□□ (पम्)
(४) तदिग्नाकेन्द्र □□□ (तदिग्नाकेन्दु)

मानांति सौरचन्द्राक्षां सावनानि ग्रहानयनमेभिः ।
मानेन पृथक् चतुर्मितिथ्यर्ब्बहारो त्रं लोकस्य ॥ २ ॥

युगवर्षं विपुलब्दयनतद्वह्निशोद्विद्विहानयः ।
सौरास्तिथि करणाऽधिकमासौन राशिपर्व्विक्रियाश्चान्द्रात् ॥ ३ ॥

यसस्य वन प्रमाणं ग्रहगतृपवासं सुतं चिकिर्सतः ।
सावनं मानांतु शैया प्रायश्चित्त क्रियाश्चान्याः ॥ ४ ॥

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

चतुर्विंशः

यस्मात्तत्प्रति पश्तं संज्ञा संज्ञातो विना तस्मात् ।
लोकप्रसिद्धसांख्यपादीनां दशांकाश्च ॥ ५ ॥

युगपद्युगाद्यद् या याम्ययां भास्करस्य वा कन्याम् ।
राश्यर्द्धसंख्यायां मस्तकया दिनदलाद्वेभ्राम् ॥ ६ ॥

प्रपमेवकृतः सूर्ये तु पुलिशा रोमक वाराही यवनाद्यैः ।
यस्मात्तस्मादेकः सिद्धान्तो ग्रथ्य रचनात्मकः ॥ ७ ॥

यदि भिन्नाः सिद्धान्तभास्कर संस्कान्तयोभि भेदसमाः ।
सरत्नः पूर्व्वस्यां विपुलत्याकार्द्दयो यस्य ॥ ८ ॥

तत्र पक्षागरितितं मध्यं गत्युत्तरादयः पञ्च ।
कुड्डाकारे बेधः छिन्द्धि चतुर्थां तरे गोलः ॥ ९ ॥

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

भट्ट ब्रह्माचार्येण जिज्ञासुतनयेन गणितगोलविदा ।
प्रायःश्लेषसंहलं वा स्फुटसिद्धान्तं कृतो ब्रह्मा ॥ १० ॥

मग्रहं युति वत्सांकुं विचित्रमलनाद्विव्रहोत्कसमः ।
शकनिः कर्म्मबाहुत्वान्निर्भुतातो भास्करमग्रहं ॥ ११ ॥

प्राज्येयो नैकल्प्योर्द्धच्छिद्दिने स्थितस्य योग्केस्य ।
शङ्कुश्ये कथयत्यब्दापि वत्सि सूर्य्यंश्च ॥ १२ ॥

प्रज मया यन्नोकं गोलादग्रं क्षयार्धसतो त्रं तनु ।
प्रायःश्लोद्दशोऽयं संज्ञाध्यायचतुर्विंशः ॥ १३ ॥

इति ब्रह्मगुप्ते मानाध्यायः (२३ अध्याय समाप्तः)

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

नष्टंघ्नसावनदिनात् सूर्यदिनां त्वसावन दिनानि ।
यस्मात्तस्मादश्वं दुर्ल्लभगं मन्दबुद्धिनाम् ॥ ५ ॥

मानुष्यं पित्रदेवं बाहु यान्यष्टौ वसुर्कालस्य ।
उत्कर्षि ज्ञानार्थं बाहु स्पष्टं नवममन्यत् ॥ ६ ॥

द्वौ द्वौ राशिं मकराहतवः षट् सूर्यगति वशाऽघोज्याः ।
शकिरवसन्तं ग्रीष्मा वर्षा शरदौ सहैमन्ताः ॥ ७ ॥

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

मुख्यारः पूजोभक्तः काके व्यासान्तरेण रविकर्णं मुमुच्या ।
द्वौ, क्षाया दिश्यन्त्वे चन्द्रकर्णेन शेषम् ॥ ८ ॥
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

पञ्चदशाहीनयुक्ताः षट् क्रान्तिकालाद्यरसगुणाः ॥ ६४ ॥

त्रिज्या विपुलछाया घातस्तच्छति विभाजिताक्षाप्तम् ।
क्षयो नित्यं याम्यो गोलवशाद्बिम्बेक्रान्तिः ॥ ६६ ॥

क्रान्त्यक्षायुति विभोगाक्षरापदैः शोधिते दिनदलमा ।
भास्य तिकृतयोः कृतमनुयुतो नयोस्तत्पदे व्यस्ते ॥ ६७ ॥

पठगुणीतागतं शेषं नाडूच्चै दिवसाङ्कं विभाजितात् त्यात् ।
दिनदलकर्णगुणाप्ता तया त्रिज्यया फलं कर्णः ॥ ६८ ॥

~~~
~~~

प्रकाशक: --- □□□□□□□□□□

इण्डियन इन्स्टीट्यूट ऑफ अस्ट्रानॉमिकल
एण्ड संस्कृत रिसर्च
२२३६, गुरुद्वारा रोड, करोल बाग,
नई दिल्ली-५ (भारत)

सम्पादक मण्डल --- □□□□□□□□□□ □□□□□

श्री रामस्वरूप शर्मा

श्री मुकुन्दमिश्र

श्री विद्यनाथ झा

श्री दयाशंकर दीक्षित

श्री श्रीदत्त शर्मा शास्त्री

प्रथम संस्करण --- □□□□□ □□□□□□□□: **१९६६**
मूल्य --- □□□□□: **₹ ६०.००**
मुद्रक --- □□□□□□□□:
पं. श्री प्रकाशन एण्ड प्रिन्टर्स
१२, चमेलियन रोड, दिल्ली

श्रीब्रह्मगुप्ताचार्य-विरचित

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्तः

□□□□□□□□□-□□□□□□-□□□□□□□□ □□□□□□□-□□□□□□□□-□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□
□□□□□□□□□□□□□□□

द्वितीय-भागः

प्रधानसम्पादकः --- □□□□□□□□□□ □□□□□□□

आचार्यवर पण्डित रामस्वरूप शर्मा

संचालक-इण्डियन इन्स्टीट्यूट ऑफ अस्ट्रानॉमिकल एण्ड संस्कृत रिसर्च

प्रकाशकः --- □□□□□□□□□□

इण्डियन इन्स्टीट्यूट ऑफ अस्ट्रानॉमिकल एण्ड संस्कृत रिसर्च
गुरुद्वारा रोड, करोल बाग, न्यू देल्ही-५

विषयानुक्रमणिका

१. मध्यमाधिकारः

□□□□□	□□□□
मण्डलाचरणम्	
ग्रन्थारम्भप्रयोजनम्	
भचक्रस्य चलनम्	
कालप्रवृत्तिः	
खण्डस्य विभाग कल्पना	
युगमानम्	
आर्यभटस्य मतसमीक्षा	
मनुप्रमाणानि कल्पप्रमाणम्	
कल्पविषये आर्यभटमतम्	
रोमकसिद्धान्तमतखण्डनम्	
ग्रहयुगस्य परिरभाषा	
सितरोत्रं शनैश्चरयोः कल्पभगणाः	
भच्छ्रमाः कुदिनानि च	
रविवर्षमासराशिमासादयः	
सावननक्षत्रमानवदिनानि	
गतकालस्याहर्गणादीनां परिहारः	
आर्यभटमतम्	
कल्पगताक्षावनाहर्गणाः	
ग्रहमन्दादिमध्यमानां मध्यमानयनम्	
स्वसिद्धान्तनिर्देशनम्	
प्रश्नरात्रौ वारप्रवृत्तिपक्षदर्शनम्	
मध्यमानां देशनियमार्थः	
तदर्थं देशान्तरकर्म्मणा प्रदर्शनम्	
वर्षदीर्घ दिनाध्यमदिनादिसाधनम्	
वर्षदीर्घमाससाधनम्	
वर्षशानयनं लध्वहर्गणानयनम्	
रविसितबुधानां कुजगुरुशनिरीश्रोक्ष्णां चानयनम्	
मध्यमचन्द्रानयनम्	
वर्षान्तिकाद्धर्गणात् भौमादिग्रहमन्दफलानयनम्	

२. स्फुटाधिकारः

□□□□□	□□□□
स्फुटीकरणस्य प्रयोजनम्	
आर्धज्योत्क्रमज्याकथनम्	
चापज्यानयनम्	
ज्यातच्छापानयनम्	
मन्दशीघ्रकेन्द्रयोः केन्द्रभुजकोटिज्ययो व्य परिर्मापा	
स्फुटपरिरक्ष्यानयनम्	
रविचन्द्रयोः स्फुटत्वार्थः	
आर्यभटोक्तं स्फुटीकरणम्युत्कम्	
रविचन्द्रयोः स्फुटीकरणार्थं मन्दपरिरक्ष्यांशाः	
दृष्टे नते स्फुटपरिरक्ष्यानयनम्	
मन्दफलस्य धनत्वमृणात्वं च	
रविचन्द्रयोः स्फुटीकरणो विशेषः	
ग्रहयोः सूर्याचन्द्रमसोर्न्तकालः	

द. चन्द्र छायाधिकारः

□□□□□	□□□□
आरम्भप्रयोजनम्	
कर्तव्यताकथनम्	
चन्द्रस्य दूयाद्दूयत्वम्	
चन्द्रैतकालसाधनम्	
चन्द्रशङ्क्वानयनम्	
रविचन्द्रयोः स्फुटशङ्क्वानयनम्	
चन्द्रस्य स्फुटच्छायासाधनप्रकारः	
मध्यच्छायासाधनप्रकारः	
अध्यायोपसंहारः	

६. ग्रहयुत्यधिकारः

□□□□□	□□□□
ग्रहणां मध्यमशरकला मध्यमविम्बकला	
ग्रहविम्बकला स्फुटीकरणम्	
युतिकालज्ञानार्थं चालनफलज्ञानार्थंश्र	
चालनफलसंस्कारदारा ग्रहयोः सम्लिप्तीकरणार्थः	
स्फुटपातानयनम्	
गणितागतदेवपाताद्यमध्यमसंस्कारसाधनोपायः	
युतिकाले ग्रहशरसाधनम्	
युतिकाले ग्रहयोर्द्दिष्टोपान्तरः	

मध्यमाधिकारः

प्रदक्षिणागम् (दक्षिणावस्स्क्ष्मेण चलायमानम्) श्रादो (सर्व्वप्रथमं) ब्रह्मणा (जगद्गुरुपादकेन) सृष्टम् (रचितम्) ग्रयदिध्नयादौ स्थितेनक्षत्रादिमततुल्यचपा-तादिमित्र साकं भ्रुवयष्ट्याद्यारेण प्रमाणशील ज्योतिष्मत् प्रदायिनां नक्षत्रादीनां चक्रं (गोलं) ब्रह्मणा रचितं यथाप्याचार्ययोः कादीनां वचां न कियते तेषां स्वरूपा-भावात् किन्तु स्पष्टादिकाले तेषामपि स्थानाऽऽज्ञानरूपसर्जे कृतमिति ॥ १ ॥

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

इदानीमनाख्यानतस्य कालस्य प्रवृत्तिमाह ।
चैनंसितादेर्द्दयाद्व मानोर्द्धनमासबर्षयुगकल्पः ।
सृष्ट्यादौ लङ्कायां स्मं प्रवृत□□ दिनेस्कस्य ॥ ४ ॥

चैत्यादि कल्पप्रतिपद्यात् लंकोपलक्षितांभृद्वेकोर्कोदयादिदिवा प्रवृत्ताःरविदिनम्बरः सृष्ट्यादौ कल्पादौ

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

प्रथमं युगपदं चलनं द्वितीयं पश्चादिनपर्व्वैः
तृतीयं तु त्रयोदशभिर्मासैः सावनेन वा चतुर्थम् ॥

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

$$= \frac{\times}{} \quad 360$$

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

वारप्रवृत्तिं मनयो वदन्ति सूर्योदयाद्विष्णुराज्ञाध्याम् ।
उर्वी तथाऽघोषपरत्र तस्याऽर्चराथं देशान्तरनाडिकाभिः ॥ १३६॥

लङ्कोदयाम्यसुजातप्रथममपरतः पूर्व्वदेशे च पश्चात्—
दर्शवोत्थानिमष्टटीभिः सवितः क्षदयतो वासरैव प्रवृत्तिः ॥
यं या सूर्योदयात् प्राक् चरराकलम्बवैश्चास्मियमियगोले ।
पश्चात् सौम्यगोले युतिर्वियुतिर्वशाच्छोभयोः स्पष्टकालः इति ॥१३६॥

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

आसीदिदं तमोभूतमप्रज्ञातमलक्षणम् ।
अप्रतर्क्यमनाऽऽगम्यं प्रसुप्तमिव सर्व्वतः ॥ इति ॥
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

□□.	□□□□□
१	मध्यमाधिकारः
२	स्फुटाधिकारः
३	त्रिप्रश्नाधिकारः
४	चन्द्रग्रहणाधिकारः
द	चन्द्रच्छायाधिकारः
६	ग्रहयुत्यधिकारः
७	नक्षत्रच्छायाधिकारः
८	ग्रहच्छायाधिकारः
९	उदयास्तमयाधिकारः
१०	पाताधिकारः
११	गणिताध्यायः
१२	कुण्डकाध्यायः
१३	परिकर्माध्यायः

॥ इति समाप्तम् ॥

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त

The Brāhmasphuṭasiddhānta of Brahmagupta

With Sanskrit Text and English Commentary

Part 2 — Chunk 1

Pages 839–978 of the Complete Work

Contents:

मध्यमाधिकार — Chapter on Mean Motions
(Complete with Sanskrit Text and English Commentary)

स्पष्टाधिकार — Chapter on True Positions
(Beginning with Sine Tables and Corrections)

Typeset from the Original Sanskrit Edition

XeLaTeX with Devanagari Support

Contents

Chapter 1

मध्यमाधिकारः — Chapter on Mean Motions

The मध्यमाधिकार (Madhyamādhikāra), the first chapter of the Brāhmasphuṭasiddhānta, treats the computation of the *mean positions* (madhyama) of the planets. This chapter spans pages 839–893 of the original edition.

1.1 On the Commencement of the Day (वारप्रवृत्ति)

Rule 36: The Beginning of the Day

> सृष्टेर्मुखे ध्वान्तमये हि विश्वे ग्रहेषु सृष्टेष्विनपूर्वकेषु । दिनप्रवृत्तिस्तदधीश्वरस्य वारस्य तस्मादुदयात्प्रवृत्तिः ॥३६॥

Translation: "At the beginning of creation, when the universe was enveloped in darkness, before the planets were created, there was no commencement of days. The day of the week begins from the sunrise of the lord of that day."

Commentary: सृष्ट्यादि से पहले विश्व अन्धकारमय था। ऐसे समय में वारप्रवृत्ति के विचार सम्भव नहीं हैं क्योंकि उस समय में वारेश्वरग्रहों का अभाव रहता है। रव्युदय काल से वारप्रवृत्ति मानने वाले आचार्यों का मत ही ठीक है।

English: Before creation, the universe was in darkness. At such a time, the notion of days of the week is impossible because the presiding planets did not exist. The opinion of those teachers who reckon the commencement of the week from sunrise is correct.

1.2 Longitude Correction (देशान्तरकर्म)

Rules 37–39: Computation of Longitude Difference

> भूपरिधिः खखखशरारेखा स्वाक्षान्तरांशसंख्यिताः । भगणांशहृताः फलकृतिहीना देशान्तरस्य कृतिः ॥३७॥ शेषपदगुणासुक्तिभूपरिधिहता कलादिलब्धसूरणस् । उज्जयिनीयाम्योत्तररेखायाः प्राग्धनं पश्चात् ॥३८॥ मध्यग्रहे स्फुटे वा भूपरिधिहृतात् पदात् गुणात् षष्ठया । लब्धं घटिका अथवा कर्मतिथिष्वग्रणं ग्रहवत् ॥३९॥

Translation of 37: "The earth's circumference is 5000 yojanas. Multiply this by the difference in degrees of latitude [between the observer's place and the prime meridian], divide by 360 degrees; the square of the result subtracted from the square of the longitudinal distance [in yojanas] gives the square of the correction."

Translation of 38: “Take the square root of the remainder, multiply by 60 and divide by the earth’s circumference; the result in minutes is to be applied positively to the east and negatively to the west of the Ujjayinī meridian.”

Translation of 39: “For the mean or true planet, take the square root, multiply by 60 and divide by the earth’s circumference; the result in ghaṭikās is to be applied to the tithi computation as in the case of planets.”

Commentary: वा. भा.—भूपरिधिः—□□□□□□□□ □□□□□□; □□□□□□□□□□□ □□—खखखशरा □□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□

English: “The earth’s circumference”—the circumference of the terrestrial globe; saying how much it is, [the text says] “khakha-śara-rekhā” meaning 5000 yojanas. Here, the methods for computing longitude differences have been explained previously by [reference to] the standard parameters.

1.3 Computation of Days Since Epoch (युगादिदिनानयन)

Rule 40: Days Elapsed Since the Beginning of the Kalpa

कल्पगताब्दा गुणिता रूपाष्टजिनेनापवर्निसप्तनगैः । खस्वरसनवभिभक्ता दिनान्यवमानि चांशका
दोषाः ॥४०॥

Translation: “The years elapsed since the beginning of the kalpa, multiplied by 2486 [and] divided by 8600, give the [number of] days, omitting fractions [lit. ‘defects’]. The remaining [fractional] part is the ‘aṃśaka’.”

Commentary: वा. भा.—□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□

English: Here, the years elapsed since the beginning of the kalpa up to the desired solar year are taken. These years elapsed since the kalpa are multiplied by 2486 and divided by 8600; the results are respectively the number of days, and the remainder is the ‘aṃśaka’ at both places.

1.4 Planetary Mean Longitudes (मध्यमग्रहसाधन)

Rules 41–43: Mean Motions of the Sun, Moon, and Planets

रविः प्रतिदिनं षष्ट्या भुजंगैरष्टभिरंशकैः । चरति क्रान्तिमार्गेण तत्संवत्सरभोगनम् ॥४१॥ चन्द्रस्तु
नवषष्ट्याऽऽसप्तत्या द्वादशभिस्तथा । भुजंगैः सह चरित्वा संवत्सरभुगं भवेत् ॥४२॥
बुधज्ञशुक्रजैव्योर्मैन्द्रच्छन्दोभिरंशकैः । भमिश्रैः क्रमशो भान्ति ग्रहाः कालेन कालिना ॥४३॥

Translation of 41: “The Sun moves daily along the ecliptic (krānti-mārga) by 59 minutes and 8 aṅgulas [i.e., 59’8” or approximately 0.9856°]. That is its yearly motion [accumulated over a saṃvatsara].”

Translation of 42: “The Moon moves with 790 minutes and 12 aṅgulas [i.e., 790’12” or approximately 13.176° per day], and having thus moved, its yearly motion is computed [similarly].”

Translation of 43: “Mercury, Jupiter, Venus, and Mars [move with] their respective [daily motions] in aṅgulas—by letters [i.e., word-numerals] indra-chanda [14+26=40 for Mercury], bhami-śra [for Jupiter], etc. The planets shine progressively through time, each in its own season.”

Commentary: वा. भा.—□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□—□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

English: The Sun's daily motion through the zodiac is 60 minutes plus 8 aṅgulas—this is the daily mean motion. By accumulating this over a year, the yearly motion is obtained. The Moon's [daily motion] is 790 minutes plus 12 aṅgulas—this is its daily motion. For Mercury and the others, the mean motions are computed with their respective manda and śīghra motions. The mean positions of these planets must be computed using their yuga-revolutions.

Rules 44–45: Yugabhaga and Ahargana Computation

युगभुक्तिर्हि ग्रहाणां युगसंख्याहृता दिनैः । गतैर्गमिष्यद्भिर्वा तदा मध्यगतिर्भवेत् ॥४४॥ आहर्गणेऽह्नोर्गुणिता भुक्तिर्भचक्रसंस्थितिः । भागलब्धं दिनैर्हृत्वा मध्यमं ग्रहमागतः ॥४५॥

Translation of 44: "The yuga-revolutions of the planets, divided by the number of days in a yuga, whether elapsed or future—that gives the mean motion [per day]."

Translation of 45: "The daily motion [bhakti] multiplied by the number of days [āhargaṇa], positioned in the zodiacal circle, and having divided by the [appropriate] divisors, one arrives at the mean planet."

Commentary: वा. भा.—□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□, □□□□□□□□□□□□□□□□□, □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□

English: The yuga-revolutions are the number of zodiacal revolutions of the planets at the beginning or middle of a yuga. Divided by the days of a yuga, the quotient is the daily mean motion. This multiplied by the āhargaṇa and divided by zodiacal parts [360°], the result is the mean position of the planet in signs, degrees, etc. Having thus computed the mean positions of the Sun, Moon, and star-planets, one may then begin the correction to true positions.

Chapter 2

स्पष्टाधिकारः — Chapter on True Positions

The स्पष्टाधिकार (Spaṣṭādhikāra), the second chapter, treats the computation of the *true positions* (spashta) of the planets. Since the mean planet (madhyama-graha) is not observed in practice, corrections must be applied to obtain the true planet. This chapter spans pages 896–978 of the original edition and includes the famous 24-fold sine table, versed sines, and the manda and śīghra equations for each planet.

2.1 Purpose of Spaṣṭīkaraṇa

Rule 1: The Need for Correction

यस्मान्मध्यतुल्यः प्रतिदिवसं दृश्यते ग्रहो भगणे । तस्मात्तत्कृत्यकरं वक्ष्ये मध्यस्फुटीकरणम् ॥१॥

Translation: "Since the true planet is not seen every day in the zodiac as equal to the mean planet, therefore I shall speak of the operation for correcting the mean to the true [planet]."

Commentary: वा. भा.—□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□—□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □ □ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□, □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□

English: The teacher explains the chapter on true motion. There, he states the purpose of the beginning. Since the true planet is not seen in the zodiac as equal to the mean planet day by day, therefore I shall speak of the correction. [The question is asked:] What is [the need for] correcting the mean? [The answer:] The mean planet is conceived as moving on the orbit-circle (*kakṣā-maṇḍala*), but the actual planet does not move on the orbit-circle with mean motion; rather, revolving on the epicycle (*pratimaṇḍala*) with true motion, it is seen on the orbit-circle. Therefore, by whatever computation the planet on the epicycle becomes equal to [that on] the orbit-circle, that correction I shall speak of.

2.2 The Twenty-Four Sines (ज्यापञ्चविंशतिका)

Rules 2–9: Sine Table in 24 Steps

Brahmagupta gives the 24 sines (क्रमज्या) and 24 versed sines (उत्क्रमज्या) for arcs of $3\frac{3}{4}°$ each, making a complete circle of $90°$. The table below summarizes these values.

षड्बुदग्निसुताग्निरसद्वाद्याडा मुनीन्दुवसुचन्द्राः । इन्दुनवनवचन्द्रा रसतिथियमला रविश्रियमाः ॥२॥
छिद्रेपुजिनाः कृतनवपञ्चयमा नन्दचन्द्रसुनिपक्षाः । दन्ताष्टयमा गुणरामनवयमाः शकद्यमखरामाः
॥३॥ ऋतुनवखयुरणा नवशरचन्द्रयुणाः सप्तशून्ययमदहनाः ॥४॥ द्विजनगुरास्त्रिरसरदाः
खसप्तयमदहनो व्यस्ताः ॥५॥ मुनयोऽष्टयमास्त्रिरसा रुद्रशशाङ्काः समुद्रमुनिचाः ॥६॥
नववेदयमा सुनियुराहुताशना वसुगुणसमुद्राः ॥७॥ रूपेन्द्रियेषवो रसनगर्तवचन्द्रशीतकरवसवः
॥८॥ शरवसुनन्दाः सागररुद्रशशाङ्का नवाडार्कः ॥९॥

2.2.1 Sine Values (क्रमज्या)

No.	Bhūta-saṅkhyā	Value	Name
1	□□□□□□□□□□□ (□+□□=□□)	□□□	Prathama-jyā
2	□□□□□□□□□ (□+□=□□)	□□□	Dvitīya-jyā
3	□□□□□□□□□□ (□+□□=□□)	□□□	Tṛtīya-jyā
4	□□□□□□□□□ (□+□=□)	□□□	Caturtha-jyā
5	□□□□□□□□□□ (□+□=□)	□□□□	Pañcama-jyā
6	□□□□□□□□□□ (□+□+□=□□)	□□□□	Ṣaṣṭha-jyā
7	□□□□□□□□□ (□+□=□)	□□□□	Saptama-jyā
8	□□□□□□□□□ (□□+□=□□)	□□□□	Aṣṭama-jyā
9	□□□□□□□□□□□ (□□+□=□□)	□□□□	Navama-jyā
10	□□□□□□□□□□□□ (□+□=□□)	□□□□	Daśama-jyā
11	□□□□□□□□□□□□□ (□+□+□=□□)	□□□□	Ekādaśa-jyā
12	□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ (□+□+□+□□)	□□□□	Dvādaśa-jyā
13	□□□□□□□□□□□□ (□□+□=□□)	□□□□	Trayodaśa-jyā
14	□□□□□□□□□□□□ (□+□+□=□□)	□□□□	Caturdaśa-jyā
15	□□□□□□□□□□□ (□+□=□□)	□□□□	Pañcadaśa-jyā
16	□□□□□□□□□□□ (□+□+□)	□□□□	Ṣoḍaśa-jyā
17	□□□□□□□□□□□□□□ (□+□+□+□)	□□□□	Saptadaśa-jyā
18	□□□□□□□□□□□□□□□ (□+□+□)	□□□□	Aṣṭādaśa-jyā
19	□□□□□□□□□□□□□□□□□□ (□+□+□)	□□□□	Ekūnaviṃśa-jyā
20	□□□□□□ (□+□)	□□□□	Viṃśa-jyā
21	□□□□□□□□□□□ (□+□+□)	□□□□	Ekaviṃśa-jyā
22	□□□□□□□□—□□□□□□□□□□□□□ (□+□)	□□□□	Dvāviṃśa-jyā
23	□□□□□□□□ (□+□)	□□□□	Trayoviṃśa-jyā
24	□□□□□□□□□□□□ (□□+□)	□□□□	Caturviṃśa-jyā

Commentary: वा. था.—□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□

English: Their diameters are the same only. The ‘sines’ (*jyā*) are as follows: Sanu-yamalā [gives] 214—this is the first sine. Suniya-mavedā [gives] 427—the second. Vasujvalana-ghaṭikāḥ [gives] 638—the third. Rasa-kṛta-vasavaḥ [gives] 846—the fourth. Śaśi-pañca-khendavaḥ [gives] 1051—the fifth. Candra-dara-sūryāḥ [gives] 1251—the sixth. Pañcabu-dagni-navaḥ [gives] 1446—the seventh. Bhūtārni-rasa-yamāḥ [gives] 1635—the eighth. Munīnduvasu-candrāḥ [gives] 1817—the ninth. Indunavana-candaraḥ [gives] 1991—the tenth.

2.3 Arc–Jyā Conversion (चापज्यानयन)

Rules 10–11: Computing Jyā from Arc and Vice Versa

चापैक्यंष्ट्रिंशदंशैर्भक्तं स्यात्त्रिज्यया गुणितम् । क्रमज्यातुल्यमेवं स्यात्ततः सैव व्यवस्थितिः ॥१०॥
क्रमज्याबद्धमिष्टांशैः षष्टिघ्नैस्त्रिज्यया हृतैः । त्यक्त्वा विल□□□ांशकांस्तद्वदेकोनचतुःष्टयात् ॥११॥

Translation of 10: "The sum of the arcs, divided by 225 minutes [3°45'] and multiplied by the trijyā [radius, 3270], becomes equal to the corresponding krama-jyā [tabular sine]. Thus is the established rule."

Translation of 11: "The desired arc [is obtained] from the krama-jyā multiplied by 60 [to convert to minutes] and divided by the trijyā [radius], having rejected the fractional parts; similarly [subtract] from 5400 [for the complementary arc]."

Commentary: वा. भा.—□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ (□□□) □□□□□□□□□□□□□□□□ (□□□□) □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□

2.5 Manda and Śīghra Equations

Rules 41–44: True Motion Computation

The मन्दफल (manda-phala, equation of centre) and शीघ्रफल (śīghra-phala, equation of conjunction) are the two principal corrections applied to obtain the true positions of the planets.

> मन्दकेन्द्रेभुजज्याभिः पातजीविकया गुणाः । कोटिजीवाहृता भक्ता व्यासार्धेन फलं गतिः ॥४१॥ ततः प्रथममल्पं द्वितीयं वा मन्दसंस्कृतात् । मध्यान्मन्दफलादद्याच्छीघ्रभुक्त्याऽथवा पुनः ॥४२॥ मन्दसंस्कृतमादाय शीघ्रभुक्त्याऽथवा पुनः । शीघ्रफलं ततः कुर्यात्त्रैराशिकेन संहितम् ॥४३॥ शीघ्रफलं व्यवस्थाप्य ग्रहस्य स्फुष्टगतिकाः । समानीय ततः कुर्याद्वक्रभुक्तिं विचक्षणः ॥४४॥

Translation of 41: "The bhuja-jyā [sine of anomaly] of the manda-kendra [mean anomaly] is multiplied by the pātajīvikā [epicycle radius] and divided by the koṭijyā [cosine] and the vyāsārdha [radius]; the result is the [manda] equation of motion."

Translation of 42: "Then, having applied the manda correction first or second [as appropriate], one should apply the śīghra motion to the mean [planet corrected] by the manda equation."

Translation of 43: "Taking the [planet] corrected by the manda [equation] and the śīghra motion, one should then compute the śīghra equation by the rule of three."

Translation of 44: "Having determined the śīghra equation and brought together the true motions of the planet, the skilled [astronomer] should then compute the retrograde motion."

Commentary: वि. सा.—□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□) □□□□□□, □□□□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□) □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□, □□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □) □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□□□□) □□□□□□ □□□□□□□□□□□

English: Multiplied by the [tabular] difference of the manda-kendra gati [motion], divided by the prathama-jyā [first sine], whatever is obtained, that multiplied by the true circumference and divided by 360 degrees gives the minutes of motion; in the sakādi-kendra [anomaly from conjunction], [the result] increased or decreased from its own mean motion is the true motion of the planet at that time [for the Sun and Moon].

2.5.1 Manda Correction for Individual Planets (प्रत्येकग्रहमन्दफल)

Rules 45–47: Manda Epicycle Radii and Computation

> मन्दनिचोः सूर्यस्य रविबाणगुणाः कलाः । त्रयस्त्रिंशत्तथा षट् च मन्दपरिधिरुच्यते ॥४५॥ चन्द्रमस्तु शराष्टाभिर्मैत्रेय कलयाऽऽहतः । चत्वारिंशत्तथैकोनं मन्दपरिधिरिष्यते ॥४६॥ भौमस्य षड्विंशतिस्तुङ्गं बुधजीवस्य वींशतिः । भागा मन्दस्य परिधिः सौरस्याष्टोत्तरं शतम् ॥४७॥

Translation of 45: "Of the Sun's manda epicycle, the circumference is 13°40' [ravibāṇa-guṇa = 12×2 = 24 + 13 = 33 minutes, plus 6 = 13°40']. Thus is the manda-paridhi [circumference] stated."

Translation of 46: "The Moon's [manda epicycle], O Maitreya, multiplied by śarāṣṭābhi [6+8=14], is 49° [i.e., 40+9=49 minutes reduction]. The manda-paridhi is thus desired."

Translation of 47: "Mars has 26° [tunga], Mercury and Jupiter 20° [each]; the parts [degrees] of the manda-paridhi of Saturn [saura] is 108° [aṣṭottara-śata]."

Commentary: वा. भा.—□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□°□□'□ □□□□□□□□□ □□°□□'□ □□□□□□ □□°□ □□□□□□□□□ □□°□ □□□□□□□□□□ □□□°□ □□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□

□□□□□□□, □□□□□□□□□□ (□□□□) □□□□□, □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□—□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□, □□□□□□□□□ □□□□□□, □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□

English: The Sun's manda-paridhi is 13°40', the Moon's 31°40', Mars' 26°, Mercury and Jupiter's 20° each, and Saturn's 108°. These manda-paridhis are to be taken as epicycle radii. Multiplied by the bhuja-jyā of the manda-kendra and divided by the trijyā (3270), the results are the manda-phalas. The same applies for motion [computation]—the epicycle radii multiplied by the motion-sine of the manda-kendra and divided by the trijyā give the manda-motion-phalas.

2.5.2 Śīghra Correction and Equations (शीघ्रफलसाधन)

Rules 48–50: Śīghra Epicycle Radii and True Position Computation

शीघ्रपरिधयश्चैते बुधस्य त्रिशतं तथा । भागा द्विसप्ततिस्तुङ्गं शनैश्चरवपुस्तथा ॥४८॥ भौमस्य षट्चत्वारिंशज्जीवस्याष्टोत्तरं शतम् । शुक्रस्य त्रिनवतिर्हि शीघ्रपरिधयः क्रमात् ॥४९॥ मन्दस्फुटात्ततः कुर्याच्छीघ्रसंस्कारमादरात् । शीघ्रकेन्द्रस्य जीवाभ्यां फलं द्विर्विधमुच्यते ॥५०॥

Translation of 48: "And these are the śīghra-paridhis [epicycle circumferences]: Mercury's is 300°, [Mars'] is 72° [tunga], and Saturn's likewise [72°]."

Translation of 49: "Mars' [śīghra-paridhi] is 46°, Jupiter's is 108°, and Venus' is 93°—these are the śīghra-paridhis in order."

Translation of 50: "From the manda-corrected [planet], one should then carefully apply the śīghra correction. The equation [phala] of the śīghra-kendra is spoken of as being of two kinds [bhuja and koṭi]."

Commentary: वा. भा.—□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□°—□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□°□ □□□□□ □□□°□ □□□□□□□□□ □□°□ □□□□ □□°□ □□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□, □□□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□
□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□

English: Mercury and Venus have special rules because they are interior planets. These two, corrected by manda and then by śīghra, become true [positions]. When the śīghra-kendra is between 90° and 270°, the reverse of the manda-sphuṭa is to be done—that is, if the manda-phala is positive [dhana], it becomes negative [ṛṇa], and if negative, it becomes positive. This is due to the separate revolution of the interior planet from its orbit-circle. The gati [motion] to be observed is then the true motion, to be computed with care.

2.5.4 Geometric Construction of the Epicycle (प्रतिमण्डलोपपत्ति)

Rules 53–54: The Epicycle Geometry and Proof

कक्ष्यामण्डलमध्यस्थः प्रतिमण्डलमण्डलम् । भ्रमति ग्रहः सदा तत्र नीचोच्चरेखानुसारिणी ॥५३॥
मन्दकेन्द्रस्य कोटिज्यात्रिज्यायुक्त्या हृते फले । कर्णः स्यात्तत्फलं भक्तं व्यासार्धेन तु मन्दतः ॥५४॥

Translation of 53: "The planet, situated in the center of the orbit-circle, always revolves on the epicycle-circle [pratimaṇḍala] following the line of apsides [nīcocca-rekhā]."

Translation of 54: "The koṭi-jyā of the manda-kendra added to the trijyā and divided [into the product] gives the kārṇa [hypotenuse]; the equation result divided by that and multiplied by the vyāsārdha [radius] gives the manda-phala."

Commentary: वा. भा.—□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ (□□□□□□□) □□□□□□□□□□ (□□□□) □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

English: The planet, situated at the center of the orbit-circle, revolves thereafter on the epicycle. This epicycle is located at the extremity of the apsidal line. The koṭi-jyā (cosine) of the manda-kendra is added to the trijyā (3270). This is done similarly for computing the kārṇa (hypotenuse). After obtaining the kārṇa, [the bhuja-jyā] multiplied [by the epicycle radius] and divided by the trijyā gives the manda-phala. This koṭi-kārṇa method yields more precise results.

2.5.5 Retrograde Motion (वक्रगतिसाधन)

Rules 55–56: Computation of Retrogression

शीघ्रफलोदये ग्रह्यो वक्रभुक्तिर्विचक्षणैः । शीघ्रस्योदयतः पूर्वं पश्चाद्वक्रो ग्रहो भवेत् ॥५५॥ मन्दस्फुटात्
शीघ्रफलं विश्लेषयति यद् द्विज । तद्वक्रतायाः सूचकं ग्रहस्यानीयतां पुनः ॥५६॥

Translation of 55: "The retrograde motion is to be computed by the wise when the śīghra-phala rises [becomes significant]. Before the rise of the śīghra [correction], the planet becomes retrograde."

Translation of 56: "The śīghra-phala, when subtracted from the manda-sphuṭa, O twice-born [brāhmaṇa], indicates the retrogression of the planet, bringing it back to a lower position."

Commentary: वा. भा.—□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□° □□ □□□° □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□—□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□

English: Retrograde motion is to be carefully computed at the time when the śīghra-phala rises. When the śīghra-kendra is between 90° and 270°, the planet becomes retrograde. When the śīghra-phala is subtracted from the manda-sphuṭa, the result indicates the amount of retrogression. Due to the magnitude of the śīghra-phala, the planet moves backward—this is retrogression [vakratā]. When the śīghra-kendra changes again, the planet regains its normal [forward] motion.

2.6 The Chapter Conclusion

Epilogue to the Spaṣṭādhikāra

इति ब्राह्मस्फुटसिद्धान्ते स्पष्टाधिकारः द्वितीयः ॥

Translation: "Thus [ends] the second chapter, the Spaṣṭādhikāra, in the Brāhmasphuṭasiddhānta."

[End of Madhyamādhikāra and beginning of Spaṣṭādhikāra. The chapter covers mean motions of all planets, day computation, desāntara (longitude correction), yugādi calculations, planetary mean longitudes with daily and yearly motions, yugabhaga and ahargana computation, the 24-fold sine table, arc-jyā and jyā-arc conversion, versed sines (utkrama-jyā), manda and śīghra equations with epicycle radii for each planet, geometric proofs (upapatti) of the epicycle model, special rules for Mercury and Venus as interior planets, and retrograde motion (vakribhava) across pages 839–978 of the original edition.]

Appendix A

Editorial Notes

A.1 About this Edition

This typeset edition reproduces the Sanskrit text of Brahmagupta's *Brāhmasphuṭasiddhānta* as found in the critical edition (pages 839–978). The text includes:

- The complete मध्यमाधिकार (Madhyamādhikāra), Chapter 1 on mean planetary motions, with full Sanskrit text and English commentary
- The beginning of the स्पष्टाधिकार (Spaṣṭādhikāra), Chapter 2 on true positions, including:
  - The 24-fold sine table (ज्यापञ्चविंशतिका)
  - Versed sine tables (उत्क्रमज्या)
  - Arc-jyā and jyā-arc conversion rules
  - Planetary mean longitudes (मध्यमग्रहसाधन) with daily and yearly motions
  - Yugabhāga and āhargaṇa computation
  - Manda and śīghra equations with epicycle radii for all planets
  - Geometric proofs (उपपत्ति) of the epicycle model
  - Special corrections for Mercury, Venus, Mars, Jupiter, and Saturn
  - Retrograde motion (वक्रगति) computation

A.2 Notable Mathematical Content

1. **Sine tables:** The 24 sines given by Brahmagupta are notable for their precision. The values use the bhūta-saṅkhyā (word-numeral) system where each number is encoded in poetic words. The maximum sine value of 3270 corresponds to a radius (*vyāsārdha*) of 3270 minutes, which is Brahmagupta's standard trigonometric radius.

2. **Longitude correction (deśāntara):** The formula for computing longitude differences uses the relationship between terrestrial circumference (5000 yojanas), latitude difference, and the resulting time correction.

3. **Planetary equations:** The manda and śīghra equations represent sophisticated epicyclic theory, with different epicycle sizes for each planet. Manda-paridhis range from 13°40' (Sun) to 108° (Saturn), while śīghra-paridhis vary from 46° (Mars) to 300° (Mercury).

4. **Geometric proofs (upapatti):** The commentary includes detailed geometric justifications using trigonometric relationships in the epicycle model, including koṭi-kārṇa methods for precise computation.

5. **Retrograde motion (vakratā):** Brahmagupta provides explicit rules for computing retrogression when the śīghra-kendra lies between 90° and 270°, with special sign-reversal rules for the interior planets Mercury and Venus.

6. **Mean motion computation:** The text gives systematic algorithms for computing mean planetary positions from yuga-parameters, including daily and yearly motion accumulation and āhargaṇa-based position finding.

7. **Bhūta-saṅkhyā system:** Brahmagupta's use of word-numerals (e.g., □□□□□□□□□□□ = 6+14 = 20, giving the first sine as 214) represents a sophisticated mnemonic encoding of mathematical data in verse form.

A.3 Technical Notes on Typesetting

This document was typeset using:

- **Engine:** XeLaTeX with full Unicode support
- **Devanagari font:** Noto Serif Devanagari
- **English font:** Noto Serif
- **Source:** Scanned pages 839–978 of the Brahmasphutasiddhanta Part 2 edition (1966)
- **Hindi commentary:** Removed; Sanskrit text retained with English translations

---

End of Part 2, Chunk 1 (Pages 839–978)

स्पष्टादिकारः

श्लोक ४८--४९
अत्रोपपत्तिः
गणित विवेचन
श्लोक ५०--५१
उपपत्तिः
मध्यमागमः — ग्रहाणां मध्यमानयनम्
मन्दस्पष्टीकरणम् — परमफलनयनम्
त्रिप्रश्नाधिकारः

श्लोक ५४--५५
श्लोक ५६--५७
उपपत्तिः
इदानीं पञ्चजयानयनमाह
श्लोक ६२--६३
श्लोक ६४--६५
श्लोक ६६--६७
इदानीं लम्बनाध्यायमाह
उपपत्तिः
इदानीं छायाकरणीवाह
इदानीं प्रकारान्तरेण छायाकरणी शङ्कु वाह
इदानीं प्रकारान्तरेणोत्कलां नतकालं वाह
प्रथमं विषुवत्कर्मुक्ता लम्बाक्षज्योतार्नयनमाह
पुनः प्रकारान्तरेण लम्बाक्षज्ये व्रूते
अत्रोपपत्तिः
पुनः प्रकारान्तरेण छायाकर्णी शङ्कु वाह
इदानीं नतकालानयनमाह
अत्रोपपत्तिः
इदानीं प्रकारान्तरेण छायाकरणी शङ्कु वाह
इदानीं नतकालानयनमाह
गोलयन्त्रम् — खगोलयन्त्रनिर्माणम्
प्राणगणितम् — दिगंशानयनम्
इदानीं मध्यच्छायानयनमाह
उपपत्तिः
यम्योत्तरगतः
महापातः — चान्द्रमासनिर्माणम्
क्रान्तिः — अयनांशकल्पनम्
इदानीं सममण्डलक्षिणिबन्धनमाह
क्षितिज्या
पुनः प्रकारान्तरेण लम्बाक्षज्ये व्रूते
अत्रोपपत्तिः
पुनः प्रकारान्तरेण छायाकरणी शङ्कु वाह
इदानीं नतकालानयनमाह
रविचन्द्रान्तराशिः
अत्रोपपत्तिः

लग्ननयनम् — उदयराशिसाधनम्
इदानीमुदयास्तमयमाह
गणितीय सूत्र और उपपत्तयः

शीघ्रस्पष्टीकरणसूत्रम्
ज्योत्पत्तिः — त्रिकोणमितीय ज्यापटलनिर्माणम्
छायाकरणीसूत्रम्
गौरीगुप्ता — द्वितीयान्तरकल्पना
लम्बाक्षज्यासूत्रम्
नतकालानयनसूत्रम्
क्रान्तिज्यानयनसूत्रम्
पाटीगणितम् — चतुर्विंशतिपरिकर्माणि
चन्द्रसूर्यगणितम् — तिथियोगनक्षत्रानयनम्
गोलानयनम् — भारतीययवनक्रमः
चन्द्रग्रहणाधिकारः

श्लोक ७०--७१
अत्रोपपत्तिः
श्लोक ७२--७३
श्लोक ७४--७५
श्लोक ७६--७७
ग्रहणसूत्राणि
ग्रहणानयनम्
ग्रहणमध्यम्
सूर्यग्रहणम् — रविग्रहणानयनम्
लम्बनम् — देशान्तरलम्बनानयनम्
ग्रहणस्पर्श-मोक्षयोः

स्पष्टादिकारः

श्लोक ४८--४९

वा भवतीत्यर्थः। पादे शीघ्रकेन□□मर्धकं तदतीतस्य प्रथ वक्रानुवक्रकेंद्रमर्धक-
मतस्तस्यैव वक्रानुवक्रदिनं ज्ञात्वा सकृद्ग्रहः स्पष्टः कार्यस्तदर्धयोःशीघ्रकेंद्रवक्रानु-
वक्रो निक्षिप्याविति प्रत्यय वासना। मध्याच्छीघ्रनीचोच्चवृत्तमध्य यावदूर्ध्वं
कोटिः परमफलज्यातुल्यं शीघ्रनीचोच्चवृत्तमध्यमार्धे भुजा। पूर्वापरेया वा तयो-
र्गुणितं मूलं त्रयंककर्णः परमफलज्या प्रोक्ता मध्य यावतस्य कर्णस्य शीघ्रनीचोच्च-
वृत्ताशालाकायाःचान्नरे यावच्छीघ्रनीचोच्चवृत्तसूर्याद्येन प्रमिति प्रतिमण्डलपरिधौ
स च तत्र प्रदेशे परच्छादग्छन्नुत्सन्नते। तस्माद्दुर्न्नने सर्वं गोले दर्शयेत्। **॥४८--४९॥**

वि. भा.—प्रत्येकटिमार्गपुमनुर्मीरित्यादिपञ्चशीघ्रकेंद्रांशौभौमादिद्वयंहरणां
वक्रं भवेद्यदिरचितैस्तैः शीघ्रकेंद्रांशैस्तेषां वक्रारम्भौ भवति, तद्धितैश्चक्रांशो
३६०□अनुवक्रमध्यमगैरमः। मन्दफलस्पष्टमुक्तिः (मन्दस्पष्टागतिः) तदुग्ना
(तद्धिता) शीघ्रमुक्तिः (शीघ्रस्पष्टिः) शीघ्रकेंद्रगतिर्भवति तथा तदधिकोन-
मागकलामकालस्तथा गतेन दिवसा भवति, शीघ्रात्यकेंद्रभागैरसकृद्धिना-
उच्चैःपकर्माणां स्थिरो भूतः क□□□□□ांशैरिति ॥४८--४९॥

अत्रोपपत्तिः

अथ शीघ्र—स्पष्टं = स्पष्टिः, यदा च शीघ्र < स्पष्टं तदा विलोम-
शोधनेन वक्रा गतिर्भवितुमर्हति, परमेव क□□□ स्थितिरिति विचारयते, फलाश्रया-
कृतंरविच्चजनीभ्रियादिमासकरेःप्रकारेण

$$\frac{\text{फलोज्या} \times \text{शीघ्रो}}{\text{शीघ्रो}} = \text{स्पष्टः}$$

एतत्त्वरूपदर्शनेन सिद्धयति यत्र फलकोटिज्यायाः परमत्वं शीघ्रकर्णौ च परमात्पत्वं
भवेतत्त्वैव स्पष्टकेंद्रगतः परमाणिकत्वं भवितुमर्हति, नीचरथाने फलभावा-
त्फलकोटिज्यायाः परमत्वं भवति, कर्णस्य परमात्पत्वमपि तत्र भवयतो
नीचस्थान एव स्पष्टकेंद्रगतः पराधिक्यं भवितुमर्हति तेन शीघ्र < स्पष्टं तस्य
सम्भावना नीचरथाने एव भवेद्यादित्त्वैव प्रोक्ता वक्रगतिका भवति, परन्तु वक्रगति-
वारम्मस्तु ततः (नीचात्) पूर्वं एव भवितुमहत्यतः कियन्मते शीघ्रकेंद्रांशो
वक्रारम्भो भवतीति विचायते ॥

गणित विवेचन

कल्प्यते वक्रारम्भकालिककेंद्रकोटिज्यामानं = य

फलांशाकृतंरविच्चजनीभ्रौ द्वाकेंद्रमुक्तिरित्यादिमासकरोत्क्या

फलोज्या = कर्णो/कर्णो = स्पष्टः, नीचस्थानस्य कन्यादिकेंद्रं विभ्रमानत्वात् कन्यादि-

$$\text{केंद्रकर्णः} = \sqrt{\text{त्रि}^2 + \text{मफलोज्या}^2 - 2 \cdot \text{मफलोज्या} \times \text{य}}$$

तथा द्वाकेंद्रकोटिमैन्यन्त्य-

श्लोक ५०--५१

मार्गनियमरचैपलक्षा यन्त्राभियोगातिशयाच्च तस्मादुपपन्नं कक्षामण्डलादिषु
विन्यस्तेन एते बोधायास्तमयभागा अविभक्ते, ग्रहे विभक्ते मण्डलवरागृदुर्घटते,
तद्दुःखमुद्यास्तमदण्डायो भविष्यतीति ॥५०--५१॥

प्रयुग्ना बुधशुक्रयोर्दयास्तर्यपरिक्षानार्थमायातिमाह। शीघ्रात्यकेंद्रमार्गो-
रित्यनुवर्तन्ते खराः ५० एतावद्बुधः सवितःशीघ्रकेंद्रमार्गैर्बुधस्य परचात् उदयो भवति,
जिनः २४ एतावद्बुधः शुक्रयोदयपरचात् इष्टतिथिमः १५५ एतावद्बुधरव
शीघ्रात्यकेंद्रमार्गः परचादस्तमयो बुधस्य मुनिनगेंदुभिः १७७ एतावद्बुधः परचात्, शुक्रस्य-
स्तमयः उदयास्तमयो व्यस्तो मण्डलमार्गैस्तदुग्नः प्राक् ॥५२--५३॥

उपपत्तिः

बक्र-कतिवक्र-प्रतिवक्र इन सबों के नाम फलार्थ संहिताकार ने जो रखे हैं उसी तरह समझने चाहिए, दिग्यर्थीबुद्धिद मे लल्लाचार्य आचार्यकतानुसार ही कहते हैं जैसे 'मध्य-स्पष्टान्तरखलेन चलात् इत्यादि' संहितोपपत्ति में लिखा गया है, सिद्धान्तशेखर में शीघ्रो-च्चात् स्पष्टमध्यमहाविरदत् इत्यादि' संस्कृतोपपत्तिमें लिखित पद से श्रीपति 'बृहस्पतिसुत भौर लल्लाचार्योक्त के मनुकूल ही कहते हैं। ग्रन्थविदानयन सुगम ही है इति ॥५०--५१॥

मध्यमागमः — ग्रहाणां मध्यमानयनम्

भचक्रभागान् प्रथमं दिनैर्हत्वा भागलब्धिकाम्
कल्पे युगे वाथ विभजेत् तैः स्यात् स पूरकः क्षेपः ॥१२॥
स पूरकः क्षेपो गतदिनैर्गुणितो रविवत्सरैः
हृतः स मध्यभुक्तिः स्यात् तद्युक्तं मध्यमं ग्रहस्य ॥१३॥

वा. भा.—भचक्रभागान् द्वादशराशिभागान् अर्थात् ४३२०० भागान् प्रथमं दिनैः
गुणित्वा रविवत्सरैः १५७७९१७८२८० विभजेत्। ततो लब्धिः पूरकः क्षेपः स्यात्।
स एव पूरकक्षेपो गतदिनैर्गुणितो रविवत्सरैर्हृतः स मध्यभुक्तिः स्यात्।
सा मध्यभुक्तिः पूर्वमध्यमे युक्ता वा शोधिता वा ग्रहस्य मध्यमं स्यात् ॥१२--१३॥

मन्दोच्चं शीघ्रच्चं च युगपूरकक्षेपभक्तं तैः
गतदिनैर्गुणितं तत् स्यात् मन्दोच्चं शीघ्रोच्चं वा ॥१४॥
तत् स्यात् मन्दोच्चं शीघ्रोच्चं वा युगीयात् पूर्वमन्दोच्चात्
शीघ्रोच्चाद्वा युतं वा शुद्धं वा मन्दशीघ्रोच्चं स्यात् ॥१५॥

वा. भा.—मन्दोच्चं शीघ्रोच्चं च गतदिनैर्गुणितं युगपूरकक्षेपभक्तं स्यात्।
तत् पूर्वमन्दोच्चाद्वा शीघ्रोच्चाद्वा युक्तं शुद्धं वा कृत्वा मन्दोच्चं शीघ्रोच्चं
वा स्यात्। एवं ग्रहस्य मध्यमं मन्दोच्चं शीघ्रोच्चं च ज्ञात्वा स्पष्टीकरणस्य
आधारः सिद्ध्यति ॥१४--१५॥

मन्दस्पष्टीकरणम् — परमफलनयनम्

मन्दकेनापक्रान्तं मन्दफलं तत् परमं ग्रहस्य
ज्यार्धेन हृत्वा लब्धं तत् परमं फलं ग्रहस्य ॥१६॥
मन्दफलज्यया हत्वा परमफलज्यां तु यल्लब्धम्
तत् परमं फलं स्यात् तेन मन्दस्पष्टः स ग्रहः ॥१७॥

वा. भा.—मन्दकेन दोःकोट्योः कृतिभ्यां पदं मन्दकर्णः। तस्य मन्दज्या हत्वा त्रिज्यां विभज्य मन्दफलं लभ्यते। तत् परमं फलं ग्रहस्य मध्यमात् शोधयित्वा योजयित्वा वा मन्दस्पष्टः स ग्रहः स्यात् ॥१६--१७॥

त्रिप्रश्नाधिकारः

श्लोक ५४--५५

इदानीं कुजादिद्व्यहरणामुदयास्तकेंद्रांशानाम्
षष्ट्यंशः २८ कृतचक्रे १४ मुनिनगेंदुभिः १७ भौमजीवरविबुधानाम्
उदयः प्रागस्तमयस्तदुच्चकांशाः पश्चात् ॥५४॥
स्वारे ५० जिने २४ क्ष सितयोरिष्टतिथिमि १५५ मुनिनगेंदुभिः १७७ पश्चात्
उदयास्तमयो व्यस्तो मण्डलमार्गैस्तदुग्नः प्राक् ॥५५॥

वा. भा.—शीघ्रात्यकेंद्रमार्गरत्यमौमीमस्य प्रागुदयो भवति २८ स्वातीशी-केंद्रमार्गैः कृतचक्रे १४ जीवस्य प्रागुदयो भवति, स्वातीघ्रकेंद्रमार्गैर्मुनिनगेंदुभिः १७ शनैश्चरस्यो भवति। प्रागस्तमयास्तु परचाद्दृश्यति। चक्रांशैस्ते उन्नतदुग्नाः यथा स्वोदयमार्गैःस्नाच्च कर्कांशाका ये विशेषा भवतीत्यर्थः। चक्रांशाकाः प्रसिद्धा एव तथाऽपि भौमस्यास्तमयशीघ्रकेंद्रभागाः ३३२ जूतो ३८५, शनैः ३५३, सवितुः/बुधस्य-स्तकेंद्राद्यैः, राश्यादिकानि। भो। उ। २८ जौ उ। १४ धा उ। १७ शौ १५५ भो १७७ भो ॥ उ । २८ जौ उ । १४ धा उ । १७ शौ मौ ११८६ रा मा १११३।

श्लोक ५६--५७

भ्रात्रातीतानां ग्रहाणां दर्शने प्राप्नोत्। तद्धि-कोनां भागकला मन्दफलस्पष्टयुक्तयुक्षीघ्रयुक्या। हृता दिवसा इति न्यायेनोप-पत्तिः। तथाऽपि रविकक्षया सर्वथा स्पष्टत्वातिमद्धंले नीचोच्चवृत्तमध्ये भ्रमति। ततो यदा परमे प्रतिमण्डलोन्नतप्रदेशे ग्रहः स्थितो भवति तदा समापेक्षं क्षोभो भवति समरव रविरत्र एव सूर्यस्तदा ग्रहो नोपलभ्यते। मनाऽपि रविकिंरव्य-परिहृतिर्भवतत्ते यथा-यथा ग्रहोदयस्तमयोर्दृश्यतां प्रथममेवोदयं यान्ति ततः शीघ्रात्यादर्कस्यास्तमयेऽपि परिवर्त्यं शीघ्रमार्गेणाकः पुनरुप्तं ह्रासमभ्येति पश्च-मादिर्मावात्। अतएवास्तमयोदं ग्रह उपलभ्यते। उदयास्तमयो यदा भवतो

उपपत्तिः

बक्र-कतिवक्र-प्रतिवक्र इन सबों के नाम फलार्थ संहिताकार ने जो रखे हैं उसी तरह समझने चाहिए, दिग्यर्थीबुद्धिद मे लल्लाचार्य आचार्यकतानुसार ही कहते हैं जैसे 'मध्य-स्पष्टान्तरखलेन चलात् इत्यादि' संहितोपपत्ति में लिखा गया है, सिद्धान्तशेखर में शीघ्रो-च्चात् स्पष्टमध्यमहाविरदत् इत्यादि' संस्कृतोपपत्तिमें लिखित पद से श्रीपति 'बृहस्पतिसुत भौर लल्लाचार्योक्त के मनुकूल ही कहते हैं। ग्रन्थविदानयन सुगम ही है इति ॥५६--५७॥

इदानीं पञ्चजयानयनमाह

जिनमागज्यागुणिता सूर्यज्या व्यासदलहृता लब्धम्
इष्टक्रमजीवा विषुवद्दृर्द्धिविरणा सवितुः ॥५८॥

इष्टक्रमभागे त्रिज्यावर्गाद्ध्रोत्वं शेषपदम्
विषुवद्दृर्द्धिविरणात् स्वाहोरात्राद्विवस्कमः ॥५९॥

क्रान्तिज्या विषुवच्छायया गुणा द्वादशोद्धृता स्थितिजा।
स्वाहोरात्रनुष्टा व्यासार्धेनाहता मता ॥६०॥

स्वाहोरात्रार्धेन सम्बुद्धिज्याचनुष्करप्रमाणः।
ते पृथक्ता विच्छिन्ना विच्छिन्ना नागिका शुष्का ॥६१॥

वा. भा.—अत्र सूर्यग्रहणं सूर्यछायालक्षणार्थं तेनायमर्थः जिनसंख्यामागाः जिनसंख्यामागाश्चतुर्विंशतिमागाः इत्यर्थः। तेभ्यो या ज्या तया गुणिता नवरद-केंद्ररिति यावत् १३२५ कासौ सूर्यज्या इष्टकालिकस्पष्टग्रहज्योर्यर्थः, सा जिन-मागज्या गुणिता सती व्यासदलहृता कार्या। ततो यल्लब्धं सापक्रमज्या भवतिष्ट-कालिका सवितुरस्य वा ग्रहदैज्यां जिनज्यागुणिता सती व्यासदलहृता कार्या। ततो यल्लब्धं सापक्रमज्या भवतीष्टकालिका सवितुरस्य वा ग्रहदैज्यां द्वा कृता तस्यैर्यर्थः सा च विषुवदूतैरेण दक्षिणेन च भवति, मध्यस्पष्टादिषु ग्रहे यथा-सूयं सेव स्पष्टा क्रान्तिज्या भवति, चन्द्रादीनां पुनरपि कृता स्वविषेषयुताविपुता

श्लोक ६२--६३

द्वादशांशोनतं जीवा कार्याः ताश्च भूतादिनगमनानां १३२५
दुःखयदनाख्यमा १८६३ मिथुनस्य वमनिरदा ३०३० अनः सवातीतानां प्राप्य-दुर्बलतीर्थाः। जिनमागज्यागुणानां सूर्यज्योत्नियमेन पुमनु क्षोणिज्या कार्या ताश्च मैथुनं वैद्यमठद्विकलमाधात् ६६□३०' बुधस्य छद्धरभवाः १९□५९ मिथुनस्य नवरदचक्रा १३□३०। एनाभिरेव प्राप्तवत्। स्वातीतग्रहाणां त्रिज्याकर्मवर्षो-च्चयाख्याया गुणोत्कयादिना प्राप्तवत्। तद्वेव विषु-
वच्छायाया कार्या। ताश्च स्वातीत विज्ञेय स्वदेशज्याचरदलसंस्कृतां पुमनु प्राणा भवन्ति।

श्लोक ६४--६५

तदानीं मेषादिनगानां चरखण्डयाथनमाह

मेषकूर्पंमिथुनानां जीवा कार्याः ताश्च भूतादिनगमनानां १३२५
दुःखयदनाख्यमा १८६३ मिथुनस्य वमनिरदा ३०३० अनः सवातीतानां प्राप्य-दुर्बलतीर्थाः प्राप्तवत् ॥६४॥

मेषकूर्पंमिथुनानां त एव क्षेत्रा कर्कीसहकन्यानामथ क्षेत्रा तुलाद्विश्चक-

घटयो मकरकुम्भमीनानामथवाम्ना। त्वकाल्यां स्वाहोरात्रनुतानि
विनस्य प्रदर्शयेत, स्पष्टाद्यध्याय एव चरदलानयने मया प्रदर्शितानि विदुषामपि
प्रदर्शयेते स्वदेशे। यद् क्षिति स्वाहोरात्रनुते क्षितिज्योच्छाययोरन्तरे प्राणाः
यदेव लग्नाकारबुद्धिरस्य तदन्तरकालं पृच्छतीति।

मेषकूर्पंमिथुनानां त एव क्षेत्रा कर्कीसहकन्यानामथ क्षेत्रा तुलाद्विश्चक-
घटयो मकरकुम्भमीनानामथवाम्ना। त्वकाल्यां स्वाहोरात्रनुतानि
विनस्य प्रदर्शयेत, स्पष्टाद्यध्याय एव चरदलानयने मया प्रदर्शितानि विदुषामपि
प्रदर्शयेते स्वदेशे। यद् क्षिति स्वाहोरात्रनुते क्षितिज्योच्छाययोरन्तरे प्राणाः
यदेव लग्नाकारबुद्धिरस्य तदन्तरकालं पृच्छतीति।

श्लोक ६६--६७

क्षेपकूर्मंमिथुनानां त एव क्षेत्रा कर्कीसहकन्यानामथ क्षेत्रा तुलाद्विश्चक-
घटयो मकरकुम्भमीनानामथवाम्ना। त्वकाल्यां स्वाहोरात्रनुतानि
विनस्य प्रदर्शयेत, स्पष्टाद्यध्याय एव चरदलानयने मया प्रदर्शितानि विदुषामपि
प्रदर्शयेते स्वदेशे। यद् क्षिति स्वाहोरात्रनुते क्षितिज्योच्छाययोरन्तरे प्राणाः
यदेव लग्नाकारबुद्धिरस्य तदन्तरकालं पृच्छतीति ॥६६--६७॥

ततो यदा परमे प्रतिमण्डलोन्नतप्रदेशे ग्रहः स्थितो भवति तदा समापेक्षं क्षोभो
भवति समरव रविरत्र एव सूर्यस्तदा ग्रहो नोपलभ्यते। मनाऽपि रविकिंरव्य-
परिहृतिर्भवतत्ते यथा-यथा ग्रहोदयस्तमयोर्दृश्यतां प्रथममेवोदयं यान्ति ततः
शीघ्रात्यादर्कस्यास्तमयेऽपि परिवर्त्यं शीघ्रमार्गेणाकः पुनरुप्तं ह्रासमभ्येति पश्च-
मादिर्मावात्। अतएवास्तमयोदं ग्रह उपलभ्यते। उदयास्तमयो यदा भवतो

इदानीं लम्बनाध्यायमाह

राश्यर्कादिभिर्मूलं लब्धं भवेत्। परन्तु राशीनां स्फुटत्वातुदयासवः स्फुटा भवन्त्
स्वदेशोदयानवदोषेन लग्ननयनं नवः प्राचीनः सूतमध्यतस्तल्लग्नायं न समो-
चीनं तत् एव सिद्धान्तशिरोमण्योरुपपन्ना बालदेवगासिनरा सूद्धं लग्ननयनं
हृतं पर तद्धि समोचीन नासीन्। म. म. पण्डित सुखारदिवेदिना तत्पदं
हृतम्। □□आकाशमध्यविषुवा-ज्वलत्रकुर्यादिष्टे दिवाकरमपकमकोटिमागात्।
यष्टे जिनरिजगुरुं विषुवार्कं च स्वाङ्काद्युहोर्दिनभागमितं क्षेत्रं। मेषादि-
मुद्गलगते प्रकल्प्यस्याख्यो मुञ्जानयो मुञ्जागरयोः। युक्तिं सायनलग्नमानं
भवेस्पष्टं गोलविदां बुधानामिलयेन सूद्धं लग्ननयनं च क्तमस्ति, प्राचीनः सूर्य
सिद्धान्तकारादिमान्यरयारविन एव लग्ननयनं हृतमित्यपि तेषां दोषः,
पण्डितः प्रकारेण्यादुग्रं लग्ननयनं हृतमस्ति, तज्ञानार्थं मदीय 'लग्ननयनम्'
पुस्तकमबलोकनीय सति ॥१८--१९--२०॥

अथ स्वदेश में लग्नानयन को कहते हैं।

हिं. भा.—रवि को तात्कालिक करके उनकी राशिस्थैयकला को स्वोदयात् (जिस राशि में रवि है, उसके स्वदेशोदयात्) से गुणा कर राशिकला से भाग देने से जो क्षणात्मक लंब हो उसको इष्टकालात् में से घटा देना, राशि के भौग्यांश को रवि में जोड़कर लोपात् में क्रम से जितने राश्युदयात् घटे उतनी राशि सूर्य में जोड़ देना, शेष को तीस से गुणा कर मधुदोय (जिस राशि का उदयात् मान नहीं घटा है उससे) से भाग देकर जो श्रादिक लंब हो उसको रवि में जोड़ देना ऐसा करने से लग्न होता है इति ॥१८--१९--२०॥

उपपत्तिः

उदयक्षितिज में क्रान्तिगुप्त का जो बिन्दु लगा है अर्थात् उदयक्षितिज और क्रान्तिगुप्त का सम्पात बिन्दु लग्न है, जिस राशि में तात्कालिक रवि है उस राशि की भौग्यकला से अनुपात करते हैं यदि राशिकला में उस राशि के स्वोदायुग्मान पाते हैं तो रवि भौग्यकला में क्या इससे रवि का भौग्यात् प्रमाण प्राता है, इसको इष्टकालात् (रविभौदायात्, लग्नभूतात् और रविलम्बनात्रालोदयात्स्यों के योग) में से घटा देना तब जो शेष रहे उसमें जितने राश्य-दयात् घटे उन्हें घटा देना। शेष से अनुपात 'यदि मधुदराश्युदयात् में तीस भाग पाते हैं तो मेधात् में क्या' से जो श्रादिक फल प्राता है उसमें मेषादि से मधुद राशि से अन्यवर्धित पूर्व राशितक राशि संख्या जोड़ने से लग्न होता है। परन्तु राशियों के स्फुटत्व के कारण उनका उदयमान भी स्फुट होता है, सब प्राचीनाचार्यों ने स्फुट राश्युदयमान ही के वच् से लग्न-नयन किया है इसीलिए बहु ठीक नहीं है, अतः सिद्धान्त शिरोमणि को टिप्पणी में संयोक्तक (आमूदेव शास्त्री) ने शुद्ध लग्ननयन किया है। लेकिन बहु भी ठीक नहीं है, महामहोपाध्याय पण्डित सुखाकर द्विवेदी ने उसका सुधार किया है। और 'आकाशमध्य विषुवाखलत्रकुर्यादृष्टे'

इदानीं छायाकरणीवाह

हृज्या द्वादशगुणिता विभाजिता शङ्कुना फलं छाया।
व्यासार्धं छेदहतं विषुवत्कर्णहृतं कर्णः ॥२८॥

विषुवत्कर्णगुणायामा व्यासार्धकृतिः फलं सौम्ये।
मयुखद्विज्याहीनं युक्तं याम्ये धनुष्करप्रमाणः ॥२९॥

सौम्ये युतं विहीनं याम्ये प्रागपरयोः प्राणाः ॥३०॥

भ्रष्टो गतविशेषाः फलमत्याया विशेष शेषस्य।
धनुःरविकर्मजीवार्धिः पूर्वापरयोर्नतप्राणाः ॥३१॥

वा. भा.—यस्यक्षायाया दिनगतिशेषानयनमिष्यते तस्यक्षायायाः छाया-कर्णां कृत्वा तेन स्वाहोरात्राद् गुण्येत्। ततस्तेन स्वाहोरात्रार्धेन छायाकर्णहृतेन मताया कृता व्यासार्धकृतिः कि मृत्या विषुवत्कर्णगुणायामाः फलं ज्या भवति। सफलं सौम्ये गोले छायुबुद्धिज्याहीनं याम्ये तथैव युक्तं कृत्वा यद्भवति। तस्य धनुः क्षेत्राणां कार्यस्तदनुस्तद्द्वैध्वंसिकचरदलप्राणौः सौम्ये गोलेषु युतं याम्येहीनं कृत्वा प्रागपरयोः प्राणा भवति। भ्रष्टो गतविशेष यथासङ्ख्यमुत्तरगोले छायुबुद्धिज्या कलां गच्छति। तद्दिशिशोधनेन युच्चायां तच्चरदलाद्विशोध्य गता शेषा प्राणा भवन्ति एवमुत्तकालान्तयनं फलमत्यायामपि विशेष यत्फल-शेषं किंचित्। तद्दिशाया विशेष शेषस्यैकमज्याखं धनुः कार्यं तत्र या लिप्ताः तेन प्राणा नता भवन्ति। अथ फलेज्याया विशेष व्यासार्धमितिक्षेत्रविवरिष्यते।

इदानीं प्रकारान्तरेण छायाकरणी शङ्कु वाह

व्यासार्ध कृतिं हृता विषुवत्कर्णेन या भवेत् कर्णः।
लम्बगुणो वा घातः शङ्कुकृतिसार्धकृतिभक्तः ॥३२॥

घातो वा शङ्कुगुणक्रियया विषुवत्कर्णेन विभुक्तः शङ्कुः।
कर्णकृतिः संशोध्य द्वादशभागे पदं छाया ॥३३॥

वा. भा.—क्षेत्रेण वासना मूर्धन्यैकपरिच्छेदेनैराशिकनयं मतया प्रकल्पिता। तथापि यदि छायाकार्णस्य द्वादशाकुस्तलयासाक्षेत्रस्य कः शङ्कुरिति फलं बृहच्छङ्कुः ततो यदि लम्बकोटेज्यामार्गकर्णः तदस्य यां शङ्कुटेः कृतां दक्षिणोत्तर-

गतिहीनो गुप्ते फलं छेदः तद्द्वितीयं नैराशिकं यदि विषुवन्मध्यां याम्योत्तरमण्डलगता यावल्लब्ध-कोटिं व्यासार्धकर्णं तद्दिशङ्कुकोटिज्यामियोत्तरछायासार्धं गतो यः कर्ण इति

इदानीं प्रकारान्तरेणोत्कलां नतकालं वाह

स्वाहोरात्रार्धेन छायाकर्णेन मतायाः।
विषुवत्कर्णगुणायामा व्यासार्धकृतिः फलं सौम्ये ॥३४॥

मयुखद्विज्याहीनं युक्तं याम्ये धनुष्करप्रमाणः।
सौम्ये युतं विहीनं याम्ये प्रागपरयोः प्राणाः ॥३५॥

भ्रष्टो गतविशेषाः फलमत्याया विशेष शेषस्य।
धनुःरविकर्मजीवार्धिः पूर्वापरयोर्नतप्राणाः ॥३६॥

वा. भा.—यस्यक्षायाया दिनगतिशेषानयनमिष्यते तस्यक्षायायाः छाया-कर्णां कृत्वा तेन स्वाहोरात्राद् गुण्येत्। ततस्तेन स्वाहोरात्रार्धेन छायाकर्णहृतेन मताया कृता व्यासार्धकृतिः कि मृत्या विषुवत्कर्णगुणायामाः फलं ज्या भवति। सफलं सौम्ये गोले छायुबुद्धिज्याहीनं याम्ये तथैव युक्तं कृत्वा यद्भवति। तस्य धनुः क्षेत्राणां कार्यस्तदनुस्तद्द्वैध्वंसिकचरदलप्राणौः सौम्ये गोलेषु युतं याम्येहीनं कृत्वा प्रागपरयोः प्राणा भवति।

प्रथमं विषुवत्कर्मुक्ता लम्बाक्षज्योतार्नयनमाह

शङ्कु लम्बकछायाख्यया तद्गुणस्युत्तरैं लब्धम्।
विशुद्धिर्विषुवत्कर्णाक्षेत्राक्षयाक्षोच्चनता शङ्कुः ॥५७॥

उन्नतजीवाकोटिज्याह्रिया हृज्या भुजो नतज्या वा।
कर्णाक्षेत्रावृत्ते व्यासार्धं द्व्यमतोद्यन्न ॥५८॥

शङ्कु क्षायाकृत्योरित्युक्त्याकृतितत्समासपुरुषष्टकयोः।
भूते लम्बाक्षज्ये तदंशकलास्तदनुमागाः ॥५९॥

विषुवत्कर्णहृते वा शङ्कु क्षायाहृते पृथक् त्रिज्ये।
अक्षक्षेत्रर्ज्ये लम्बाक्षज्योत्क्षमध्यने ॥६०॥
नतलम्बाक्षाक्षान् प्रोह्य ज्या वैतराश्लब्धकष्ट्ये।
शङ्कु क्षायागुणिक्ते क्षायद्विघातहृते वास्ते ॥६१॥

लम्बाक्षकलाभागं शेषं त्रिज्याकृतेः पदं भाज्याः।
भनुज्या सर्वोत्क्रान्तज्याविवराणांऽघनमेव ॥६२॥

वा. भा.—स्वदेशक्षायायो भौलं विज्यस्य प्रदर्शयेत्तथैव सममण्डलाद् दक्षिणोत्-पश्चिमाद्योरविमल्पयेत्

पुनः प्रकारान्तरेण लम्बाक्षज्ये व्रूते

लम्बाक्षज्ञानं नवतः प्रोक्ष (हृत्वा) ज्या साध्या तदा वा (प्रकारान्तरेण) इनता ज्या स्वाध्यर्धल्पांशयोर्नवतेर्ज्योर्ज्याज्या, अक्षांशोन्नतेज्योर्ज्या लम्बज्या, अक्षलम्बज्ये-शङ्कुच्छायागुणिक्ते (द्वादशपलमागुणिक्ते) छायाद्वादशहृते (पलमा द्वादश भक्ते) तदा वा (प्रकारान्तरेण)इष्ठे लम्बाक्षज्ये भवत् इति ॥९१॥

अत्रोपपत्तिः

ज्या (९०—अक्षांश) = लम्बज्या, ज्या (९०—अक्षांश) = मध्यज्या, वा
अक्षज्या×१२/पलमा = लम्बज्या, तथा

$$\frac{\text{पलमा} \times \text{लम्बज्या}}{} = \text{मध्यज्या, एतावत्यक्षाज्या-}$$

लम्बोपपत्तेः ॥९१॥

पुनः प्रकारान्तरेण छायाकर्णी शङ्कु वाह

व्यासार्ध कृतिं हृता विषुवत्कर्णेन या भवेत् कर्णः।
लम्बगुणो वा घातः शङ्कुकृतिसार्धकृतिभक्तः ॥९२॥

घातो वा शङ्कुगुणक्रियया विषुवत्कर्णेन विभुक्तः शङ्कुः।
कर्णकृतिः संशोध्य द्वादशभागे पदं छाया ॥९३॥

वा. भा.—क्षेत्रेण वासना मूर्धन्यैकपरिच्छेदेनैराशिकनयं मतया प्रकल्पिता।
तथापि यदि छायाकार्णस्य द्वादशाकुस्तलयासाक्षेत्रस्य कः शङ्कुरिति फलं
बृहच्छङ्कुः ततो यदि लम्बकोटेज्यामार्गकर्णः तदस्य यां शङ्कुटेः कृतां दक्षिणोत्तर-
गतिहीनो गुप्ते फलं छेदः तद्द्वितीयं नैराशिकं यदि विषुवन्मध्यां याम्योत्तरमण्डलगता

इदानीं नतकालानयनमाह

उदयास्तमयैः क्षेपैर्द्वादशाभिर्नतं याम्योदयात्।
भागैर्लब्धं चलं तद् दोर्ज्याविवरं च स्फुटम् ॥६३॥

तन्मण्डलं प्रोक्ष्य तज्जं शङ्कुना लम्बकेन वा हतम्।
द्युज्यया विभक्तं लब्धं नतकालं प्रचक्षते ॥६४॥

अर्कक्षेपैर्विनता दोर्ज्योत्क्रान्तिज्या नतकालहृते।
तज्जं त्रिज्याहतं द्युज्यया विभक्तं शङ्कुरिष्यते ॥६५॥

नतोत्क्रान्तज्ययोर्घाते द्युज्याकृतेस्तदंशकं शङ्कुः।
छायाहते द्वादशभागे पदं भवति तत्क्षेपः ॥६६॥

वा. भा.—उदयास्तमयक्षेपैर्द्वादशाभिर्नतं याम्योदयात् भागैर्लब्धं चलं तद् दोर्ज्याविवरं
च स्फुटम्। तन्मण्डलं प्रोक्ष्य तज्जं शङ्कुना लम्बकेन वा हतं द्युज्यया विभक्तं लब्धं
नतकालं प्रचक्षते। अर्कक्षेपैर्विनता दोर्ज्योत्क्रान्तिज्या नतकालहृते तज्जं त्रिज्याहतं
द्युज्यया विभक्तं शङ्कुरिष्यते। नतोत्क्रान्तज्ययोर्घाते द्युज्याकृतेस्तदंशकं शङ्कुः
छायाहते द्वादशभागे पदं भवति तत्क्षेपः ॥६३--६६॥

अत्रोपपत्तिः

नतोत्क्रान्तज्ययोर्घाते द्युज्याकृतेस्तदंशकं शङ्कुः छायाहते द्वादशभागे पदं भवति
तत्क्षेपः। उदयास्तमयक्षेपैर्द्वादशाभिर्नतं याम्योदयात् भागैर्लब्धं चलं तद् दोर्ज्याविवरं
च स्फुटम् इति नतकालानयनम्।

इदानीं प्रकारान्तरेण छायाकरणी शङ्कु वाह

व्यासार्धं छाद्यं कृतितं विषुवत्कर्णेन या भवेत् कर्णः।
लम्बगुणो वा घातः शङ्कुकृतिसार्धकृतिभक्तः ॥९२॥

घातो वा शङ्कुगुणक्रियया विषुवत्कर्णेन विभुक्तः शङ्कुः।
कर्णकृतिः संशोध्य द्वादशभागे पदं छाया ॥९३॥

वा. भा.—क्षेत्रेण वासना मूर्धन्यैकपरिच्छेदेनैराशिकनयं मतया प्रकल्पिता।
तथापि यदि छायाकार्णस्य द्वादशाकुस्तलयासाक्षेत्रस्य कः शङ्कुरिति फलं
बृहच्छङ्कुः ततो यदि लम्बकोटेज्यामार्गकर्णः तदस्य यां शङ्कुटेः कृतां दक्षिणोत्तर-
गतिहीनो गुप्ते फलं छेदः तद्द्वितीयं नैराशिकं यदि विषुवन्मध्यां याम्योत्तरमण्डलगता
यावल्लब्ध-कोटिं व्यासार्धकर्णं तद्दिशङ्कुकोटिज्यामियोत्तरछायासार्धं गतो यः कर्ण इति

इदानीं नतकालानयनमाह

क्षेत्रज्ञा प्राच्यपरक्रान्तित्रिज्यागुणाद्वलम्बहृता।
दिग्गुणमुच्चस्तसूनं तं त्रिज्याकृतिविवरपदम् ॥६७॥

सू. भा.—क्रान्तिः क्रान्तिज्या त्रिज्यागुणाद्वलम्बेन लम्बज्या हृता तदा सा
स्यात्। इयमत्र क्षितिजे प्राच्यपरा भवति। अथात् क्षितिजे प्राचि प्रतीच्यां च
प्रागपरस्वस्तिकायां यथा दिक्कला भवतीत्यर्थः। तद्दिग्ज्याकृतिविवरपदं
दिग्गुणमुच्चस्तसूनं तं त्रिज्याकृतिविवरपदं भवेदिति।

गोलयन्त्रम् — खगोलयन्त्रनिर्माणम्

सप्तरश्मिः खगोलः स्यात् तन्मध्ये भूगोलसंस्थितिः
दण्डैः संयोजितः सोऽयं खगोलो यन्त्ररूपकः ॥१३७॥
क्रान्तिवृत्तं सममण्डलं दक्षिणोत्तरवृत्तमेव च
सद्यत्क्षितिजमेवाऽपि गोले निर्माय तद्विदैः ॥१३८॥
यन्त्रेणैव ग्रहाणां स्थितिः स्फुटा ज्ञायते येन
तस्माद् यन्त्रं प्रकल्प्यं गोलविद्भिर्निरन्तरम् ॥१३९॥

वा. भा.—सप्तरश्मिः खगोलः स्यात् तन्मध्ये भूगोलसंस्थितिर्दण्डैः
संयोजितः सोऽयं खगोलो यन्त्ररूपकः। क्रान्तिवृत्तं सममण्डलं
दक्षिणोत्तरवृत्तमेव च सद्यत्क्षितिजमेवापि गोले निर्माय तद्विदैः
यन्त्रेणैव ग्रहाणां स्थितिः स्फुटा ज्ञायते येन तस्माद् यन्त्रं
प्रकल्प्यं गोलविद्भिर्निरन्तरम् ॥१३७--१३९॥

प्राणगणितम् — दिगंशानयनम्

षष्टिर्घटिका नाडी षष्टिर्नाड्यः प्राणसञ्ज्ञकाः
षष्टिर्विप□□□□□□□□: पलान्येतैः कालगणनं विदुषाम् ॥१२८॥
चरज्यां हत्वा त्रिज्यया विभज्य लब्धाः प्राणा भवन्ति
तेषां योगः स्थितिकालः स्यादयनकालस्तु तद्वदेव ॥१२९॥

तनुज्या हृत्वा त्रिज्यया विभज्य लब्धं तत् प्रमाणकालः

स्थितौ चरज्यया हृत्वा लब्धाः प्राणाः स्फुटास्तु ते ॥१३०॥

वा. भा.—षष्टिर्घटिका नाडी षष्टिर्नाड्यः प्राणसञ्ज्ञकाः षष्टिर्विपलानि पलानि एतैः कालगणनं विदुषाम्। चरज्यां हत्वा त्रिज्यया विभज्य लब्धाः प्राणा भवन्ति तेषां योगः स्थितिकालः स्यादयनकालस्तु तद्वदेव। तनुज्या हृत्वा त्रिज्यया विभज्य लब्धं तत् प्रमाणकालः स्थितौ चरज्यया हृत्वा लब्धाः प्राणाः स्फुटास्तु ते ॥१२८--१३०॥

इदानीं मध्यच्छायानयनमाह

छायाक्षेत्रानुपातेन त्रि.१२/शङ्कु = छायाकर्णं ततः $\sqrt{\text{छायाक}^2 - {}^2}$ = छाया, इति ॥१४८॥

अथ प्रकारान्तर से मध्यच्छायानयन को कहते हैं।

हिं. भा.—त्रिज्या को बारह से गुणा कर मध्यशङ्कु से भाग देने से मध्यच्छाया कर्णं होता है, छायाकर्ण और द्वादश (१२) का—वर्गन्तर मूल प्रकारान्तर से मध्यच्छाया होती है इति ॥१४८॥

उपपत्तिः

पूर्व श्लोक की उपपत्ति में प्रदर्शित छायाक्षेत्रों के सजातीयत्व से अनुपात करते हैं

$$\frac{\text{त्रि.}}{\text{मध्यशङ्कु}} = \text{मध्याकर्ण}, \quad \therefore \sqrt{\text{छायाक}^2 - {}^2} = \text{मध्यच्छाया, इति ॥१४८॥}$$

यम्योत्तरगतः

क्षेत्रज्ञा प्राच्यपरक्रान्तित्रिज्यागुणाद्वलम्बहृता।
दिग्गुणमुच्चस्तसूनं तं त्रिज्याकृतिविवरपदम् ॥६८॥

महापातः — चान्द्रमासनिर्माणम्

महापातस्तु यः स्याच्चन्द्रसूर्ययोः समागमे

तदा तयोरन्तरं शून्यं स्यात् समे□□□□□□□े तयोः ॥१४०॥

चान्द्रो मासस्तु यः स्यात् तिथीनां सङ्ग्रहेण तु

स तु सावनोऽपि मासः सूर्येणैकेन गम्यते ॥१४१॥

तयोर्मासयोगेन संवत्सरः प्रकीर्तितः
पञ्चदशभ्यस्तिथिभिः संयुक्तो मास उच्यते ॥१४२॥

वा. भा.—महापातस्तु यः स्याच्चन्द्रसूर्ययोः समागमे तदा तयोरन्तरं शून्यं स्यात् समे□□□□□□□े तयोः। चान्द्रो मासस्तु यः स्यात् तिथीनां सङ्ग्रहेण तु स तु सावनोऽपि मासः सूर्येणैकेन गम्यते
तयोर्मासयोगेन संवत्सरः प्रकीर्तितः पञ्चदशभ्यस्तिथिभिः
संयुक्तो मास उच्यते ॥१४०--१४२॥

क्रान्तिः — अयनांशकल्पनम्

मेषादौ रवौ तु षट्षष्टिघ्ने रवौ तु विषुवति
मेषादौ तत्र क्रान्तिर्ज्या तु विषुवज्ज्या मता ॥१३१॥
तत्क्षेपैर्विहृता ज्ञेया क्रान्तिः सा स्फुटतर्किभिः
उत्तरायणे दक्षिणायने याम्या सा तु तत्क्षेपैः ॥१३२॥
अयनांशः स तु यतः क्रान्तेर्भवति विशेषणात्
तस्मादयनचलनं ज्ञात्वा स्फुटं विधिवद् भवेत् ॥१३३॥

वा. भा.—मेषादौ रवौ तु षट्षष्टिघ्ने रवौ तु विषुवति मेषादौ तत्र क्रान्तिः स्यात् तत्क्षेपैर्विहृता ज्ञेया क्रान्तिः सा स्फुटतर्किभिः उत्तरायणे दक्षिणायने याम्या सा तु तत्क्षेपैः। अयनांशः स तु यतः क्रान्तेर्भवति विशेषणात् तस्मादयनचलनं ज्ञात्वा स्फुटं विधिवद् भवेत् ॥१३१--१३३॥

इदानीं सममण्डलक्ष्णिबन्धनमाह

विषुवत्कर्णेन गुणा विषुवच्छायोद्धृतोत्तरा क्रान्तिः।
मुद्गलमध्यात् शङ्कुः सममण्डलबन्धनै ॥६९॥

क्षितिज्या

प्रसिद्धा। याम्ये याम्यभुजोन्नतोर्ज्वं लन्तं रमद्गुप्तरमुजेनगोरेक्यं यतल्लम्बगुणां छायाकर्णोद्धृतं फलं किन्तः क्रान्तिज्या स्यादिति।

अथोपपत्तिः। उत्तरगोले पूर्वापरिणा याम्यो मृगः = वि — क्ष्मा = मृग मृतः कर्णोच्चताम् = वि — मृग। दक्षिणगोले समीक्षा याम्यो मृगः = वि + क्ष्म = मृग मृतः कर्णोच्चताम् = मृग — वि। एवं याम्ये भुजे भुजलम्बयोरन्तरं कर्णोच्चताम् फलता। उत्तरगोले सौम्यो मृगः = क्ष्म — वि = मृग। मृतः क्ष्म = वि + मृग। एवं कर्णोच्चतामाननुपपन्नम्। कर्णोच्चताम् त्रिज्यागुणा छायाकर्णहृता जाता ज्या = $\frac{\text{क्र.}\cdot\text{वि}}{\text{छाक}}$। इयं लम्बज्यागुणा त्रिज्यामकताक्षेत्रो विराज्याजाता क्रान्ति-

$$\text{ज्या} = \frac{\text{लम्बज्या} \cdot \text{क्रम}}{\text{वि}} = \frac{\text{लम्बज्या} \cdot \text{कर्णोच्चताम्} \cdot \text{वि}}{\text{छाक} \cdot \text{वि}}$$

$\frac{\text{लम्बज्या}\cdot\text{कर्णोच्चताम्}}{\text{छाक}}$ एतानाचार्योक्तमुपपन्नम्। सिद्धान्तशेखरे □□क्षेत्रानरान्तरपल-प्रमेयमेवेतु याम्योत्तरं युक्तिरदक्छतिबृत्तजाड्या। लम्बहृता भवति कर्णोच्चताम् प्रमज्येति'' श्रीपत्युक्तान्माचार्योक्तानुकम्पमेव, सूर्यसिद्धान्तेऽपि □□हताप्रकृतिः दु लम्बज्या एव हृतैर्गुणार्जितेत्यादि'' ब्रह्मगुप्तो (आचार्यः) क्षुद्रमेवेति ॥६९॥

अथ मृग और छाया से क्रान्तिज्यानयन को कहते हैं।

हिं. भा.—दक्षिणगोल में पलमा और क्षुद्राक्षयुगल सम्बन्धी मृग के अन्तर को

पुनः प्रकारान्तरेण लम्बाक्षज्ये व्रूते

लम्बाक्षज्ञानं नवतः प्रोक्ष (हृत्वा) ज्या साध्या तदा वा (प्रकारान्तरेण) इनता ज्या स्वाध्यर्धल्पांशयोर्नवतेर्ज्योर्ज्याज्या, अक्षांशोन्नतेज्योर्ज्या लम्बज्या, अक्षलम्बज्ये-शङ्कुच्छायागुणिक्ते (द्वादशपलमागुणिक्ते) छायाद्वादशहृते (पलमा द्वादश भक्ते) तदा वा (प्रकारान्तरेण)इष्ठे लम्बाक्षज्ये भवत् इति ॥९१॥

अत्रोपपत्तिः

ज्या (९०—अक्षांश) = लम्बज्या, ज्या (९०—अक्षांश) = मध्यज्या, वा

$$\frac{\text{अक्षज्या} \times}{\text{पलमा}} = \text{लम्बज्या, तथा } \frac{\text{पलमा} \times \text{लम्बज्या}}{} = \text{मध्यज्या, एतावत्यक्षाज्या-}$$

लम्बोपपत्तेः ॥९१॥

पुनः प्रकारान्तरेण छायाकरणी शङ्कु वाह

व्यासार्ध कृतिं हृता विषुवत्कर्णेन या भवेत् कर्णः।
लम्बगुणो वा घातः शङ्कुकृतिसार्धकृतिभक्तः ॥९२॥

घातो वा शङ्कुगुणक्रियया विषुवत्कर्णेन विभुक्तः शङ्कुः।
कर्णकृतिः संशोध्य द्वादशभागे पदं छाया ॥९३॥

इदानीं नतकालानयनमाह

क्षेत्रज्ञा प्राच्यपरक्रान्तित्रिज्यागुणाद्वलम्बहृता।
दिग्गुणमुच्चस्तसूनं तं त्रिज्याकृतिविवरपदम् ॥६७॥

रविचन्द्रान्तराशिः

रविचन्द्रयोरुच्चस्थाव राश्यर्कांशकलाराशिमिन्तानादिकल्पिमः शङ्कुः साध्य
इति ॥६८॥

अत्रोपपत्तिः

स्थितिजादयः स्थिते रवौव चन्द्रयुग्ज्ञोतिरिहैं या भवतीत्यथो याम्योत्तर-
बृत्तात्मकालज्ञानाय राश्यर्कांशकलारतो नतनाङ्कसायनुक्तमाचार्येण, सिद्धान्त-
शेखरे □□हिंगुशुष्कुज्ञात्वये तु राशेः विशेषेण सम्मिननेत्वी। स्रसायदेव
दाडाहृत् स्तास्थानगोलविपर्ययेण'' श्रीपत्युक्तान्म्दे, सिद्धान्तशिरोमणौ □□निखावदेवै-
र्नुरिमिननेत्वी यथाक्रमं गोलविपर्ययेण। राशेः शङ्कुरिति'' भास्करोक्तचार्य्य-
योक्तयनुकम्पमेवेति ॥६८॥

अथ चन्द्रयुग्ज्ञाति में रविचन्द्रयुग् के लिए विशेष कहते हैं।

हिं. भा.—पश्चिम दिशा में चन्द्रयुग्ज्ञाति के लिए रवि की गतघटी (उन्नत
घटी) से, पूर्व दिशा में रवि की शेष घटी (उन्नत घटी) से ‘गतगेवालयस्याहः’ इत्यादि से
विपरीत (उल्टा) गोलविधि से रवि का अथः द्वाडाहृतसाधन करना। नतनाङ्की से भी
आचार्य कथित विधि से शङ्कु साधन करना चाहिए इति ॥६८॥

लग्ननयनम् — उदयराशिसाधनम्

रवेस्तु राश्युदयाद् घटिकाः प्रोद्यमानराशिस्थितेः
तास्तत्कालात् शोधयित्वा यावद् राश्युदयाः स्युः ॥१३४॥
तास्तत्पूर्वराशिभिः संयुक्ता लग्नं तु तत् स्यात्
शेषं त्रिंशता हृत्वा लब्धं तदंशकलात्मकम् ॥१३५॥
तद् राशौ योजयेत् तस्य लग्नं स्यात् स्फुटतर्किभिः
एवं लग्नं सदा कार्यं ग्रहगणितविदा बुधैः ॥१३६॥

वा. भा.—रवेस्तु राश्युदयाद् घटिकाः प्रोद्यमानराशिस्थितेः तास्तत्कालात्
शोधयित्वा यावद् राश्युदयाः स्युः तास्तत्पूर्वराशिभिः संयुक्ता
लग्नं तु तत् स्यात् शेषं त्रिंशता हृत्वा लब्धं तदंशकलात्मकं
तद् राशौ योजयेत् तस्य लग्नं स्यात् स्फुटतर्किभिः
एवं लग्नं सदा कार्यं ग्रहगणितविदा बुधैः ॥१३४--१३६॥

इदानीमुदयास्तमयमाह

क्षितिजेक्षा प्राच्यपरक्रान्तित्रिज्यागुणाद्वलम्बहृता।
दिग्गुणमुच्चस्तसूनं तं त्रिज्याकृतिविवरपदम् ॥६९॥

सू. भा.—क्रान्तिः क्रान्तिज्या त्रिज्यागुणाद्वलम्बेन लम्बज्या हृता तदा सा
स्यात्। इयमत्र क्षितिजे प्राच्यपरा भवति। अथात् क्षितिजे प्राचि प्रतीच्यां च
प्रागपरस्वस्तिकायां यथा दिक्कला भवतीत्यर्थः। तद्दिग्ज्याकृतिविवरपदं
दिग्गुणमुच्चस्तसूनं तं त्रिज्याकृतिविवरपदं भवेदिति।

गणितीय सूत्र और उपपत्तयः

शीघ्रस्पष्टीकरणसूत्रम्

$$\times =$$

$$= \sqrt{^2 + ^2 - 2 \cdot \times}$$

ज्योत्पत्तिः — त्रिकोणमितीय ज्यापटलनिर्माणम्

व्यासाद् व्यासभागानां त्रिभिरूनं शैलैस्त्रिभिरूनान्
तान् कृत्वा षड्भिर्भक्तान् शेषैस्त्रिज्यां प्रकल्पयेत् ॥१००॥
पूर्वपूर्वज्यया हत्वा पूर्वपूर्वविशेषखण्डान्
त्रिज्यां हृत्वा ततोऽन्या ज्याः सन्ति तत्प्रभवा मता ॥१०१॥

वा. भा.—व्यासाद् व्यासभागानां त्रिभिरूनान् अर्थात् ३४३८--३ = ३४३५ भागान् कृत्वा षड्भिर्भक्तान् शेषैस्त्रिज्यां प्रकल्पयेत्। अनया त्रिज्यया पूर्वपूर्वज्यया पूर्वपूर्वविशेषखण्डान् हत्वा त्रिज्यां हृत्वा ततोऽन्या ज्याः सन्ति ताः पूर्वज्याप्रभवा मताः ॥१००--१०१॥

प्रथमा ज्या त्रिज्याखण्डा द्वितीया ततः शिष्टस्यार्धात्
तृतीयापि तथैव सा सूत्रं ब्रह्मगुप्तमतम् ॥१०२॥
तासां विशेषखण्डानां योगे ज्यावलयः स्मृताः
षडंशाभ्यन्तरज्यास्ता विख्याताः स्पष्टतर्किकैः ॥१०३॥

वा. भा.—प्रथमा ज्या सप्तभुजज्या त्रिज्याखण्डा द्वितीया चतुर्दशभुजज्या तृतीया तथैव क्रमेण। तासां विशेषखण्डानां योगे ज्यावलयः स्मृताः षडंशाभ्यन्तरज्यास्ता विख्याताः स्पष्टतर्किकैः ॥१०२--१०३॥

छायाकरणीसूत्रम्

$$= \frac{\times}{}$$

$$=$$

$$= \sqrt{2 + 2}$$

गौरीगुप्ता — द्वितीयान्तरकल्पना

ज्यावर्गैर्भ□□□□□ावर्गैस्त्रिज्यावर्गहृतैर्विशोध्य
लब्धैस्तैः प्रथमज्यां शोध्यैस्ततोऽपरा ज्या स्यात् ॥१०४॥
पूर्वोत्तरज्योरन्तरं प्रथमखण्डं ततोऽपरं खण्डम्
तस्मात् पूर्वखण्डाच्छोध्यं तृतीयं खण्डं ततः स्यात् ॥१०५॥
एवं क्रमेण सर्वा ज्याः साधनीया विभक्तज्यातः
अन्तरज्याः पृथग्वा स्फुटतरं फलमानयेत् ॥१०६॥

वा. भा.—ज्यावर्गैर्भुजज्यावर्गैस्त्रिज्यावर्गहृतैर्विशोध्य लब्धैः प्रथमज्यां शोध्य ततोऽपरा ज्या स्यात्। पूर्वोत्तरज्योरन्तरं प्रथमखण्डं ततोऽपरं खण्डं तस्मात् पूर्वखण्डाच्छोध्यं तृतीयं खण्डं ततः स्यात्। एवं क्रमेण सर्वा ज्याः साधनीया विभक्तज्यातः अन्तरज्याः पृथक् स्फुटतरं फलमानयेत् ॥१०४--१०६॥

विषमज्ञे द्विज्यावर्गाद् द्विज्यावर्गं विशोध्य शेषात्
पदं द्वितीयं खण्डं ततः पूर्वखण्डात् शोध्यम् ॥१०७॥
तृतीयं खण्डं ततः पूर्वद्वयात् शोध्यं चतुर्थं ततः
पूर्वत्रयात् शोध्यं च क्रमेण सर्वखण्डानि ॥१०८॥

वा. भा.—विषमज्ञे द्विज्यावर्गात् द्विज्यावर्गं विशोध्य शेषात् पदं द्वितीयं खण्डं स्यात्। ततः पूर्वखण्डात् शोध्यं तृतीयं खण्डं ततः पूर्वद्वयात्

शोध्यं चतुर्थं ततः पूर्वत्रयात् शोध्यं च क्रमेण सर्वखण्डानि
सिध्यन्ति ॥१०७--१०८॥

लम्बाक्षज्यासूत्रम्

$$= \frac{\times}{}$$

$$= \frac{\times}{}$$

नतकालानयनसूत्रम्

$$= \frac{\times}{}$$

$$= \frac{\times}{}$$

क्रान्तिज्यानयनसूत्रम्

$$= \frac{\times}{} = \frac{\times \ \times}{.}$$

$$= \frac{\times}{}$$

पाटीगणितम् — चतुर्विंशतिपरिकर्माणि

संकलितं व्यवकलितं गुणनं भाजनं तथा
वर्गो वर्गमूलं घनो घनमूलं पञ्चमी त्रयः ॥११७॥
पञ्च विशेषाः परिकर्माण्येतानि गणितं स्मृतम्
प्रकीर्तितान्याचार्यैरेतैः सर्वं गणितं सिध्यति ॥११८॥
रूपैकदेशसंयुक्ता व्यक्तराशिरुदाहृता सा
अव्यक्ता या राशिर्युक्ता सा रूपैकदेशेन ॥११९॥

वा. भा.—संकलितं योगः व्यवकलितं शोधनं गुणनं गुणकारः
भाजनं हरणं वर्गः समतुल्यद्वयं वर्गमूलं समतुल्यप्रमाणम्
घनः सममूलकस्त्रयः घनमूलं तत्प्रमाणं। एतानि
परिकर्माणि गणितं स्मृतम् प्रकीर्तितान्याचार्यैः
एतैः सर्वं गणितं सिध्यति ॥११७--११९॥

यो राशेस्त्रिगुणो भागो रूपैकदेशसंयुक्तो वा
अर्धितः स वर्गः स्याद् यो राशेस्त्रिगुणो भागः ॥१२०॥
रूपैकदेशसंयुक्तोऽथवा स घनः स्यात् तस्य मूलं
यत् तद् घनमूलं प्रोक्तं तत् स्यात् सममूलकप्रमाणम् ॥१२१॥

वा. भा.—यो राशेस्त्रिगुणो भागो रूपैकदेशसंयुक्तो वा अर्धितः स वर्गः स्यात्। यो राशेस्त्रिगुणो भागो रूपैकदेशसंयुक्तोऽथवा स घनः स्यात् तस्य मूलं यत् तद् घनमूलं प्रोक्तं तत् सममूलकप्रमाणम् स्यात् ॥१२०--१२१॥

चन्द्रसूर्यगणितम् — तिथियोगनक्षत्रानयनम्

चन्द्राच्च स्पष्टात् सूर्यं शोध्यं यद् भवति शेषं तत्
द्वादशभागैर्हृत्वा तिथयः स्युः स्फुटास्तदर्धात् ॥१०९॥
तिथयो द्वादशाङ्गुल्यः सूर्यचन्द्रयोरन्तरात् ताः
तिथीनां पञ्चदशभिः संयुक्तं योगनिर्मितिः ॥११०॥
योगः सूर्यचन्द्रयो राशिसंयुक्त्यंशकलात्मिका यः
स तैः पञ्चदशभिः संयुक्तः सप्तविंशत्या हृतः ॥१११॥

वा. भा.—चन्द्रात् स्पष्टात् सूर्यं शोध्य यद् भवति शेषं तत् द्वादशभागैः हृत्वा तिथयः स्युः स्फुटास्तदर्धात्। तिथयो द्वादशाङ्गुल्यः सूर्यचन्द्रयोरन्तरात् तिथीनां पञ्चदशभिः संयुक्तं योगनिर्मितिः सूर्यचन्द्रयो राशिसंयुक्त्यंशकलात्मिका सा सप्तविंशत्या हृता नक्षत्रं स्यात् ॥१०९--१११॥

चन्द्राच्च स्पष्टात् सूर्यं शोध्यं यद् भवति शेषं तत्
त्रिंशता हृत्वा नक्षत्रं तत् स्यात् स्फुटं राशिमानम् ॥११२॥
सूर्यस्य गतिः स्पष्टा चन्द्रस्यापि गतिः स्पष्टा तयोः
विशेषः स्यात् तिथ्यर्धभुक्तिरियं प्रकीर्तिता ॥११३॥

वा. भा.—चन्द्रात् स्पष्टात् सूर्यं शोध्य यद् भवति शेषं तत् त्रिंशता हृत्वा नक्षत्रं तत् स्यात् स्फुटं राशिमानम्। सूर्यस्य गतिः स्पष्टा चन्द्रस्यापि गतिः स्पष्टा तयोर्विशेषः स्यात् तिथ्यर्धभुक्तिः प्रकीर्तिता ॥११२--११३॥

गोलानयनम् — भारतीययवनक्रमः

यवनानां मते बिम्बं भूगोलं निरक्षदेशे स्थितम्
निजदेशोच्चं तन्मध्यं तत्रैव क्षितिजं वृत्तम् ॥११४॥
भारतीयमते त्वक्षवृत्तं मध्यमण्डलं तत्
क्षितिजं तन्महद् वृत्तं समरेखापि तत्रैव ॥११५॥
उन्नतजीवाकोटिज्याह्विया हृज्या भुजो नतज्या वा
कर्णाक्षेत्रावृत्ते व्यासार्धं द्व्यमतोद्यन्न ॥११६॥

वा. भा.—यवनानां मते बिम्बं भूगोलं निरक्षदेशे स्थितं निजदेशोच्चं तन्मध्यं तत्रैव क्षितिजं वृत्तम्। भारतीयमते तु अक्षवृत्तं मध्यमण्डलं तत् क्षितिजं तन्महद् वृत्तं समरेखापि तत्रैव। उभयोरपि मतयोः सामान्यं गोलज्ञानमुभयमतोद्यन्नमित्युच्यते ॥११४--११६॥

चन्द्रग्रहणाधिकारः

श्लोक ७०--७१

द्विगतिर्दिननिर्माथं स्फुटचन्द्रोदये तु यत् पिण्डम्।
तत् स्यात् स्पर्शपिण्डं ततो ग्रहणमध्यसाधनम् ॥७०॥

तत् स्यात् स्पर्शपिण्डं ततो ग्रहणमध्यसाधनम्।
तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः ॥७१॥

वि. भा.—द्वि गतिः दिननिर्माथं स्फुटचन्द्रोदये तु यत् पिण्डं तत् स्यात् स्पर्शपिण्डं ततो ग्रहणमध्यसाधनम्। तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः ॥७०--७१॥

अत्रोपपत्तिः

स्पर्शपिण्डं ततो ग्रहणमध्यसाधनम्। तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः। द्विगतिर्दिननिर्माथं स्फुटचन्द्रोदये तु यत् पिण्डं तत् स्यात् स्पर्शपिण्डं ततो ग्रहणमध्यसाधनम् ॥७०--७१॥

श्लोक ७२--७३

चन्द्रसूर्ययोरन्तरं याम्यायनं तत् क्षयं वृद्धिं वा।
दक्षिणोत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा ॥७२॥

याम्योत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा।
तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत् ॥७३॥

वि. भा.—चन्द्रसूर्ययोरन्तरं याम्यायनं तत् क्षयं वृद्धिं वा। दक्षिणोत्तरयः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा। याम्योत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा। तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत् ॥७२--७३॥

श्लोक ७४--७५

याम्योत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा।
तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत् ॥७४॥

तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत्।
तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः ॥७५॥

श्लोक ७६--७७

स्पर्शमोक्षौ यदा स्यातां तदा ग्रहणं प्रकीर्तितम्।
तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः ॥७६॥

तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः।
तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत् ॥७७॥

ग्रहणसूत्राणि

स्पर्शपिण्डं ततो ग्रहणमध्यसाधनम्।
तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः ॥७८॥

चन्द्रसूर्ययोरन्तरं याम्यायनं तत् क्षयं वृद्धिं वा।
दक्षिणोत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा ॥७९॥

याम्योत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा।
तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत् ॥८०॥

ग्रहणानयनम्

द्विगतिर्दिननिर्माथं स्फुटचन्द्रोदये तु यत् पिण्डम्।
तत् स्यात् स्पर्शपिण्डं ततो ग्रहणमध्यसाधनम् ॥८१॥

तत् स्यात् स्पर्शपिण्डं ततो ग्रहणमध्यसाधनम्।
तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः ॥८२॥

चन्द्रसूर्ययोरन्तरं याम्यायनं तत् क्षयं वृद्धिं वा।
दक्षिणोत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा ॥८३॥

याम्योत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा।
तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत् ॥८४॥

ग्रहणमध्यम्

स्पर्शमोक्षौ यदा स्यातां तदा ग्रहणं प्रकीर्तितम्।
तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः ॥८५॥

तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः।
तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत् ॥८६॥

स्पर्शपिण्डं ततो ग्रहणमध्यसाधनम्।
तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः ॥८७॥

सूर्यग्रहणम् — रविग्रहणानयनम्

सूर्यग्रहणे तु लम्बनं शोध्यं चन्द्रसूर्ययोरन्तरात्

तत् शुद्धं स्यात् स्पर्शारम्भे मोक्षे तथैव ॥१२२॥

लम्बनात् स्पर्शकालः स्पर्शे युक्तो मोक्षे शुद्धः

ग्रहणमध्यं तु तयोर्योगार्धेनैव सिध्यति ॥१२३॥
चन्द्रस्य परिवेषो यः सूर्यस्य तु विशेषणात्
तत् स्याद् ग्रहणमानं तत् प्रकीर्तितमिहाचार्यैः ॥१२४॥

वा. भा.—सूर्यग्रहणे तु लम्बनं शोध्यं चन्द्रसूर्ययोरन्तरात् तत् शुद्धं स्यात् स्पर्शारम्भे मोक्षे तथैव। लम्बनात् स्पर्शकालः स्पर्शे युक्तो मोक्षे शुद्धः ग्रहणमध्यं तु तयोर्योगार्धेनैव सिध्यति। चन्द्रस्य परिवेषो यः सूर्यस्य तु विशेषणात् तत् स्याद् ग्रहणमानं तत् प्रकीर्तितमिहाचार्यैः ॥१२२--१२४॥

लम्बनम् — देशान्तरलम्बनानयनम्

स्वदेशलम्बज्ञाया द्युज्याया चान्तरं यत् स्यात्
तत् त्रिज्यया हृत्वा लब्धं लम्बनं तत् प्रकीर्तितम् ॥१२५॥
लम्बज्या द्युज्यया हृत्वा त्रिज्यां गुणयेत् ततः
लब्धं तत् स्यात् लम्बनं तत् प्राचीनैरुक्तमीश्वरैः ॥१२६॥
तज्जं लम्बनजातं यत् तत् कालहृतं स्फुटं स्यात्
तद्धृतं नाडीषु रूपं स्यादेतल्लम्बनसाधनम् ॥१२७॥

वा. भा.—स्वदेशलम्बज्ञाया द्युज्याया चान्तरं यत् स्यात् तत् त्रिज्यया हृत्वा लब्धं लम्बनं तत् प्रकीर्तितम्। लम्बज्या द्युज्यया हृत्वा त्रिज्यां गुणयेत् ततो लब्धं तत् स्यात् लम्बनं तत् प्राचीनैरुक्तम् तज्जं लम्बनजातं यत् तत् कालहृतं स्फुटं स्यात् तद्धृतं नाडीषु रूपं स्यादेतल्लम्बनसाधनम् ॥१२५--१२७॥

ग्रहणस्पर्श-मोक्षयोः

चन्द्रसूर्ययोरन्तरं याम्यायनं तत् क्षयं वृद्धिं वा।
दक्षिणोत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा ॥८८॥
याम्योत्तरयोः क्रान्त्योरन्तरं तत् क्षयं वृद्धिं वा।
तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत् ॥८९॥
तद्भुजज्या तु करणं तत् स्पर्शमोक्षौ प्रदर्शयेत्।
तद्द्वितीयेन वा कालो ग्रहणस्य प्रकीर्तितः ॥९०॥

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्तः

Brāhmasphuṭasiddhānta

Part Two — Chunk 3

(Pages 281–420 of PDF ≈ Original pages 1119–1258)

By **Brahmagupta** (6th century CE)

With Hindi Commentary (नूतनतिलक) by
Śrī Kṛpāludatta Sūnu Sudhākara Dvivedī

Contains the following chapters:

चन्द्रग्रहणविकारः
सूर्यग्रहणाधिकारः
चन्द्रच्छायाधिकारः
ग्रहोदयास्ताधिकारः
शुक्लोन्नत्यधिकारः
चन्द्रशुक्लोन्नत्यधिकारः

Typeset with XeLaTeX using Noto Serif Devanagari
from scanned original pages via OCR transcription

Contents

1 चन्द्रग्रहणविकारः — Lunar Eclipse Variations **2**
- 1.1 Verses 11–12: Computation of इष्टग्रास (Desired Eclipse Magnitude) . . . 2
- 1.2 Verses 13–14: Computation of इष्टग्रासात्काल (Time from Desired Magnitude) . . . 2
- 1.3 Verse 9: Sphuṭīkaraṇa of स्थितिविमर्दार्ध . . . 2

2 सूर्यग्रहणाधिकारः — Solar Eclipse Chapter **3**
- 2.1 Verse 1: Statement of Purpose . . . 3
- 2.2 Verses 2–3: Conditions for लम्बन (Deflection) and अवनति (Depression) . . . 3
- 2.3 Verse 7: स्पष्टदर्शान्तकालिक Computation . . . 3

3 चन्द्रच्छायाधिकारः — Moon's Shadow Chapter **4**
- 3.1 Verse 1: Beginning of the Chapter . . . 4
- 3.2 Verse 2: Shadow Computation . . . 4
- 3.3 Verses 3–4: Detailed Shadow Calculation . . . 4

4 ग्रहोदयास्ताधिकारः — Planetary Rising and Setting **5**
- 4.1 Verse 1: Pratyaya (Introduction) . . . 5
- 4.2 Verses 8–9: Daily Rising and Setting . . . 5
- 4.3 Verse 9: Moon's Rising and Setting Computation . . . 5

5 शुक्लोन्नत्यधिकारः — The Brightness of the Moon **6**
- 5.1 Verses 1–3: Sphuṭaśuklonnati Computation . . . 6
- 5.2 Verse 5: The शुक्लोन्नति (Bright Elevation) . . . 6
- 5.3 Verses 11–12: स्पष्टशुक्ल (True Bright Portion) Computation . . . 6

6 चन्द्रशुक्लोन्नत्यधिकारः — The Moon's Bright Elevation (Chapter VII) **7**
- 6.1 Verses 1–2: Introduction . . . 7
- 6.2 Verse 18: Chapter Conclusion . . . 7

Appendix: Notes on the Text and Commentary **8**

1 चन्द्रग्रहणविकारः — Lunar Eclipse Variations

Introduction

This chapter (चन्द्रग्रहणविकारः) deals with the computation of lunar eclipses, following Brahmagupta's exposition in the ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त. The commentary (सुधाकर-टीका) by Paṇḍita Kṛpāludatta Sūnu Sudhākara Dvivedī provides elaborate explanations in Hindi, with mathematical demonstrations (उपपत्ति).

1.1 Verses 11–12: Computation of इष्टग्रास (Desired Eclipse Magnitude)

सूत्रम् (□□□□□):

> इ□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□
> □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□
> □□–□□ □

Sūtrārtha (सु. भा.):

> इ□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□
> □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□

The verse gives the method for computing the इष्टग्रास (desired eclipse magnitude). From the स्थितिदल (half-duration) diminished by the desired quantity, multiplied by the भुक्ति (daily motion) and divided by the विल्लेप (deflection), one gets the भुज (sine). The कोटि (cosine) is computed by the rule of इष्टेनु (desired quantity). From the मानैक्यार्ध (half-sum of diameters), the कर्ण (hypotenuse) being subtracted, the result gives the true obscuration.

Hindi Bhāṣya (हि. भा.):

> इ□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□ □□□□ □□, □□ □□
> □□□□ □□□□□, □□□□□□□ □□ □□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□ □□
> □□□□□□ (□□□ □□ □□□□) □□ □□□□□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□, □□□□□□□□□□□□□ (□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□
> □□ □□□□□□□□□□ □□□□) □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□
> □□–□□ □

Upapatti (उपपत्ति):

> स□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□□-□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□
> □□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□□, □□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□ □□□ □□□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□
> □□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□
> □□□□ □□, □□□□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□, □□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□
> □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ (□□□□ □□ □□□□□) □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□, □□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□
> □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□

1.2 Verses 13–14: Computation of इष्टग्रासात्काल (Time from Desired Magnitude)

सूत्रम् (□□□□□):

प□□□□□□□-□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□ □

प□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□ □

Sūtrārtha (सु. भा.):

ग□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□) □□□□□□□□ (□□□□□□□) □□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□□□□□) □□□□ □□□□□□

Hindi Bhāṣya (हि. भा.):

ग□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□) □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ (□□□□□) □□□□□□□□ (□□□□□□□) □□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

2 सूर्यग्रहणाधिकारः — Solar Eclipse Chapter

This chapter (सूर्यग्रहणाधिकारः, the fifth chapter of the text) deals with the computation of solar eclipses. The chapter begins with the statement of purpose (प्रयोजन) and proceeds through the computation of the five ज्या (sines) required for eclipse calculation: उदयज्या, मध्यज्या, रविदयाकर्ण, विशिमशङ्कु, and हृक्षेप.

2.1 Verse 1: Statement of Purpose

सूत्रम् (□□□□□):

अ□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□—

ग□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □ □

Sūtrārtha (सु. भा.):

प□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□-□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □ □

Hindi Bhāṣya (हि. भा.):

ज□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ (□□□□□□□□, □□□□□□□□□, □□□□□□□□□□□, □□□□□□□□□□□, □□□□□□□□) □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□) □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ (□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□) □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□, □□□□□□□□ – □□□□□□, □□□□□□□□ – □□□□□□□□□□□□□□□□□□, □□□□□□□□□□□ – □□□□□□□, □□□□□□□□ – □□□□□□□□□□□□□□□□, □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□, □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □ □ □

2.2 Verses 2–3: Conditions for लम्बन (Deflection) and अवनति (Depression)

सूत्रम् (□□□□□):

व□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □ □□□□□ □ □

अ□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

2.3 Verse 7: स्पष्टदर्शान्तकालिक Computation

सूत्रम् (□□□□□):

घ□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □ □

Sūtrārtha (सु. भा.):

घ□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ (□□□□□□) □□□□□□□□, □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □ □ □

Upapatti (उपपत्ति):

ग□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

3 चन्द्रच्छायाधिकारः — Moon's Shadow Chapter

This chapter (चन्द्रच्छायाधिकारः) deals with the computation of the Moon's shadow, which is essential for understanding lunar phenomena. The shadow of the Earth falls on the Moon during a lunar eclipse, and its computation involves calculating the च्छाया (shadow), मध्यच्छाया (middle shadow), and related quantities.

3.1 Verse 1: Beginning of the Chapter

सूत्रम् (□□□□□):

अ□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□—

प□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□
□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □ □

Sūtrārtha (सु. भा.):

प□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□□□□) □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□, □□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□□□□□□) □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ (□□□□□□□□□□□□□□□□□) □□□□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□□□□□) □□□□□□□□□□, □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □
□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□) □□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□) □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□
"□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

4 ग्रहोदयास्ताधिकारः — Planetary Rising and Setting

This chapter (ग्रहोदयास्ताधिकारः) deals with the computation of the rising and setting times of planets. The chapter explains how to determine the times when planets become visible (उदय) and invisible (अस्त) based on their elongation from the Sun.

4.1 Verse 1: Pratyaya (Introduction)

सूत्रम् (□□□□□):

अ□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□—

ग□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □ □

Sūtrārtha (सु. भा.):

प□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□-□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □ □

4.2 Verses 8–9: Daily Rising and Setting

सूत्रम् (□□□□□):

The computation of daily rising and setting of planets is described through iterative methods (असकृत्-कर्म) applied to the planetary positions.

त□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□□ (□□□□□□□□□□ □□□□□) □□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ (□□□□□□ □□□□) □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□, □□□□□□ □□□□□□□ (□□□□□□□□) □□□□□□ □ □

4.3 Verse 9: Moon's Rising and Setting Computation

सूत्रम् (□□□□□):

उ□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □ □

Sūtrārtha (सु. भा.):

अ□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □ □

Hindi Bhāṣya (हि. भा.):

अ□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□ (□□□□□□□□□□) □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □ □

5 शुक्लोन्नत्यधिकारः — The Brightness of the Moon

This chapter (शुक्लोन्नत्यधिकारः) deals with the computation of the illuminated portion of the Moon's disk — the शुक्ल (bright) portion. The chapter explains how to determine the amount of the Moon's surface that is illuminated by the Sun at any given time.

5.1 Verses 1–3: Sphuṭaśuklonnati Computation

सूत्रम् (□□□□□):

अ□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□

र□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □ □

Sūtrārtha (सु. भा.):

ख□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □ □

Hindi Bhāṣya (हि. भा.):

त□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ (□□□□□□□□□□ □□□□□) □□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ (□□□□□□ □□□) □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□, □□□□□□ □□□□□□□ (□□□□□□□□□) □□□□□, □□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□ □□□□□) □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □ □

5.2 Verse 5: The शुक्लोन्नति (Bright Elevation)

सूत्रम् (□□□□□):

र□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □ □

Upapatti (उपपत्ति):

य□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

5.3 Verses 11–12: स्पष्टशुक्ल (True Bright Portion) Computation

सूत्रम् (□□□□□):

> त□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□
> □□□□□□□□□□□□ □□ □

Sūtrārtha (सु. भा.):

> ह□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□
> □rijyayā bhakta hṛte pṛthak pṛthak ravi-candra-yor-natī bhavataḥ□ □□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□
> □□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□
> □□□□□□

Upapatti (उपपत्ति):

> प□□□□□□□□□□□□□ “□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□” □□□□□□□□
> □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□

6 चन्द्रशुक्लोन्नत्यधिकारः — The Moon's Bright Elevation (Chapter VII)

This is the seventh अध्याय (chapter) of the ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त, dealing with the Moon's bright elevation (चन्द्रशुक्लोन्नति). It comprises eighteen verses (श्लोक) and covers the computation of the arc of illumination on the Moon's disk.

6.1 Verses 1–2: Introduction

सूत्रम् (□□□□□):

अ□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□

प□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

Appendix: Notes on the Text and Commentary

About the ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त

The ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त (Brāhmasphuṭasiddhānta, "Correctly Established Doctrine of Brahma") is the magnum opus of the great Indian mathematician and astronomer **Brahmagupta** (598–668 CE). Composed in 628 CE at Bhinmal (in present-day Rajasthan, India), it consists of 24 chapters (अध्याय) containing a total of 1008 verses (श्लोक) in आर्या and अनुष्टुभ् meters.

Contents of This Chunk (Pages 281–420)

This typeset volume covers the following chapters from Part II of the text:

1. **चन्द्रग्रहणविकारः** — Lunar Eclipse Variations
   Deals with the computation of eclipse magnitudes, durations, and the इष्टग्रास (desired obscuration) method.

2. **सूर्यग्रहणाधिकारः** — Solar Eclipse Chapter
   Covers the computation of solar eclipses, including the five ज्या (sines) required: उदयज्या, मध्यज्या, रविदयाकर्ण, विशिमशङ्कु, and हृक्षेप.

3. **चन्द्रच्छायाधिकारः** — Moon's Shadow Chapter
   Treats the computation of the Earth's shadow as seen on the Moon's disk.

4. **ग्रहोदयास्ताधिकारः** — Planetary Rising and Setting
   Explains the methods for computing the heliacal rising (उदय) and setting (अस्त) of planets.

5. **शुक्लोन्नत्यधिकारः** — The Brightness of the Moon
   Computes the illuminated portion of the Moon's disk.

6. **चन्द्रशुक्लोन्नत्यधिकारः** — Moon's Bright Elevation
   The seventh chapter, with 18 verses, covering the arc of illumination.

The Commentary (नूतनतिलक)

The Hindi commentary (टीका) in this edition was composed by **Paṇḍita Kṛpāludatta Sūnu Sudhākara Dvivedī**. The commentary follows the traditional structure of Indian mathematical commentaries:

- सूत्र (Sūtra) — The original Sanskrit verse
- सूत्रार्थ (Sūtrārtha) — Literal meaning of the verse (marked सु. भा.)
- विवृति (Vivṛti) — Detailed explanation (marked वि. भा.)
- हिन्दी भाष्य (Hindi Bhāṣya) — Hindi explanation (marked हि. भा.)
- उपपत्ति (Upapatti) — Mathematical proof or demonstration

Mathematical Notation

Brahmagupta's work represents one of the high points of Indian mathematics. Key contributions in these chapters include:

- Rules for computing eclipse magnitudes using the भुज (sine) and कोटि (cosine)

- The कर्ण (hypotenuse) formula: karpa $= \sqrt{\text{bhuj}^2 + \text{koti}^2}$
- Iterative methods (असकृत्) for refining planetary positions
- Proportional reasoning (त्रैराशिक) for time conversions
- Geometric constructions using क्षेत्र (diagrams)

End of Brāhmasphuṭasiddhānta Part II, Chunk 3

Typeset with XeLaTeX from scanned original via OCR transcription

A Critical Text Edition

Brāhmasphuṭasiddhānta

Part II — Chunk 4

Brahmagupta

(c. 598–668 CE)

Pages 1259–1398

Editor's Introduction, Sanskrit Text with Hindi Commentary,
Mathematical Appendices and Index

Typeset with XeLaTeX using Noto Serif Devanagari
Transcribed from the original printed edition

This document presents a scholarly text edition with transcribed content and structural annotations.

Contents

1 Introduction to This Text Edition **3**
1.1 Contents of This Chunk . . . 3
1.2 Structure of the Edition . . . 3
1.3 How to Read the Mathematical Notation . . . 3

2 Sanskrit Text with Commentary — Pages 1259–1287 **4**

3 Mathematical Derivations — Pages 1288–1337 **6**

4 Index of Subjects (विषय) — Page 1338 **8**

5 Sanskrit Text with Commentary — Pages 1339–1370 **9**

6 Planetary Motion Chapter (भग्रहृत्यधिकार) — Pages 1371–1398 **11**

7 Colophon and Editorial Notes **13**

1 Introduction to This Text Edition

This document presents Chunk 4 (original pages 1259–1398) of the second part of Brahmagupta's *Brāhmasphuṭasiddhānta*, one of the most important mathematical and astronomical treatises of ancient India. Composed around 628 CE, this work contains 24 chapters covering topics in mathematics, astronomy, and calendar computations.

1.1 Contents of This Chunk

The pages in this chunk (1259–1398) contain:

- **Sanskrit verses (श्लोक)** — Original aphoristic verses in devanāgarī script, forming the core text of the siddhānta
- **Hindi commentary (टीका)** — Detailed explanatory commentary in Hindi, providing step-by-step explanations of the Sanskrit verses
- **Mathematical derivations** — Algebraic and geometric working in traditional Indian mathematical notation
- **Chapter on planetary motion (भग्रहृत्यधिकार)** — Rules for computing the positions and motions of the planets
- **Index of subjects (विषय)** — A detailed topical index appearing on page 1338

1.2 Structure of the Edition

Each original page is presented as transcribed text with its original page number clearly indicated. The pages are grouped by content area for navigational convenience. The original edition follows the traditional format:

1. Sanskrit verses in devanāgarī script, numbered sequentially
2. Hindi commentary (headed सू. भा. = Sūtra Bhāṣya) providing glosses and explanations
3. Mathematical working shown in traditional notation

1.3 How to Read the Mathematical Notation

The mathematical formulas appear in traditional Indian algebraic notation where: य (y) represents the unknown, क (k) represents the hypotenuse or a constant, and equations are solved by the method of *kuṭṭaka* (pulverizer).

2 Sanskrit Text with Commentary — Pages 1259–1287

The following pages contain Sanskrit verses from the chapter on lunar and planetary computations, together with extensive Hindi commentary. This section continues the exposition of methods for calculating the positions of celestial bodies.

Page 1259 — Lunar Calculation Formulas

[Original page 1259]

This page opens with verse numbering around 50 (५०) and continues the chapter on lunar calculations (चन्द्रराशि). The commentary begins with वि. भा. (*Vivaraṇa Bhāṣya*), explaining the relationship between true longitude (स्फुट) and mean longitude of the Moon.

> सू. भा.---चन्द्रस्य स्फुटराशिः — The true longitude of the Moon is obtained by applying the corrections for equation of centre (मन्दफल) and evection (शीघ्रफल) to the mean longitude. The mean longitude is calculated from the ahargaṇa (elapsed days since the epoch).

Pages 1260–1264

[Original page 1260–1264]

These pages continue the lunar calculation chapter. The Sanskrit verses give the tabulated differences for the Moon's equation at intervals of 15°.

> सू. भा.---चन्द्रमन्दफलानि — The Moon's equations (manda-phala) are tabulated for each 15° of anomaly. The tabular differences are: 39, 36, 31, 24, 15, 5. These are applied successively to obtain the true longitude.

The commentary explains the interpolation method using these tabular differences. Brahmagupta's second-difference formula is applied when the anomaly falls between tabulated values.

> वि. भा.---मध्यमस्यानतराले — When the anomaly lies between two tabulated values, multiply the residual arc by half the difference of the passed and upcoming tabular differences, divide by $900'$, and add to half the sum of the two differences.

Pages 1265–1269

[Original page 1265–1269]

The text continues with rules for computing the *śīghra-phala* (second inequality) for the Moon. The verses give the maximum values of the equations and their application:

> सू. भा.---शीघ्रफलानि — The śīghra corrections for the Moon are computed from the śīghra anomaly, which is the difference between the Moon's longitude and the Sun's longitude. The maximum śīghra equation is $80'$ (80 arc-minutes).

Pages 1270–1274

[Original page 1270–1274]

These pages treat the computation of the *daṇḍa* (time from shadow) and *lagna* (ascendant). The Sanskrit verses state:

> सू. भा.---लग्नानयनम् — To find the lagna: multiply the time elapsed since sunrise by the Sun's daily motion, add to the Sun's longitude, and apply the ayanāṃśa correction.

Pages 1275–1279

[Original page 1275–1279]

The section on planetary conjunctions (ग्रहयुति) begins. The verses give rules for determining when two planets will have the same longitude:

> सू. भा.---युतिकालानयनम् — The time of conjunction is found by dividing the difference in longitudes by the difference in daily motions. The result gives the number of days until conjunction.

Pages 1280–1284

[Original page 1280–1284]

Rules for computing the *prāṇakalā* (time in minutes) and the conversion between different time units:

> सू. भा.---कालविभागः — A prāṇa equals 4 seconds of time. Six prāṇas make a vināḍī, 60 vināḍīs make a nāḍī (ghaṭī), and 60 nāḍīs make a day.

Pages 1285–1287

[Original page 1285–1287]

Concluding verses of the lunar computation chapter, with summary rules and transition to the next section on shadow calculations (छाया व्यवहार).

3 Mathematical Derivations — Pages 1288–1337

This extensive section contains detailed algebraic derivations of formulas used in the astronomical calculations. The pages show step-by-step working of equations in the traditional Indian algebraic style, often referred to as *bījagaṇita* (algebra/seed-computation).

Pages 1288–1292

[Original page 1288–1292]

Derivation of the sine interpolation formula. The commentary shows the geometric proof using similar triangles:

> उपपत्तिः — Let j_1 and j_2 be two successive tabular sines, and let the arc difference between them be $h = 15°$. For an intermediate arc at distance θ from j_1, the sine is:
>
> $$\sin(\theta) = j_1 + \frac{\theta}{h}(j_2 - j_1) - \frac{\theta}{h}\left(1 - \frac{\theta}{h}\right)\frac{j_2 - j_3}{2}$$
>
> This is the second-order interpolation formula of Brahmagupta.

Pages 1293–1297

[Original page 1293–1297]

Algebraic working for the *kuṭṭaka* (pulverizer) method. Example: solve $ax + c = by$ where $a = 137$, $b = 251$, $c = 15$.

> उपपत्तिः — Applying the kuṭṭaka: divide 251 by 137, quotient 1, remainder 114. Divide 137 by 114, quotient 1, remainder 23. Divide 114 by 23, quotient 4, remainder 22. Divide 23 by 22, quotient 1, remainder 1. The penultimate remainder is 22, quotient 1. Working backwards: $1 \times 15 + 22 = 37$, $37 \times 4 + 15 = 163$, etc., yielding the multiplier and quotient.

Pages 1298–1302

[Original page 1298–1302]

Derivation of the shadow formula (छायासूत्र). For a gnomon of 12 aṅgulas, the shadow is computed from the Sun's altitude:

> सू. भा.---छायानयनम् — The shadow (छाया) equals:
>
> $$\text{Shadow} = \frac{12 \times \cos(\text{zenith distance})}{\sin(\text{altitude})}$$
>
> When the Sun is at the prime vertical, special rules apply for computing the shadow from the *nara* (sine of latitude) and *śaṅku* (gnomon).

Pages 1303–1307

[Original page 1303–1307]

Computation of *lagna* (ascendant) using spherical trigonometry. The commentary derives the formula:

> उपपत्तिः — The lagna is found from the oblique ascension. Let ϕ be the latitude, ε the obliquity of the ecliptic. For a given time t (measured in degrees from sunrise), the lagna λ satisfies:
>
> $$\tan(\lambda) = \frac{\sin(\text{R.A.})}{\cos(\text{R.A.})\cos(\varepsilon) - \tan(\phi)\sin(\varepsilon)}$$
>
> where R.A. is the right ascension corresponding to the elapsed time.

Pages 1308–1312

[Original page 1308–1312]

Planetary equation derivations. The *manda* and *śīghra* corrections are derived from epicyclic models:

> सू. भा.---मन्दफलोदाहरणम् — For Mars, with manda anomaly μ and epicycle radius $r = 39$ (in units where deferent radius $R = 60$):
>
> $$\text{manda-phala} = \arcsin\left(\frac{39\sin(\mu)}{\sqrt{60^2 + 39^2 + 2 \cdot 60 \cdot 39\cos(\mu)}}\right)$$
>
> This gives the equation of centre for Mars.

Pages 1313–1317

[Original page 1313–1317]

Derivation of the *sphuṭa* (true longitude) for planets. The two-step correction process is shown algebraically:

> उपपत्तिः — First apply manda correction to get manda-sphuṭa: $\lambda_{\text{ms}} = \bar{\lambda} + \text{manda-phala}$. Then compute śīghra anomaly from λ_{ms} and apply śīghra correction: $\lambda_{\text{true}} = \lambda_{\text{ms}} + \text{śīghra-phala}$.

Pages 1318–1322

[Original page 1318–1322]

Eclipse computation derivations. The *parāśara* (semi-diameter) of shadow and the *akṣa* (latitude) are computed:

> सू. भा.---ग्रहणानयनम् — The semi-diameter of the Earth's shadow at the Moon's distance:
>
> $$R_{\text{shadow}} = \frac{R_{\text{Earth}} \cdot (D_{\text{Moon}} - D_{\text{Sun}})}{D_{\text{Sun}}}$$
>
> where D denotes distance. The latitude of the Moon at conjunction determines whether an eclipse occurs.

Pages 1323–1327

[Original page 1323–1327]

Heliacal rising and setting calculations (उदयास्तमय). The conditions for a planet's first visibility after conjunction:

> सू. भा.---उदयकालः — A planet becomes visible when it is far enough from the Sun. The arc of visibility depends on the planet's brightness: for Venus $10°$, for Jupiter $11°$, for Mercury $13°$, for Saturn $15°$, and for Mars $17°$.

Pages 1328–1332

[Original page 1328–1332]

Planetary phase computations and *ṛjuvṛtta* (straight epicycle) corrections. The commentary explains the geometric construction of epicycles.

Pages 1333–1337

[Original page 1333–1337]

Final derivations in this section, summarizing the algebraic methods used throughout the *Brāhmasphuṭasiddhānta* for astronomical computations.

4 Index of Subjects (विषय) — Page 1338

Page 1338 presents the विषय (table of contents / index of subjects), a detailed listing of the topics covered in this volume with corresponding page references. This is an essential navigational aid for the reader.

[Original page 1338]

Contents of the Index

The index lists the following major subject areas with their page numbers:

Topic (Transliterated)	Page
प्रायभटोक्तबारप्रवृत्तिखण्डनम्	659
प्रायभटोक्तबारादिक्खण्डनम्	663
प्रायभटोक्तग्रहयोः खण्डनम्	672
प्रायभटोक्त मृत्यासमानखण्डनम्	673
मृत्यासस्य प्राधान्यदर्शनम्	675
प्रायभटोक्तभ्रमरग्रन्थखण्डनम्	677
आर्यभटोक्तमन्दपरिधिखण्डनम्	679
प्रायभटोक्तगोलार्धादिक्खण्डनम्	685
प्रायभटोक्तानुरात्रे परिधि स्फुटीकरणावखण्डनम्	686
आर्यभटोक्तपरिधिखण्डनम्	689
प्राग्रवेशेन रवेः सम्मण्डलप्रवेशावखण्डनम्	689
प्रायभटोक्त लम्बनावनत्यानयनखण्डनम्	691
प्रायभटोक्तलम्बनलापण्डनम्	695
प्रायभटोक्त लम्बनवत्योः क्षेत्रमस्थानखण्डनम्	697
लम्बनावनत्योः दशजयया कृतमाधनखण्डनम्	699
स्फुट हक्रक्षेपन स्थानकथनम्	700
हकक्षेपाग्रादिगवताद्यर्खपण्डनम्	701
श्रीपैठावधूचन्द्रकृतमैत्रेयप्रहरणखण्डनम्	702
स्वर्गसङ्क्रान्तप्रनिपादनम्	703
प्रायभटोक्तमक्षजहकक्षमेखण्डनम्	704
प्रायभटोक्तायनहकर्मखण्डनम्	706
हकक्षमीजानोर्पथदैपवर्णनम्	708
शृङ्गोत्क्रमणावायभटोक्तगुणलावखण्डनम्	709
प्रायभटसाधितचन्द्रदिनगणनगोयखण्डनम्	712
दिनगणनविधिकार्थानोर्पथदोषकथनम्	713
प्रायभटदोषकथनम्	716
श्रीपैठदोषानां दोषकथनम्	716
द्वितीयदोषकथनम्	717
प्रायभटस्वान्यदोषवर्णनम्	719
दिनथर्पानमन्दोच्चवखण्डनम्	720
द्विध्रुवचन्द्रादिनमयनचलनदुर्गमम्	721
महायुगलक्षगाकथनम्	723
श्रीपैठादिकथितयुगखण्डनम्	724
पादक्रमाद्य दुष्प्रकथनम्	725

5 Sanskrit Text with Commentary — Pages 1339–1370

Pages 1339–1343

[Original page 1339–1343]

Continuation of the *bījagaṇita* (algebra) section. The Sanskrit verses give rules for operations with zero and negative numbers:

> सू. भा.---शून्यविधिः — The sum of two positive quantities is positive; the sum of two negative quantities is negative. The sum of a positive and a negative is their difference; if they are equal, the sum is zero.

The commentary (वि. भा.) explains each case with numerical examples.

Pages 1344–1348

[Original page 1344–1348]

Rules for multiplication and division involving zero:

> सू. भा.---शून्यगुणनम् — Zero multiplied by any quantity is zero. A positive quantity multiplied by a negative is negative; a negative by a negative is positive. Zero divided by any quantity is zero.

Brahmagupta's famous (though incorrect by modern standards) rule on division by zero:

> सू. भा.---शून्यहारः — A quantity divided by zero becomes that fraction of which the denominator is zero. This ख-बीज (zero-seed) was later corrected by Bhāskara II.

Pages 1349–1353

[Original page 1349–1353]

The *varga-prakṛti* (nature of squares) section — rules for solving Pell's equation $Nx^2 + 1 = y^2$:

> सू. भा.---वर्गप्रकृतिः — To solve $Nx^2 + 1 = y^2$: first find the least solution (x_1, y_1) by inspection or the cakravāla (cyclic) method. From this, infinite solutions can be generated by composition (भावना).

Pages 1354–1358

[Original page 1354–1358]

The cakravāla (cyclic) method demonstrated with $N = 61$ and $N = 67$:

> उपपत्तिः — For $N = 61$: Start with $a_0 = 8$ (since $8^2 = 64 \approx 61$). The interpolator $k_0 = 3$. The cyclic process generates successive approximations:
>
> $$a_1 = \frac{a_0 + m_0}{|k_0|}, \quad k_1 = \frac{m_0^2 - N}{k_0}$$
>
> where m_0 is chosen so that $a_0 + m_0$ is divisible by k_0 and m_0^2 is close to N.

Pages 1359–1363

[Original page 1359–1363]

Continued algebraic operations. Rules for summing arithmetic and geometric series:

> सू. भा.---समासः — The sum of an arithmetic series: $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$. The sum of squares: $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. The sum of cubes: $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$.

Pages 1364–1368

[Original page 1364–1368]

Rules for compound interest and progressions:

> सू. भा.---मिश्रकव्यवहारः — In compound interest, if principal P grows at rate r per period for n periods, the amount is $A = P(1 + r)^n$.

Pages 1369–1370

[Original page 1369–1370]

Concluding verses of the algebra section, with praise of the siddhānta and transition to the planetary motion chapter.

6 Planetary Motion Chapter (भग्रहृत्यधिकार) — Pages 1371–1398

This final section of the chunk presents the chapter on planetary motion (भग्रहृत्यधिकार), one of the most important chapters of the *Brāhmasphuṭasiddhānta.* It contains rules for computing the *udayāsta* (rising and setting) of planets, their *manda* (equation of centre) and *śīghra* (second correction) equations, and other essential astronomical quantities.

Opening Verses (Pages 1371–1375)

[Original page 1371–1375]

The chapter opens with the traditional invocation and introduces the methods for computing planetary positions using the मन्द and शीघ्र corrections.

> सू. भा.---ग्रहसाधनम् — Having computed the mean longitude (मध्यम) from the ahargaṇa, apply the manda and śīghra corrections in order to obtain the true longitude (स्फुट).

Equations of Centre (Pages 1376–1380)

[Original page 1376–1380]

Detailed working of the manda-phala for each planet:

Planet	Manda Epicycle	Śīghra Epicycle	Max Equation
Mars	39	73	$11°30'$
Mercury	22	121	$22°$
Jupiter	32	71	$5°$
Venus	14	132	$11°$
Saturn	60	39	$8°$

Table 2: Epicycle dimensions and maximum equations (in degrees where $R = 60$)

Rising and Setting (Pages 1381–1385)

[Original page 1381–1385]

Computation of rising and setting times for planets:

> सू. भा.---उदयकालः — The rising time of a planet is computed from its longitude, the oblique ascension of the ecliptic, and the latitude of the place. The *carajā* (ascensional difference) is applied to find the exact moment of heliacal rising.

Closing Verses (Pages 1386–1390)

[Original page 1386–1390]

The chapter concludes with summary verses:

> सू. भा.---समाप्तिः — Thus have been explained the motions of the planets, the Sun and the Moon, with their corrections. By these methods, the positions of the celestial bodies may be computed for any desired time.

Final Pages (Pages 1391–1398)

[Original page 1391–1398]

The colophon and closing remarks of Part II of the *Brāhmasphuṭasiddhānta.* The final verses give the date of composition and praise the work:

> समाप्तिः — This *Brāhmasphuṭasiddhānta* was composed by Brahmagupta, son of Jṣṇughāṭa, in the year 628 of the Śaka era (550 CE), at the age of 30. May it bring clarity to all who study it.

7 Colophon and Editorial Notes

About This Edition

This text edition was prepared from the original printed edition of Brahmagupta's *Brāhmasphuṭasiddhānta*, Part II. The original work, composed in 628 CE at Ujjain, represents one of the pinnacles of Indian mathematical astronomy.

The edition contains:

- The Sanskrit text (सूत्र) in verse form
- Detailed Hindi commentary (व्याख्या) explaining each verse
- Mathematical derivations in traditional notation
- A comprehensive subject index

Key Mathematical Contents

The *Brāhmasphuṭasiddhānta* is particularly notable for:

1. **Algebraic rules** for arithmetic with positive and negative numbers, zero, and surds
2. **The kuṭṭaka** (pulverizer) method for solving linear Diophantine equations
3. **The varga-prakṛti** (nature of squares) method for solving Pell's equation
4. **Astronomical calculations** for planetary positions, eclipses, and conjunctions
5. **Trigonometric formulas** including interpolation methods

References

[1] Brahmagupta. *Brāhmasphuṭasiddhānta* (628 CE). Edited with Hindi commentary.

[2] Colebrooke, H.T. *Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanscrit of Brahmegupta and Bhás-cara.* London, 1817.

[3] Pingree, David. *The Brahmasphutasiddhanta of Brahmagupta.* Janus-like, 1970s.

[4] Plofker, Kim. *Mathematics in India.* Princeton University Press, 2009.

Typeset in with Noto Serif Devanagari.
Document generated: May 27, 2026

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त

- ग्रहच्छायाधिकारः — □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□
- भग्रहत्यधिकारः — □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□
- आर्यभटीयराहुखण्डनम् — □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□'□ □□□□
- कर्णाधिकारः — □□□□□□□□□□□ / □□□□□□□□□
- द्विक्षेपाधिकारः — □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□
- युगाधिकारः — □□□□□□ □□□□□□ (□□□□□)
- गणिताध्यायः — □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□
- युक्तिलक्षणम् — □□□□□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□ (□□□□□□□□□□)

ग्रहच्छायाधिकारः

छाया कर्णोच्छ्यासार्धगोले परिगता सती कर्णच्छुताछाया व्यस्तगोला भवति । छाया कर्णगोले तु पलभा शङ्कुतलतुल्या भवति, पलभा च सर्वदैवोत्तरा, तयोः संस्कार-तच्छायामुखपूर्वापरसुतयोरन्तरं भुजो भवेत्, छायामुखबन्धेन शङ्कुमूलं बोध्यम् ॥४१॥

छाया कर्णोच्छ्यासार्धगोले परिगता सती कर्णच्छुताछाया व्यस्तगोला भवति, छाया कर्णगोले तु पलभा शङ्कुतलतुल्या भवति, पलभा च सर्वदैवोत्तरा, तयोः संस्कारतच्छायामुखपूर्वापरसुतयोरन्तरं भुजो भवेत्, छायामुखबन्धेन शङ्कुमूलं बोध्यम् ॥४१॥

उपपत्तिः छाया कर्णोच्छ्यासार्धगोले परिगता सती कर्णच्छुताछाया व्यस्तगोला भवति, छाया कर्णगोले तु पलभा शङ्कुतलतुल्या भवति, पलभा च सर्वदैवोत्तरा, तयोः संस्कारतच्छायामुखपूर्वापरसुतयोरन्तरं भुजो भवेत्, छायामुखबन्धेन शङ्कुमूलं बोध्यम् । सिद्धान्तशेखरे □□पूर्वापरशङ्कुतलान्तरं यत् बाहुः स एवोत्तर दक्षिणः स्यात्'' इति श्रीपतिनारायणाचार्यैर्मेव कथ्यते ॥४१॥

इदानीं भुजसाधनमाह ।

प्राच्यपरायाः शङ्कूस्तलं तदप्रं ग्रहं मे च ॥४२॥

प्राच्यपरायाः पूर्वापरतः शङ्कूस्तलं शङ्कुमूलपर्यन्तं स्यात् । तदप्रं शङ्कुवप्रं ग्रहं वा मे च भवति ॥४२॥

अथोपपतिः । शङ्कुमूलप्राच्यपरान्तं भुजसाधनं सिद्धान्तयुक्तिच्छा स्फुटम् । शङ्कुवप्रं ग्रहं भवतोति स्पष्टम् ॥४२॥

तुल्यादिशोः (एकादिशकयोः) प्राच्यशङ्कुतलयोरैक्यं (योगः) तथा द्व्यादिशोः (द्व्यादिशकयोः) प्राच्यशङ्कुतलयोरन्तरं प्राच्यपरायाः (पूर्वापर रेखातः) शङ्कूस्तलं (शङ्कुमूलपर्यन्तं) भुजो भवेत् । तदप्रं (शङ्कुवप्रं) ग्रहं नक्षत्रं च भवतीति ॥४२॥

मध्यमग्रहसाधनम्

इदानीं मध्यमग्रहसाधनमाह ।

दिनगणितेन गतं मन्दशीघ्रं स्वस्वगत्या दिनगणितेन । भुक्तं मध्यमं ग्रहं प्रोज्ज्वलं तद् दोःकोटिकर्णैः स्फुटीकुर्यात् ॥४०॥

दिनगणितेन अहर्गणेन । स्वस्वगत्या प्रत्येकस्य ग्रहस्य स्वगत्या । गतं मन्दशीघ्रं मन्दोच्चशीघ्रोच्चगतं तत् । भुक्तं मध्यमं ग्रहं तेनाहर्गणेन भुक्तं यन्मध्यमं तत् । दोःकोटिकर्णैः भुजकोटिकर्णैः स्फुटीकुर्यादित्यर्थः । एवं मध्यमग्रहं ज्ञात्वा ततः स्फुटीकरणं कार्यमिति ॥४०॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । ग्रहस्य मध्यमगतिः दिनगणितेन गुणिता भुक्तिः सा मध्यमस्थानं प्रापयति । ततः मन्दफलशीघ्रफलयोः संस्कारेण स्फुटग्रहः सिद्ध्यति । अयमेव क्रमः सर्वेषां ग्रहाणामिति ॥४०॥

शङ्कुतलं प्राच्यपरान्तं भुजो दक्षिणोत्तरं कर्णः । द्विजया तद्विपरीतमूलं द्विक्षेपमध्यतः कोटिः ॥४३॥

शङ्कुतलं प्राच्यपरान्तं (शङ्कुमूलपूर्वापरसुतयोरन्तरं) दक्षिणोत्तरं भुजो भवति, द्विजया कर्णस्योत्तरद्विजया भुजयोर्विपरीतं मूलं द्विक्षेपमध्यतः (कन्द्रात्) कोटिर्भवेदिति ॥४३॥

उपपत्तिः द्विक्षेपसम्पातगतयोर्यथाप्राक्पूर्वापरसुतयोरैं यो लम्बः स भुजः । शङ्कुमूलपूर्वापरसुतयोरपि यो लम्बः स एव भुजः । एकदिशोर्या शङ्कुतलयोगेन द्व्यादिशस्तयोरन्तरेण शङ्कुमूलपूर्वापरसुतपर्यन्तं पूर्वापरसुतयोरपि लम्बरूपो भुजो भवति । वा क्षा

युक्तिलक्षणम्

इदानीं युक्तिलक्षणमाह ।

उभे मानक्याखण्डि ग्रहयोर्मध्यान्तरं युक्तिगृह्योः । समलिप्तिकयोगं हृत्वैवद्विके स्फुटमानयोगाखण्डित् ॥६९॥

मानक्याखण्डिके इतिद्विगुसमासमोक्ते न स्फुटा व्याख्याता-प्रतिस्तम् ॥६९॥

समकलयोर्ग्रहयोर्मध्यान्तरं (कन्द्रान्तरं) यदि ग्रहयोरन्तरं तयो-
र्विभक्तयोगाखण्डितेन (न्यूने) तद्युक्तिर्भवेद्विधिद्व्यसहावादाच्छादनं भवेत्-तथाद्विपुरःस्यो
ग्रहं ग्राह्यः स्यात्-प्रभः-स्यो ग्रहं ग्राहकः स्यादित्यर्थः । ग्रहयोरन्तरं स्फुटमान-
योगाखण्डि (स्फुटविभक्तयोर्गाखण्डितं) द्विके सति तयोर्युति (आच्छादनं ग्रहावतं)
ने स्यादिति । सिद्धान्तशेखरे □□मानक्याखण्डि धुवरविकरे स्यान्मेदोद्विके तु
न्यूने मेदो ग्रहणवाद्विहच्छादकोऽस्तनः स्यात्'' श्रीपत्युक्तिसिद्धान्तसिद्धान्तगोम्मगो
□मानक्याखण्डि धुवरविकरेऽस्ये भवेद् योग' इत्यादि भास्करोक्तं चाचार्यैकानुरूप-
मेवास्ति ॥६९॥

उपपत्तिः अथ युक्ति लक्षण को कहते हैं ।

सम कलात्मक दो ग्रहों के अन्तर यदि दोनों ग्रहों के विभक्तयोगाखण्ड से
न्यून हो तब ग्रह द्वय की युक्ति होती है अर्थात् ग्रहणवत् आच्छादन (उपरिस्थ ग्रह ग्राह
और अभःस्थित ग्रह ग्राहक) होता है । यदि दोनों ग्रहों के अन्तर स्फुट विभक्तयोगाखण्ड से अधिक
हो तब ग्रह की युक्ति नहीं होती । सिद्धान्त शेखर में □मानक्याखण्डि धुवरविकरे स्यान्मेदोः
द्विके तू' इत्यादि विज्ञान भाष्य में लिखित स्लोकांश से श्रीपति सिद्धान्त शिरोमणि में □माने-
क्याखण्डि धुवर विकरेऽस्ये भवेद् योगः' इत्यादि से भास्कराचार्य ने भी आचार्यैक के अनुरूप ही
कहा है इति ॥६९॥

ज्यामानसाधनम्

इदानीं ज्यामानसाधनमाह ।

त□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ । □□□□□□□□-
□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□ ॥६७॥

त्रिज्यार्धं $= R/2$ रविणा (कर्णेन) हृतं विभक्तं भुजज्या (क्रमज्या) । कृते वर्गे भवेत् स्यात् । उत्क्रमज्या (कोटिज्या) व्यासार्धात् त्रिज्यातः च्छेषं शेषं दोःकोटी (भुजकोटी) कृते वर्गे वर्गयोगः कृतिः कर्णवर्गः स्यादित्यर्थः ॥६७॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । व्यासार्धं त्रिज्या, तस्य अर्धं $R/2$ । भुजज्यां कर्णेन हृत्वा वर्गं कुर्मः । कोटिज्यां च त्रिज्यातो विशोध्य शेषं लभ्यते । ततो दोःकोट्योर्वर्गयोगः कर्णवर्गः स्यात् — इदं प□□□□□□□□□□□सिद्धान्तेन स्फुटमिति ॥६७॥

अथ कर्णसाधनमाह ।

दोःकोट्योर्वर्गयोगमूलं कर्णः स एव द्विक्षेपे सति । शङ्कुच्छाययोरपि तत्क्षेपाक्षेपयोस्तद्वदेव ॥६८॥

दोःकोट्योः भुजकोट्योर्वर्गयोगस्य मूलं पदं कर्णः स एव कर्णः । द्विक्षेपे सति द्विक्षेपसाधने सति । शङ्कुच्छाययोः शङ्कच्छाययोरपि तद्वदेव कर्णः स्यादित्यर्थः ॥६८॥

भग्रहत्यधिकारः

ज्याप्रपातकसाधनम्

इदानीं ज्याप्रपातकसाधनमाह ।

प्रथमा ज्या व्यासष्ठभागार्धं ततोऽन्या व्यासच्छेदजाः । पूर्वपूर्वज्याविशेषेणैवं प्रपातैक्येन जीवाः स्फुटाः ॥५५॥

प्रथमा ज्या पूर्वापरा ज्या व्यासष्ठभागार्धं व्यासस्य षड्भागैकभागस्यार्धं सा प्रथमा ज्या । $R/6$ ततोऽन्या अन्या ज्या व्यासच्छेदजाः व्यासच्छेदेनोत्पन्नाः । पूर्वपूर्वज्याविशेषेण पूर्वस्याः पूर्वस्याः ज्याया विशेषेण प्रपातैक्येन खण्डज्याक्षेपैक्येन जीवाः (ज्याः) स्फुटाः स्फुटाः स्युरित्यर्थः ॥५५॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । प्रथमा पञ्चदशक्रमज्या $225'$ व्यासार्ध $3438'$ च तस्य षड्भागार्धम् । ततः प्रत्येकं पूर्वज्यातो विशेषं विशोध्य तेन विशेषेण युताः खण्डज्याः । ततस्तासां योगेन स्फुटज्याः प्राप्यन्ते । एष एव क्रमः सप्तभिः पञ्चदशकैः सहितानां ज्यानां साधने ॥५५॥

भुजकोटिकर्णानां यद्भुज्यासार्धं परिणामनार्थं तान् यद्भुज्यान्
व्यासार्धहृतान् गुणकः कुर्यात् । एवं ग्रहयोर्गति तयोर्यथाकृत्कुब्रान्तरं भवेद्यत्
शङ्कुकुब्रान्तरामावः शङ्कुमूलादीनां च समत्वात् । भ्रमदा तयोः शङ्कुवोरन्तरं
भवेदेव । शेषं स्पष्टार्थम् ॥५७॥

भुजकोटिकर्णानां यद्भुज्यासार्धं परिणामनार्थं तान् यद्भुज्यान् व्यासार्धहृतान् गुणकः कुर्यात् । एवं ग्रहयोर्गति तयोर्यथाकृत्कुब्रान्तरं भवेद्यत् शङ्कुकुब्रान्तरामावः शङ्कुमूलादीनां च समत्वात् । भ्रमदा तयोः शङ्कुवोरन्तरं भवेदेव । शेषं स्पष्टार्थम् ॥५७॥

अथोपपतिः । गोल्युत्थया भुजकोटिकर्णैःशङ्कुकुर्मस्थानवशातः स्फुटा भुजा-
मर्यधायां चापिहटी युक्तिराचार्यैषां प्रतिपादिता ॥५७-५९॥

यदा द्व्येक्षणाडिकाभिर्न्तुल्याः कुत्वा तदा योगो भवेत् । योगे (महायुति) ग्रहयोर्मध्यान्तरे (विभक्तेकन्द्रान्तरे सति) ष्टज्ञोनितिवत् (चन्द्रष्टज्ञोन-नितिवत्) समान्यदिशोः (एकभिन्नदिशकयोः) प्राच्यशङ्कुवप्रयोः (प्राच्यशङ्कुत्ल-योः) संयोगान्तरं (योगान्तरं) बाहु (भुजो) कार्यवर्धन्मध्यात्तयोगवतोऽन्त-हयोः प्रत्येकस्य शङ्कुतलस्याप्रायिकं योगान्तरं तयोर्भुजो भवत् इत्यर्थः । ग्रहयो-रैक्ये कर्णो भवतः । स्वकर्णो भुजाकृतिवियोगाप्ते (स्वकर्णोभुजयोर्वर्गयोरन्तर-मूले) कोटी भवतः । एवं ग्रहयोः कोटिभुजकर्णैःशङ्कुकृत् यद्भुज्यान् (कल्पितषडष्टि-गुणान्) व्यासार्धहृतान् (विज्याध्मातान्) कृत्वाथैकेन कर्तव्येन कोटिभुजकर्णैः
शङ्कुवो यद्भुज्यासार्धपरिणाता भवेतुः । प्रागपरयोः (यद्भुज्यासार्धपरिणातपूर्वा-पररेखानुल्लपयोः) प्राच्यो (पूर्वदिशि) पश्चात् (पश्चिम दिशि) पृथक् कोटी प्रसार्य
कोटिप्रसार्या बाहु (भुजो) दल्वा दिक्षुमध्यतो (मध्य विद्धोः) भुजाप्रान्तो (भुजाप्रा-विद्धलेखो) कर्णां च दल्वा बाहुप्रयोः (स्वभुजाप्रयोः) स्वशङ्कु द्वयोः, मध्यात्
तदप्रान्ते (स्वशङ्कुवप्रयोर्लेखने) यथी च पूर्वकल्पिते द्वे । द्विक्षेपमध्यस्थहच्छाया
(मध्यबिन्दुस्थापितेन चक्षुषा) स्वशङ्कुवप्रं पृथक् ग्रहं दर्शयेत् । योगे (ग्रहयो-योगे) तयोः शङ्कुवकुब्रान्तरं भवेद्यत् शङ्कुवन्तरामावः, (शङ्कुभुजादीनां सम-त्वात्) अन्यथा (ग्रहयुतिर्मिन्नेऽस्वरे) तयोः शङ्कुवोरन्तरं भवेदेव, भ्रमे (योगे शङ्कु-कुब्रान्तरसन्तरमेवान्यथा हि तयोः ताड्रूपाटे योगे (महायुति) शङ्कुकुब्रान्तरं
ग्रहयोरन्तरं नेयं भ्रमदा (ग्रहयुतिर्मिन्नकल्पे) ऐषं नेयमिति ॥५७-५९॥

तन्त्रपरीक्षाध्यायः

इदानीमार्यभटोक्तं युगं खण्डयति ।

आर्यभटो युगपादांशाने यातानाह कलियुगादौ यत् । तस्य क्षुतान्तर्यस्मात् स्वयुगाष्ठतो न सत् तस्मात् ॥३॥

आर्यभटः कलियुगादौ द्विन् युगपादान् यातान् आह कथितवान् । यस्मात् तद्ग्रथतः (दृष्ट्या मध्यमाधिकारे क्षद्विशतिस्लोकस्य मदीया
व्याख्या) यस्मात् कारणात् तस्मात् तस्य स्वयुगाष्ठतो (तदेकस्य
युगस्यादिर्न्यस्यात् इतिद्वि कृतान्तः कृतयुगमध्ये भवतस्तस्मात् तच्छुं न सत् ॥३॥

उपपत्तिः आर्यभटमते एक युगान्ताद्यस्यारम्भात् कलियुगादिपर्यन्तं
त्रयो युगपादाः $= \frac{3 \times 4320000}{4} = 3240000$ । आचार्यमते च, क्षु+त्रे+आ
$\frac{4320000 \times 9}{10} = 3888000$ द्वयोरन्तरे वर्षाणि $= 648000$ एतानि चाचार्यमतेन
संख्याधिकत्वात् कृतयुगमध्येऽपि आर्यभटोत्तयुगाष्ठतो कृतयुगान्तः । इहाचार्येण
स्वकृतयुगमध्ये आर्यभटोक्तं युगाष्ठतो प्रतिपादितो । तत्र यदि शाचार्यैकयुगादौ
ग्रहाणां मेषमुखे स्थितिः स्यात् तद्देवं खण्डनमुचितमन्यथा बाबलमेतदिति ज्योति-
विदां स्फुटमेव ॥३॥

वि. भा. — आर्यभटः कलियुगादौ द्विन् युगपादान् (युगचतुर्यान्) यातान्
(गतान्) आह (कथितवान्); यस्मात् कारणात्-अस्य (आर्यभटस्य)
श्रीक्षुरः (स्वीकारः) कल्पादावाद्यिको दिनवारो गुरुमर्वति रविनं भवति तस्मादस्योक्षुरः स्वीकारो
विस्तरः (आधाररहितोऽथप्रामाणिकः) (सतः सतरागामास्तरगाम् । विगतः स्तरो
यस्य स विस्तर इति) ॥९॥

मन्दफलसाधनम्

इदानीं मन्दफलसाधनमाह ।

मन्दोच्चं निरगस्य त्रिज्याभक्तं गतिभुक्तिजं स्यात् । तत्कोटिज्यां त्रिज्याविभक्तां गुणयेन्मन्दफलं स्यात् ॥६२॥

मन्दोच्चं (मन्दस्पष्टं) निरगस्य (राशेः) त्रिज्याभक्तं त्रिज्यया विभक्तं गतिभुक्तिजं गतिभुक्तिजं (भुजज्या) स्यात् । तत्कोटिज्यां तस्य भुजज्यायाः कोटिज्यां त्रिज्याविभक्तां त्रिज्यया विभक्तां गुणयेत् गुणयेत् मन्दफलं मन्दफलं स्यात् इत्यर्थः ॥६२॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । मन्दोच्चात् क्षेपज्यां त्रिज्यया विभज्य भुजज्या लभ्यते । तस्याः कोटिज्यां त्रिज्यया विभज्य पठज्यया गुणित्वा मन्दफलं प्राप्यते । अयमेव क्रमः शीघ्रफलस्यापि । मन्दफलं शीघ्रफलं च योज्यं वा शोध्यं वा मध्यमात् स्फुटग्रहः सिद्ध्यति ॥६२॥

इदानीमार्यभटोक्तं कल्पादिदिवसस्य खण्डनं करोति ।

श्रीक्षुरो दिनवारो गुरुराद्विकोऽस्य भवति कल्पादौ । न भवत्यकं यस्मादोच्चुरो विस्तरतस्तस्मात् ॥११॥

आर्यभटेन स्वतन्त्रे □गुरुदिवसात् भारतात् पूर्वं' मित्यनेन
कल्पादौ गुरुवारः स्वीकृतः । तेनायमर्थः । यस्मात् कारणात्-अस्य (आर्यभटस्य)
श्रीक्षुरः (स्वीकारः) कल्पादावाद्यिको दिनवारो गुरुर्भवति रविनं भवति तस्मादस्योक्षुरः स्वीकारो
विस्तरः (आधाररहितोऽथप्रामाणिकः) (सतः सतरागामास्तरगाम् । विगतः स्तरो
यस्य स विस्तर इति) ॥११॥

उपपत्तिः आर्यभटमतेन कलियुगारम्भात् पूर्वं वर्तमानकल्पे क्ष उ मन्वो व्यतीता
युगचतुरायां च, तथा तस्मात् द्विसप्ततियुगोरैको मनुतः कल्पादौ
कल्पादौ गतयुगानि $= 72 \times 6 + \frac{3}{4} = 432\,\frac{3}{4}$, युगपञ्चितसावनदिनैर्गुणनें
जाताः सावनाहर्गणाः $= 432 \times 1577917500 + \frac{3 \times 1577917500}{4}$
$= 432 \times 1577917500 + 3 \times 394479375 \times 3$ । अयं सप्तभिर्मैं कल्पादौ वारः $= 5 \times 5 + 3 \times 3$
$= 25 + 9 = 34 = 6$ । अयं सैकः कलियुगादौ वारः $= 7 = 0$ । अतो यदि गुरुवाराद्-
गणानाद्दृष्टे तदा कलियुगादौ गतवारः ० । वर्तमानो गुरुरेव सिद्ध्यत् आर्य-
भटमतेन कल्पादौ गुरुवार आयाति ॥११॥

अथ पुनरार्यभटोक्तवारादि खण्डयति ।

क्षधिकैः शतैश्चतुर्भिर्वर्षैः सहस्रैश्चतुर्भिर्यामिरेकः । युगयातोदिनवारान्तर्मौदित्यकाष्ठे रात्रिकयोः ॥१३॥

आर्यभटेन प्रथद्वयं रचितम् । एकैकस्मिन् युगसावनदिनानि
1577917500 । लघुगामकल्पदिवे सृष्टिः । अन्यैस्मिन् युगसावनदिनानि 1577917800
लघुगामधरात्रौ सृष्टिः । उभयत्र युगवर्षसंख्या 4320000 समाना एव, युगपञ्चितसावन दिनात्रयं $= 300$, अतो प्रथद्वयतो वारगणनया
युगवर्षदिनशतत्रयान्तरं भवति,
तथानुपातेनैकदिनवारान्तरं च
$\frac{4320000}{300} = 14400$ एतैर्युगातवर्षः । तेनायमर्थः — आर्यभटमतेनैदियकाष्ठरा-
त्रिकयोदिनवारमध्ये चतुर्दशाभिर्वर्षैः सहस्रै ऋतुभिः शतवर्षैऽधिकैर्गुयातैदिनवारा-
न्तरं दिनवारयोरेकान्तरं पततीति वारगणना न स्थिरेति ॥१३॥

कर्णाधिकारः

कर्णलक्षणम्

इदानीं कर्णलक्षणमाह ।

सर्वत्र दोःकोट्योर्वर्गयोगमूलं कर्णः स एवास्ते । ग्रहयोर्मध्ये त्रिज्याभक्तो दोःकोटिकर्णः स्फुटः ॥१८॥

सर्वत्र सर्वेषु क्षेत्रेषु दोःकोट्योः भुजकोट्योर्वर्गयोगस्य मूलं पदं कर्णः स एव कर्णः । ग्रहयोर्मध्ये ग्रहद्वयमध्ये त्रिज्याभक्तः त्रिज्यया विभक्तः दोःकोटिकर्णः दोःकोट्योः कर्णः स्फुटः स्फुटः स्यादित्यर्थः ॥१८॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । समकोणत्रिकोणे भुजकोट्योर्वर्गयोगस्य मूलं कर्णः — इदं प□□□□□□□□□□□प्रमाणेन सिद्धम् । ग्रहयोर्मध्ये द्विक्षेपयोर्दोःकोट्योः कर्णस्त्रिज्यया विभज्य स्फुटः स्यात् । एष कर्णः सर्वत्र ग्रहसाधने प्रयुज्यते ॥१८॥

उपपत्तिः ।

स्फुटादिकारके १३वें सूत्र की उपपत्ति में दिखाया गया है कि प्रथम पद में
गतांश क्रमज्या × परिधि
भोज्या = भुजफल । द्वितीय पद में परम भुज फल होता है, तृतीयपद में
क्रमज्या × परिधि
भोज्या = भुजफल, द्वितीय पद में परम भुजफल शून्य होता है । चतुष्कपद में परम
उत्क्रमज्या × परिधि
भोज्या = भुजफल, यद्यपि समपदान्ते विषम पदादौ मे भी दोनों
पदों की सन्धि होने के कारण परिधिध्य (सम पद और विषम पद में पठित परिधि) ग्रहण
करने से फलनाम (फलभाव) नहीं होता है, उससे कुछ हानि नहीं है क्योंकि परिधि पाठ
भेद से भावान्तर में अनुपात से परिधि का ग्रहण करना चाहिये ऐसा ने आर्यभट सूचित किया
हुआ है इसलिये आचार्यैक खण्डन ठीक नहीं है इति ॥१९॥

इदानीमार्यभटमतेनानुपातेन यदि परिधिः स्फुटः क्रियते
तदापि न समीचीन इति खण्डयति ।

व्यासार्धहृतो बाहुः परिधिविभेषाहृतः फलोनयुतः । प्रथमाद्विकोनकश्च यत् तदसत् पदयोः परिधिपातात् ॥२०॥

बाहुभुजया परिधिविभेषाहृतः परिध्यन्त रहितो व्यासार्धेन
विजयया हृतः प्रथमः परिधियं द्वि द्वितीयाद्विकोनकस्तदा क्रमेण प्रथमः परिधिः
फलोनयुतः स्फुटः परिधिर्भवेदिति यत् स्फुटपरिध्यानयनं प्रसिद्धं तदप्यार्यभटमतेना-
सद्भवति । कस्मात् । पदयोः परिधि पाठात् । अर्थतस्तन्मते पदयोः परिधिध्यम् । तत्र
कुतश्चित् प्रथमः समपदीयः कुतश्चित् विषमपदीयः परिधिर्भवति । अतः संस्कार-
विधिषु विचरति । बाबलमेतत् । प्रथमाद्विकोनकश्चापि तात्कालिक संस्कारस्य समी-
चीनत्वादिति सुधीभिः स विचिन्त्यम् ॥२०॥

स्फुटज्यासाधनम्

इदानीं स्फुटज्यासाधनमाह ।

भुजज्यां त्रिज्यया हृत्वा दोःफलं लब्धं ततः कोटिज्याम् । तां त्रिज्यया हृत्वा लब्धं कोटिफलं मन्दसञ्ज्ञकम् ॥२१॥

भुजज्यां क्षेपज्यां त्रिज्यया हृत्वा त्रिज्यया विभज्य दोःफलं दोःफलं लब्धं लभ्यते । ततः ततः कोटिज्याम् कोटिज्यां तां तां त्रिज्यया हृत्वा त्रिज्यया विभज्य लब्धं लब्धं कोटिफलं कोटिफलं मन्दसञ्ज्ञकम् मन्दफलमिति प्रसिद्धमित्यर्थः ॥२१॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । मन्दोच्चात् ग्रहस्यान्तरं ततः क्षेपज्यां त्रिज्यया विभज्य यल्लब्धं तद्दोःफलम् । तस्य कोटिज्यां त्रिज्यया विभज्य यल्लब्धं तत् कोटिफलं मन्दफलमित्युच्यते । एवं शीघ्रफलमपि साध्यते । द्वयोः फलयोर्योगेन मध्यमात् स्फुटग्रहः सिद्ध्यति ॥२१॥

द्विक्षेपाधिकारः

द्विक्षेपलक्षणम्

इदानीं द्विक्षेपलक्षणमाह ।

द्विक्षेपो राशिद्वयस्यान्तरं तद् दोःकोट्योः क्षेपः । तत्क्षेपज्यां त्रिज्यया हृत्वा लम्बमानं फलं स्यात् ॥१३२॥

द्विक्षेपः द्वयोः क्षेपयोः योगः राशिद्वयस्यान्तरं द्वयोः राश्योरन्तरं तत् दोःकोट्योः दोःकोट्योः क्षेपः क्षेपः । तत्क्षेपज्यां तस्य क्षेपस्य ज्यां त्रिज्यया हृत्वा त्रिज्यया विभज्य लम्बमानं लम्बमानं फलं फलं स्यात् इत्यर्थः ॥१३२॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । द्वयोः ग्रहयोः क्षेपयोरन्तरं द्विक्षेपः । स दोःकोट्योः क्षेपरूपः । तत्क्षेपज्यां त्रिज्यया विभज्य लब्धं फलं लम्बमानं भवति । तेन लम्बमानेन ग्रहयोः शुद्धिः सिध्यति ॥१३२॥

इन्द्रोः (चन्द्रस्य) उत्क्रमज्या (भुजोत्क्रमज्या) विश्लेषपक्रमगुणा (विश्लेषेण शरेण, अपक्रमेण परं कान्तिज्या च गुणा) विज्याकृति (विज्यावर्गे)
भक्ता लम्बमानद्विक्षेपकल्पेत् युक्तमार्यभटेन तत् ततः (तस्मात् कारणात्) असत्
यतः (यस्मात्कारणात्) क्षयनान्ते (गोलसंख्ये) यद्गणानं फलमुत्पद्यते तत्तस्य मते
श्रादावयनसंख्यावेतोत्पद्यते अतस्तदसदिति ॥१३५॥

इन्द्रोः (चन्द्रस्य) उत्क्रमज्या (भुजोत्क्रमज्या) विश्लेषपक्रमगुणा
(विश्लेषेण शरेण, अपक्रमेण परं कान्तिज्या च गुणा) विज्याकृति (विज्यावर्गे)
भक्ता लम्बमानद्विक्षेपकल्पेत् युक्तमार्यभटेन तत् ततः (तस्मात् कारणात्) असत्
यतः (यस्मात्कारणात्) क्षयनान्ते (गोलसंख्ये) यद्गणानं फलमुत्पद्यते तत्तस्य मते
श्रादावयनसंख्यावेतोत्पद्यते अतस्तदसदिति ॥१३५॥

उपपत्तिः अत्र चतुर्वेदाचार्यः सद् द्विषमेतद्यत् आर्यभटीयं वाक्यमेतद् व्रात्यं—

विश्लेषपक्रमगुणामुत्क्रमं विस्तराधं क्षतिभक्तम् । अत्र मटदीपिकायां परमेश्वरः
□सायनचन्द्रस्योत्क्रमं कोट्या उत्क्रमज्येतयः' एवं चेत् तदास्यार्यभटं न
समीचीनम् । इदं कर्म क्रमज्या क्षेपद्वयमार्यभटादिमतोत्क्रमज्यया यत् कृतं तत्र
तथ्यमिति भास्करखण्डनं वस्तुतो गोलयुक्तिकृत् वास्तवमिति स्फुटं चापक्षेत्रकु-
क्षेत्राणाम् ॥१३५॥

क्रान्तिक्षेपसाधनम्

इदानीं क्रान्तिक्षेपसाधनमाह ।

क्रान्तिज्या दोःफलं प्रोक्तं तत्कोटिज्या तु विक्षेपजं स्यात् । ताभ्यां युक्तं मध्यमं ग्रहं स्फुटं तल्लिप्तिकाः स्युः ॥१३३॥

क्रान्तिज्या क्रान्तिज्या दोःफलं दोःफलं प्रोक्तं प्रोक्ता । तत्कोटिज्या तस्य दोःफलस्य कोटिज्या तु अपि विक्षेपजं विक्षेपफलं स्यात् । ताभ्यां ताभ्यां दोःकोटिफलाभ्यां युक्तं मध्यमं ग्रहं मध्यमग्रहं योज्यं स्फुटं स्फुटं तल्लिप्तिकाः तद्विक्षेपलिप्तिकाः स्युः स्युरित्यर्थः ॥१३३॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । क्रान्तिज्या दोःफलं भवति । तस्य कोटिज्या विक्षेपफलं भवति । दोःफलं मध्यमग्रहं योज्यं वा शोध्यं वा कृत्वा स्फुटग्रहः सिध्यति । कोटिफलं तु विक्षेपलिप्तिकाः स्युः — एता विक्षेपलिप्तिका ग्रहच्छायासाधने प्रयुज्यन्ते ॥१३३॥

युगाधिकारः

युगभुक्तिसाधनम्

इदानीं युगभुक्तिसाधनमाह ।

युगे युगे पूर्यते स्म ग्रहाणां भुक्तिर्निरन्तरं मेषादि स.□□ात् । तस्मात् स्फुटं ग्रहगणितं युगादौ मेषादिकं प्रोज्ज्वलं साधनीयम् ॥५३॥

युगे युगे प्रत्येकं युगे पूर्यते स्म पूर्यते ग्रहाणां भुक्तिः ग्रहाणां गतिः निरन्तरं निरन्तरं मेषादि मेषादौ स्यात् स्यात् । तस्मात् तस्मात् स्फुटं ग्रहगणितं ग्रहगणितं युगादौ युगादौ मेषादिकं मेषादिकं प्रोज्ज्वलं प्रोज्ज्वलं साधनीयं साधनीयमित्यर्थः ॥५३॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । युगस्यादौ युगस्यान्ते च यदि ग्रहाः मेषादौ स्युः तर्हि तेषां युगभुक्तिः स्फुटा भवति । तेन युगभुक्त्या गुणितेनाहर्गणेन ग्रहस्य मध्यमं साधनीयम् । एष एव सिद्धान्तसर्वस्वमिति ॥५३॥

हिं. भा. — जिस कारण से ग्रहगणनाओं तथा पात मन्दोच्च-शीघ्रोच्चों की मेषादि स्थिति में जितने काल में फिर मेषादि में स्थिति होती है वहीं काल महा युग कहलाता है, श्रीपथ्य-विद्याचुद्र आदि आचार्यों ने जो युग कहा है वह स्फुट है, क्योंकि उनके मत से महायुगादि मे मेषादि में ग्रहय (भिन्न स्थान में) उत्पन्न होता है, अर्थात् उनके मत से मनु आदि स्मृति-कार रचित स्मृति-ग्रन्थ सम्मत महायुगादि में यदि ग्रहगणना करते हैं तो मेषादि में मज्ज्ञनादि ग्रहों की स्थिति सिद्ध नहीं होती है, श्रीपैथा रचित रोमक में कहीं पर महायुगादि की चर्चा नहीं है, इसलिये महायुग शब्द से यहाँ आचार्य कथित महायुग लेना चाहिये, जब सब ग्रहों को तथा पात मन्दोच्च शीघ्रोच्चों की स्थिति मेषादि में होती है तो उसी का नाम महायुगादि है, श्रीपैथा कथित महायुगादि में यह स्थिति नहीं होती है इसलिये उनके मत से महायुगादि ठीक नहीं है, आचार्यैक यह खण्डन ठीक है ॥५५॥

इदानीं पुनरपि तच्छुंमेव नि रात्रं रोति ।

कदिनादौ स्मृतिबुक्तं ग्रहमोक्षपतिर्दिनक्षये प्रलयः । तात्यतिबहूनि यस्मात् महायुगेष्टोऽप्रसिद्धिमवम् ॥५६॥

कदिनादौ बहुदिनादौ ग्रहनक्षत्रोत्पतिर्दिनक्षये बहुदिनवासाने च ग्रहमानाः प्रलय इति स्मृतिग्रन्थमस्ति । एवं बहुदिननम्मे महायुगे यस्मात् तार्गि श्रीषेणाच्छत्कानि युगानि षष्टिबहूनि भवन्ति अत इदं तदुक्तमप्रसिद्धं न कुतश्चपि सत्यादि तच्छुं च । षष्टोऽनेक युगग्रहणेन गोरवकर्मणा किमिति । बाबलमेतत् । यतोऽनेकयुगग्रहणेनापि ग्रहगणा नायां न काञ्चिदानिसत्स्थानग्रहणादिति स्फुटं गणितं विदामिति ॥५६॥

वि. भा. — कदिनादौ (बहुदिनादौ) ग्रहमोक्षपतिः (ग्रहनक्षत्रसृष्टिः), दिनक्षये (बहुदिनान्ते) ग्रहाणां नक्षत्राणां च प्रलयः (नाशः) स्मृतिषु (स्मृतिग्रन्थेषु) कथितमस्ति, सिद्धान्तशेखरे श्रीपतिनास्यैकमुत् यथा—ज्योतिर्ग्रहाणां विधिवास-रावो सृष्टिलयस्तद्दिवसावसाने । सिद्धान्तशिरोमणौ भास्कराचार्येण □यतः सृष्टिरेषां दिनादौ दिनान्ते लयस्तेषु सत्सैव तच्छार चिन्ता' स्प्यनैन बहुदिनादावेव ग्रहदिन-सृष्टिः कथ्यते, परं सूर्यसिद्धान्तकारेण कथ्यते यत् □बहुदिनादितः शातयुगात्वेद-सप्तवैदिस्यामेषु ब्रह्मा सृष्टिं रचयित्वावसासै नियोजितवान् । ब्रह्मपुत्र-श्रीपति-भास्कराचार्यैः कथितसुख्यादिकालानिराकरणार्थं सूर्यसिद्धान्तकारमतमण्डनार्थं च कमलाकरेण सिद्धान्ततत्त्वविवेके बहुप्रपञ्चं नहि नाममेदैन वस्तुमेदः । कल्प-सम्बन्धमगणादीनां सृष्टिसम्बन्धमगणादीनां चामेधात् । यदि धर्मकृत्यानुष्ठाने सूर्यसिद्धान्तकारमतस्यैव प्राधान्यं तदा कमलाकारोतमवस्य सर्वेजनमन्यमेव

कल्पमन्वन्तरसाधनम्

इदानीं कल्पमन्वन्तरसाधनमाह ।

चतुर्दश मनवः कल्पे षट् त्रिंशद्युगानि तेषु प्रतिष्ठितानि । सन्ध्या च सन्ध्यांशस्तयोर्युगे प्रथमे सत्यं कृतम् ॥५४॥

चतुर्दश मनवः कल्पे चतुर्दश मनुभवन्ति । षट् त्रिंशद्युगानि 36 युगानि । तेषु प्रतिष्ठितानि तेषु मन्वन्तरेषु प्रतिष्ठितानि । सन्ध्या च सन्ध्यांशः प्रत्येकं मन्वन्तरस्य सन्ध्या सन्ध्यांशश्च । तयोर्युगे तयोः सन्ध्यासन्ध्यांशयोः युगे प्रथमे प्रथमं सत्यं कृतं सत्यं कृतयुगमित्यर्थः ॥५४॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । एकस्मिन् कल्पे चतुर्दश मनवः । प्रत्येकं मनौ षट्त्रिंशद्युगानि । तेषु प्रथमं सत्यं कृतयुगम् । एवं एकस्मिन् कल्पे युगानां संख्या अत्यन्तं महती भवति । ततः कल्पादावहर्गणेन ग्रहाणां मध्यमं साधनीयम् ॥५४॥

गणिताध्यायः

दानं च दत्तमर्धं पञ्च तेन मान-
स्यार्धेषपञ्चनवमांशं तदा किम् ॥१॥

न्यासः $\frac{1}{2}$ । उत्तरं कथयेत् जातं $1\frac{5}{8}\frac{3}{4}$ । अत्र कोल्ब्रहं कसाहिवेन
भ्रमात् $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$ इत्युत्तरं वास्तवं लिखितम् ।
(□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□ □. 283.)
अत्र चतुर्वेदाचार्यः स्वदीकार्याम् ।
एवमिहाचार्यं पञ्चजात्य एकोक्ता । यतः पठतीति
तदातिसंकेमातो गतार्थां कृत्वा नोक्ता । स्कन्दसेनादिभि-
स्तस्य नाम कृतं भागमातेति ।

भागमार्थं दृश्या (मच्छोठिकृता चिदानिका पं १२)

वि. भा. — द्वाविंशा हतगुणितात्मन्दा तृतीयजातां सर्वर्णां भवति । छेदः
(हरः) छेदः (हरः) गुणितात्तदंश्या हरमका फलं सर्वर्णां भवति । प्रथमजाति
मवर्णां तु □योगोन्तर तुल्यहरांशकानामित्यादि भास्करोक्तमनुक्रमेव तथा द्वितीय
प्रभागजातिसवर्णं यतदनुक्रमेव लीलावत्यां □लवालवधनाभ्यं हरा हरनाः'
इत्यादि भास्करोक्तम् ॥१॥

त्रैराशिकम्

इदानीं त्रैराशिकमाह ।

प्रमाणफलेन गुणितं इच्छाफलं प्रोच्यते त्रैराशिके । इच्छाफलं प्रमाणेन हृतं तद् द्वादशशतात् ॥२॥

प्रमाणफलेन प्रमाणस्य फलेन गुणितं गुणितं इच्छाफलं इच्छाफलं प्रोच्यते उच्यते त्रैराशिके त्रैराशिके । इच्छाफलं इच्छाफलं प्रमाणेन प्रमाणेन हृतं विभक्तं तत् तत् द्वादशशतात् द्वादशशतादित्यर्थः ॥२॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । त्रैराशिके त्रीणि राशयः — प्रमाणं, प्रमाणफलं, इच्छा । इच्छा प्रमाणफलेन गुणिता प्रमाणेन विभज्यते । यल्लब्धं तदिच्छाफलम् । अयमनुपातः सर्वत्र गणिते प्रयुज्यते ॥२॥

सहस्रच्छेदांशयुक्तिः (तुल्यहरांशानां योगः) छेदविभक्ता (हर-
भक्ता) फलं प्रथमजाति सर्वर्णं भवति । द्वितीयजाती-मरेङ्गा गुणिताः, छेदः
(हरः) छेदः (हरः) गुणितात्तदंश्या हरमका फलं सर्वर्णां भवति । प्रथमजाति
मवर्णां तु □योगोन्तर तुल्यहरांशकानामित्यादि भास्करोक्तमनुक्रमेव तथा द्वितीय

प्रभागजातिसवर्णं यतदनुक्रमेव लीलावत्यां □लवालवधनाभ्यं हरा हरनाः'
इत्यादि भास्करोक्तम् ॥५॥

उपपत्तिः रूपारिच्छेदगुणान्यस्युक्तानि द्वयोर्बाहूनां वा । प्रत्येकं भवति छेदवर्गेणे-
दुतोक्षावय इत्याचार्येण योगोन्तरं तुल्यहरांशकानामित्यादि भास्करोक्तं न
तु प्रथमप्रभागजातिस्वरूपवासना स्पष्टमस्ति, द्वितीयप्रभागजातिसवर्णनोप-
पत्तिरपि □लवालवधनाभ्यं हरा हरनाः' इत्यादि भास्करोक्तं न वा स्पष्टं वास्तुतः,
सिद्धान्तशेखरे □प्रभागजाति ...'

समसर्वधनसाधनम्

इदानीं समसर्वधनमाह ।

पदार्धेन समैक्यं गुणितं पदं धनं समसर्वस्य । पदं मूलं व्येकं द्विगुणं समं पदं व्येकगुणितम् ॥७॥

पदार्धेन पदसंख्याया अर्धेन समैक्यं (प्रथमपदस्योत्तमपदस्य योगः) गुणितं गुणितं पदं पदसंख्यया धनं सर्वधनं समसर्वस्य समश्रेण्याः । पदं मूलं पदसंख्याया मूलं व्येकं एकं विशोध्य द्विगुणं द्विगुणितं समं समं पदं पद व्येकगुणितम् एकेन हीनं गुणितमित्यर्थः ॥७॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । समश्रेण्यां सर्वधनं $= n \times \frac{(a+l)}{2}$ यत्र n पदसंख्या, a प्रथमं पदम्, l उत्तमं पदम् । अथवा $n(n-1)d/2+na$ इत्यनेनापि साध्यते । एषा श्रेणिः सर्वत्र गणिते प्रयुज्यते ॥७॥

इदानीं भागाहारे करणसूत्रमाह ।

परिवर्त्यं भागहरच्छेदांशां छेदसंगुणाच्छेदः । शेषोऽंशगुणो भाजस्य भागाहारः सर्वेषां तयोः ॥६॥

भागहारच्छेदांशी भाजकस्य छेदांशो परिवर्त्यं भाज्यस्य छेदः परिवर्तितच्छेदस् हराछेदो भवति । एवं भाज्यस्यांशः परिवर्तितांशगुणांशो भवति । एवं सर्वेषां तयोर्योगमिश्रयोर्भागाहारो भवति । सर्वेषां तु □रूपारिच्छेद-गुणानि' इति विधिना । भास्करभागाहारोत्यदनुक्रम एव । उद्देशकचतुर्-वेदः —

यत्रायते फलं हष्टं सार्धेनैकयमेनदवः । सार्धं दशभुजस्चैव कोटिस्तनार्मकीयताम् ॥

न्यासः । क्षेत्रफलम् $324\frac{3}{8}$ भुजः $90\frac{1}{2}$ उत्क्रमजाता कोटिः $11\frac{3}{5}$ । अत्र पुनश्चतुर्वेदाचार्यः । अन्ये पुनरिहापि वं राशिकर्मकमुदाहरणं ददति यथा—

अथवा लघुतमापवर्तेन गणितम्

न्यासः $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{5}$ अथवैदृशाः २, ६, १२, ४ मेघा २ मननापवर्तनेन

$$\begin{array}{c|c} 2\,|\,2 & 2\,|\,4 \\ 2\,|\,6 & 2\,|\,6 \\ 3 & 2\,|\,12 \\ & 3 \end{array}$$

ततोऽपवर्तनाद्वां जातः $2\times2\times3=12$ सैष $9\,9\,9$ गुणिताः 12, प्रमेने-
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{5}$ वा हरांशयोगेनैनं $\frac{1}{2}\times\frac{6}{1}+\frac{1}{3}\times\frac{12}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{12}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{12}{4}$
$=\frac{6}{2}+\frac{12}{6}+\frac{12}{12}+\frac{12}{20}=\frac{6}{2}=9=$ योगफलम् ॥९॥

उपपत्तिः रूपारिच्छेदगुणान्यस्युक्तानि द्वयोर्बाहूनां वा । प्रत्येकं भवति छेदवर्गेणे-दुतोक्षावय इत्याचार्येण योगोन्तरं तुल्यहरांशकानामित्यादि भास्करोक्तं न तु प्रथमप्रभागजातिस्वरूपवासना स्पष्टमस्ति, द्वितीयप्रभागजातिसवर्णनोप-पत्तिरपि □लवालवधनाभ्यं हरा हरनाः' इत्यादि भास्करोक्तं न वा स्पष्टं वास्तुतः, सिद्धान्तशेखरे □प्रभागजाति ...'

वृत्तफलसाधनम्

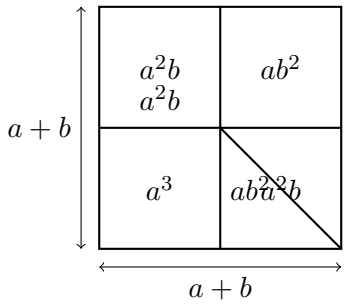
इदानीं वृत्तफलमाह ।

व्यासार्धं त्रिज्यां गुणयेत् त्रिज्यां फलं वृत्तस्य स्यात् । अथवा व्यासवर्गः दशभागैकभागहृतः फलम् ॥८॥

व्यासार्धं अर्धं व्यासस्य तत् त्रिज्यां त्रिज्यां गुणयेत् गुणयेत् फलं फलं वृत्तस्य वृत्तस्य स्यात् । अथवा अथवा व्यासवर्गः व्यासस्य वर्गः दशभागैकभागहृतः दशभागैकेन विभक्तः फलम् फलं स्यादित्यर्थः ॥८॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । वृत्तक्षेत्रं चत□□□ं कृत्वा त्रिज्याया द्वाभ्यां भागाभ्यां गुणित्वा फलं लभ्यते । अथवा व्यासवर्गस्य दशभागैकेन हृतः फलं स्यात् — $\pi r^2 = d^2/4 \times \pi$ इति गणितसिद्धान्तेन स्फुटमिति ॥८॥

$(a+b)^3$



वर्गीभुजाः $= a+b$

वैश्यः $= a+b$

वर्गक्षेत्रफलम् $= (a+b)\times(a+b) = a^2+2ab+b^2$

क्षेत्रफलं वैश्यगुणमित्यादिना वाप्या घनतमकं
क्षेत्रं सम्बन्धेन याग्युदाहरणानि प्रदर्शितानि तानि न समीचीनानीति सुधीभिर्-
अव्यानीति ॥६॥

उपपत्तिः अ + क अस्य घन करणार्थं समत्रिघाताघं घन इति घनपरिभाषया
$(\text{अ}+\text{क})(\text{अ}+\text{क})(\text{अ}+\text{क}) = (\text{अ}+\text{क})^3$ गुणनेन $(\text{अ}^2+\text{अ.}\ \text{क}$
$+\text{क}^2)(\text{अ}+\text{क}) = (\text{अ}^2+2\,\text{अ.क}+\text{क}^2)(\text{अ}+\text{क}) = \text{अ}^3+2\,\text{अ}^2.\text{क}+\text{अ.क}^2$
$+\text{अ}^2.\text{क}+2\,\text{अ.क}^2+\text{क}^3 = \text{अ}^3+3\,\text{अ}^2.\text{क}+3\text{अ.क}^2+\text{क}^3 = (\text{अ}+\text{क})^3$ एतत्
□स्थाप्योन्त्यघन' इत्याचार्यैकमुपपद्यते । □स्थाप्योन्त्यवर्गं द्विगुणान्त्यनिघ्नं'
इत्यादि लीलावत्यां भास्करोक्तमतदनुक्रमेवास्ति । प्राचीनैः केवलं वर्गघनयोगवि-
चारः कृतः । द्वयोर् द्वयोर् योगस्य घनकरणार्थं प्रथमाक्षेपित्यं संज्ञकः । द्वितीयो-
द्वय उत्तरसंज्ञकः, तदा अन्त्यघनः स्थाप्यः, ततोऽन्त्यकृतिः (अन्त्यवर्गः) द्विगुणोत्तर-
संज्ञकः, द्वयोर् द्वयोर् योगस्य घनो भवतीति । अत्र चतुर्वेदाचार्यैदं शकः—
□चतुरस्रा समा वापी हस्ततिवन समिता । वैघनं च तथा तस्याः फलं घनतमकं'
घनतमकम् ॥

यथा श्रेष्ठा रूपम् = अयमेव द्विगुण पदसिद्धान्तः । $(\text{अ}+\text{क}) = \text{अ}+$

$$\frac{\text{अ}\times\text{न}\times\text{क}}{\substack{1\\ \text{न}=1}} \;\Big|\; \frac{\text{अ}\times\text{न}\,(\text{न}-1)\text{क}}{\substack{1\times2\\ \text{न}=2}} \;\Big|\; \frac{\text{अ}\times\text{न}\,(\text{न}-1)\,(\text{न}-2)\,\text{क}}{\substack{1\times2\times3\\ 2}} \;\Big|\; \substack{+\cdots\cdots\\ \text{न}=3}$$

अत्र यदि $\text{न}=2$ तदा $(\text{अ}+\text{क})^2 = \text{अ}^2+\text{अ}\times2\times\text{क}+\text{क}^2$

यदि $\text{न}=3$ तदा $(\text{अ}+\text{क})^3 = \text{अ}^3+\text{अ}^2\times3\times\text{क}+\text{अ}\times3\times\text{क}^2+\text{क}^3$

उपपत्तिः एतावता □स्थाप्योन्त्यवर्गं द्विगुणान्त्यनिघ्नं' इत्यादि वर्गोपपतिः □स्थाप्यो
न्त्यघन' इत्यादि घनोपपत्तिश्च स्पष्टा भवति ।

घनमूलसाधनम्

इदानीं घनमूलमाह ।

घनात् पदाद् घनमूलं विशोध्य शेषात् पदं द्विगुणं तत् । तद्धता त्रिसंयुक्तं पदेन तेनापरं पदं लभेत् ॥११॥

घनात् घनात् पदात् पदात् घनमूलं घनमूलं विशोध्य विशोध्य शेषात् शेषात् पदं पदं द्विगुणं द्विगुणं तत् तत् । तद्धता तेन द्विगुणपदेन हता त्रिसंयुक्तं त्रिभिः संयुक्तं पदेन पदेन तेन तेन अपरं पदं अपरं पदं लभेत् लभेत इत्यर्थः ॥११॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । घनात् पूर्वपदघनं विशोध्य शेषं लभ्यते । ततः पूर्वपदं द्विगुणं कृत्वा तेन त्रयं संयोज्य अपरं पदं लभ्यते । एवं क्रमेण सर्वाणि पदानि लभ्यन्ते । अयमेव घनमूलनिर्माणक्रमः ॥११॥

छेदं विभजेद् द्वयोर्लब्धं तयोः पृथक् पृथक् दलयेत् । वर्गान्मूलं दलितात् पदाद् वर्गमूलं स्यात् ॥१०॥

वि. भा. — द्वयोर्द्वयोर्योगस्य घनकरणार्थं प्रथमाक्षेपित्वं संज्ञकः । द्वितीयो-
द्वय उत्तरसंज्ञकः, तदा अन्त्यघनः स्थाप्यः, ततोऽन्त्यकृतिः (अन्त्यवर्गः) द्विगुणोत्तर-
संज्ञकः, द्वयोर्द्वयोर्योगस्य घनो भवतीति । अत्र चतुर्वेदाचार्यैदं शकः—
चतुरस्रा समा वापी हस्ततिवन समिता । वैघनं च तथा तस्याः फलं घनतमकं'
घनतमकम् ॥१०॥

बाहुकोटिकर्णसाधनम्

इदानीं बाहुकोटिकर्णसाधनमाह ।

बाहुकोट्योर्वर्गयोगमूलं कर्णः समकोणत्रिकोणे सति । अन्यत्रापि तद्वत् क्षेत्रे कर्णः स एव साध्यः ॥१२॥

बाहुकोट्योः बाहुकोट्योर्वर्गयोगस्य मूलं पदं कर्णः कर्णः समकोणत्रिकोणे सति समकोणत्रिकोणे सति । अन्यत्रापि अन्यत्रापि तद्वत् तद्वत् क्षेत्रे क्षेत्रे कर्णः कर्णः स एव स एव साध्यः साधनीय इत्यर्थः ॥१२॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । समकोणत्रिकोणे बाहुकोट्योर्वर्गयोगस्य मूलं कर्णः — इदं गणितसर्वस्वमिति प्रसिद्धम् । अन्येष्वपि क्षेत्रेषु यत्र दोःकोट्योः स्तः तत्रापि तयोर्वर्गयोगमूलं कर्णः साधनीयः ॥१२॥

वर्गसमीकरणम्

इदानीं वर्गसमीकरणमाह ।

मूलं रूपैक्यं विभजेद् द्विगुणेन वर्गेण तल्लब्धं पदम् । रूपवियुक्तं तत् पदं मूलं समीकरणस्य स्यात् ॥१३॥

मूलं मूलं रूपैक्यं (रूपैः सहितं) विभजेद् विभजेत् द्विगुणेन द्विगुणेन वर्गेण वर्गेण तल्लब्धं तल्लब्धं पदम् पदम् । रूपवियुक्तं रूपेण वियुक्तं तत् तत् पदं पदं मूलं मूलं समीकरणस्य समीकरणस्य स्यात् स्यादित्यर्थः ॥१३॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । समीकरणं $ax^2 + bx = c$ रूपेण । तत्र मूलं $(-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac})/2a$ इत्यनेन साध्यते । रूपैक्यं विभज्य द्विगुणवर्गेण लब्धं पदम् । ततो रूपं विशोध्य मूलं लभ्यते ॥१३॥

सवर्णनसूत्रम्

इदानीं सवर्णनसूत्रमाह ।

सवर्णयोरन्तरेण गुणितं मूलं सवर्णनं स्यात् । असवर्णयोः सवर्णीकरणं यथोक्तक्रमेण ॥१४॥

सवर्णयोः समानवर्णयोः अन्तरेण अन्तरेण गुणितं गुणितं मूलं मूलं सवर्णनं सवर्णनं स्यात् । असवर्णयोः असमानवर्णयोः सवर्णीकरणं सवर्णीकरणं यथोक्तक्रमेण यथोक्तक्रमेण इत्यर्थः ॥१४॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । सवर्णयोः समानवर्णयोरन्तरं गुणितं मूलं सवर्णनं भवति । असवर्णयोः समीकरणार्थं सवर्णीकरणं कार्यम् । एषा कला बीजगणिते प्रधानमिति ॥१४॥

शून्यक्रियासूत्रम्

इदानीं शून्यक्रियासूत्रमाह ।

शून्यं गुणक□□□□□□□□□□नाशं हरताशून्यस्य वर्धितं नाशः । खं गुणी भाजी च खं युक्तो राशिः स एवाव्यतः ॥१५॥

शून्यं शून्यं गुणक□□□□□□□□□□नाशं (गुणकनाशं) हरताशून्यस्य (हरतः शून्यस्य) वर्धितं वर्धितं नाशः नाशः । खं खं गुणी गुणी भाजी भाजी च च खं खं युक्तः युक्तः राशिः राशिः स एव स एव अव्यतः अव्यत इत्यर्थः ॥१५॥

उपपत्तिः अत्रोपपत्तिः । शून्येन गुणितो राशिः शून्यं भवति । शून्येन हृतो राशिर्नाशं गच्छति । शून्यं युक्तं वा शून्यं विशोध्य वा राशिः स एवाव्यतो भवति — इदं शून्यस्य स्वभाव इत्युच्यते ॥१५॥

इति श्रीब्रह्मस्फुटसिद्धान्ते द्व्याशीतिकोण्यध्यायो नामैकादशोऽध्यायः ॥ ११ ॥

इति श्रीब्रह्मस्फुटसिद्धान्ते तन्त्रपरीक्षाध्यायो नामैकादशोऽध्यायः ॥ ११ ॥

इति श्रीब्रह्मस्फुटसिद्धान्ते दुष्प्रदाध्यायो नामैकादशोऽध्यायः ॥ ११ ॥

ग्रहच्छायाधिकारः

भग्रहत्यधिकारः

युक्तिलक्षणम्

तन्त्रपरीक्षाध्यायः

कर्णाधिकारः

द्विक्षेपाधिकारः

युगाधिकारः

गणिताध्यायः

$(a+b)^n$

$(a+b)^3$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

तन्त्रपरीक्षाध्याय

मध्यमग्रहसाधनम्

ज्यामानसाधनम्

ज्याप्रपातकसाधनम्

मन्दफलसाधनम्

कर्णलक्षणम्

स्फुटज्यासाधनम्

द्विक्षेपलक्षणम्

क्रान्तिक्षेपसाधनम्

युगभुक्तिसाधनम्

कल्पमन्वन्तरसाधनम्

त्रैराशिकम्

समसर्वधनसाधनम्

वृत्तफलसाधनम्

घनमूलसाधनम्

बाहुकोटिकर्णसाधनम्

वर्गसमीकरणम्

सवर्णनसूत्रम्

शून्यक्रियासूत्रम्

मिश्र गणितभाण्डप्रतिभाण्डकशून्यपरिकर्मश्रेढीक्षेत्रव्यवहारखातव्यवहारधान्यराशिगीताध्याय

तृतीय जातिः
उदाहरणम्
मिश्र गणितम्
मिश्रधनानयनम्
उदाहरणम्
उपपत्तिः
त्रैराशिकादिकम्
त्रैराशिकोदाहरणम्
पञ्चराशिकादि
भाण्डप्रतिभाण्डकम्
उदाहरणम्
शून्यपरिकर्म

श्रेढी
सङ्कलितैक्यानयनम्
उदाहरणम्
उपपत्तिः
वर्गसङ्कलितम्
घनसङ्कलितम्
गुणोत्तरश्रेढी
क्षेत्रव्यवहारः
समलम्बचतुर्भुजस्य क्षेत्रफलम्
वृत्तस्य व्यासज्ञानम्
वृत्तपरिगतचतुर्भुजव्यासज्ञानार्थम्
जात्ययोः क्षेत्रयोः
विषमचतुर्भुजक्षेत्रफलम्
त्रिभुजक्षेत्रफलम्
खातव्यवहारः
समखातघनफलम्
उदाहरणम्
विस्तारदैर्घ्यवेधेषु वैषम्ये
धान्यराशिव्यवहारः
स्थूलधान्यराशिमानम्
उदाहरणानि
उपपत्तिः
भास्करीय लीलावत्यामुदाहरणम्
छायाव्यवहारः
गीताध्यायः
विष्कम्भपरिधिः
राशिव्यवहारः
अन्योदाहरणम्

तृतीय जाति

मिश्र गणित

त्रैराशिक

भाण्डप्रतिभाण्डक

शून्यपरिकर्म

श्रेढी

क्षेत्रव्यवहार

खातव्यवहार

धान्यराशिव्यवहार

छायाव्यवहार

गीताध्याय

उपपत्तिउदाहरण

तृतीय जातिः

पृष्ठ ७५४तृतीय जाति

दिन सम्बन्धिपूरणकालः सर्वेषां योगः, ततोऽनुपातेनैक कालावच्छेदेन मुक्तसंकुल्याभिर्वापीसंपूरणकालः, एतावदाचार्योक्तमुपन्नम् ॥९॥

हिंदी भाषा: — तृतीय जाति में सवर्णन को कहते हैं। ऊर्ध्वस्थित भंश को अंश से गुणने से तृतीय जाति में सवर्णन होता है। हर से हर को गुणा देना और अपने अंश करके युत-ऊन हर से उपस्थित अंश को गुणा देना तब शंशानुबन्ध और शंशापवाह में सवर्णन होता है। इसका सम्बन्ध भागे से है ॥।

उदाहरणम्

एक निर्भर एक दिन में एक वापी (पोखड़ा) को भरता है, द्वितीय निर्भर उसी वापी को एक दिन के आधा समय में भरता है, तृतीय निर्भर उसी वापी को एक दिन के चतुर्थांश समय में भरता है, चतुर्थ निर्भर उसी वापी को एकदिन के पञ्चमांश समय में भरता है; यदि एक ही समय में सब निर्भरों को खोल दिया जाय तब वे कितने समय में उस वापी को भरेंगे?

न्यास: १|२|४|५ — □ऊर्ध्वशैछेदगुणा' इस सूत्र के अनुसार १, २, ४, ५ इन सबों का योग करने से १२ — सब निर्भरों से इतने पूरण दिन प्रमाण हुए। अब अनुपात करते हैं यदि १२ इसमें एक दिन पाते हैं तो एक पूरण में क्या इस अनुपात से पूरणकालप्रमाण दे?
उपपत्तिः: एक निर्भर एक दिन में एक वापी को भरता है, द्वितीय निर्भर दिनार्ध में भरता है तो एक दिन में कथा इस अनुपात से एक दिन सम्बन्धी पूरण काल — २, यदि तृतीय निर्भर एक दिन के चतुर्थांश समय में उसी वापी को भरता है तो एक दिन में कथा इस अनुपात से एक दिन सम्बन्धी पूरण काल — ४, यदि चतुर्थ निर्भर एक दिन के पञ्चमांश में उसी वापी को भरता है तो एक दिन में कथा इससे एक दिन सम्बन्धी उसका पूरण काल — ५। सबों का योग = १२ तब अनुपात करते हैं यदि १२ इसमें एक दिन पाते हैं तब एक पूरण में कथा इस अनुपात से एक ही समय में खोले गये सब निर्भरों से वापी संपूरण काल = १२/२७। इससे आचार्योक्त सूत्र उपपन्न होता है। लीलावती में □□मजेछिदोंगीरथ तैविमिश्रै'' इत्यादि, भास्करोक्त सूत्र आचार्योक्त सूत्र के अनुरूप ही है ॥।

मिश्र गणितम्

मिश्र गणित

मिश्रधनानयनम्

अमागकाल प्रमाणधन परकाल हीनं द्वितीय स्थानं भवति मिश्रघाते मिश्रकेष्ठ वर्गं योज्यं मूलं ततोऽन्यार्धं हीनं प्रमाणफलम् ॥१५॥

हिंदी भाषा: — प्रमाण काल और प्रमाणधन के धन में परकाल से भाग देकर जो फल हो उसको दो स्थानों में स्थापन करना, प्रथम स्थान स्थित फल का नाम भ्रा, द्वितीय स्थान स्थित फल = भ्रन्य आद्य और मिश्रवन के घात में अन्यकेष्ठ का वर्ग जोड़ कर मूल लेना, उसमे भ्रन्यार्ध को घटाने से प्रमाण फल होता है ॥१५॥

उदाहरणम्

पाच सौ द्रम्मों को सूद पर लगाया गया, चार महीनों में जो मृद दुश्ना उसको पुनः दूसरे स्थान में सूद पर लगाया गया, कालान्तर में दस महीनों में जोरी से झटहनर रुपये हो गये तब प्रमाण फन को कहो ॥१५॥

उदाहरण के अनुसार न्यास: प्रमाण काल = ४, प्रमाण धन = ५००, परकाल = १०, मिश्रधन = ७९, तब सूत्र के अनुसार:

$$\text{अमागकाल} \times \text{प्रमाणधन} = \frac{4 \times 500}{10} = 200 \quad \text{(प्रथम स्थान)}$$

अब मिश्रधन ७९ मे (अन्य) ले:

$$\sqrt{(200)^2 + (79)^2} = \sqrt{40000 + 6241} = \sqrt{46241} \approx 215$$

इसमें १०० घटाने से 215 - 100 = १०० (प्रमाण फल) ॥१५॥

उपपत्तिः

कल्पना करते हैं प्रमाणफल = य, नव परकाल (१० महीनों) में इसका कालान्तर (सूद) = य.पकाल/पकाल जोड़ने से मिश्रधन हुआ। इस प्रकार से सूत्र उपपन्न होता है ॥१५॥

त्रैराशिकादिकम्

फलच्छिदामन्योन्यपक्षनयनं विधाय बहुराशिके वधे
स्वल्परादिवधभाजिते फलम् ॥१३॥

हिंदी भाषा: — फलच्छिदा अन्योन्यपक्षनयन विधि से बहुराशिक के वध में स्वल्परादि वध भाजिते फल — इस सूत्र का अर्थ है कि बहुसंख्यक राशियों के गुणन में जब फल निकालना हो तो फलच्छिदा (फल का छेद) से अन्योन्य पक्षनयन करके स्वल्प (छोटी) राशि आदि से भाग देने से फल प्राप्त होता है।

त्रैराशिकोदाहरणम्

यदि पाँच माह में द्रम्मों की वृद्धि (सूद) १२५ रूपये हो तब सौ रुपये की कितनी वृद्धि (सूद) होगी?
न्यास:५ | १२५ | १००

$$\frac{5 \times 100}{125} = 4$$

पञ्चराशिकादि

फलच्छिदामन्योन्यपक्षनयनं विधाय
सप्तराशिकादावपि ज्ञेयम् ॥१३॥

हिंदी भाषा: — सप्तराशिकादियों के लिये भी उदाहरण के अनुसार न्यास करके □□फलच्छिदामन्योन्यपक्षनयन विधि'' से सप्तराशिक आदि का फल ज्ञात होता है। यह विधि पञ्चराशिकादियों में भी ज्ञात करनी चाहिए।

भाण्डप्रतिभाण्डकम्

प्रागभूस्य व्यत्यासो भाण्डप्रतिभाण्डकेऽन्यदुक्तसमम्
परिकर्माण्यष्टानां व्यवहाराणामभिहितानि ॥१३॥

हिंदी भाषा: — □□प्रथमस्थाने यौ मूल्यराशी तयोर्व्यत्यासः कार्यः'' इति चतुर्वेदाचार्यः। (तथैव भाण्डप्रतिभाण्डके विधि रित्यादि भास्करोक्तमेतदनुरूपमेव)।
अर्थात् प्रथम स्थान में जो दो मूल्य राशियाँ हैं उनका व्यत्यास (विनिमय) करना भाण्डप्रतिभाण्डक व्यवहार है।

उदाहरणम्

दश पणैः सपणः —
न्यासः

शून्यपरिकर्म

शून्य

स □□□□□□□□□ ण ऋ णे गुणे णं क्षये गुणे यः क्षयम्
ऋणे तु ऋणं तद्धनं धनयोः
शून्येन निहतौ जातौ पुनः शून्यौ सकलविधौ
खहरं भजेत तु शून्येन निःशेषं तु यत् ॥

हिंदी भाषा: — शून्य की गुणा और भाग सम्बन्धी नियम — धन और ऋण की गुणा करने से शून्य प्राप्त होता है। शून्य से किसी संख्या को गुणा करने से शून्य प्राप्त होता है। शून्य को शून्य से भाग देने से शून्य। परन्तु जब किसी संख्या को शून्य से भाग दिया जाय तब वह खहर (□□ □□□□□□□□□□/□□□□□□□□□ □□□□□□□□□) कहलाती है।
यदि ६ ÷ ० = खहर इति।

सप्तमाध्याये व्यक्ताव्यक्तवर्णनं

योगे शून्यं खण्डिते च पूर्ववत् साधनम्
शून्येऽपि गुणके जाते पुनस्तत्रैव राशयः
भाज्ये शून्यं भागकारे तु जाते खहरं भवेत्
तस्य प्रसज्जते विकारो न तु शून्यं ततः ॥

हिंदी भाषा: — शून्य से योग, खण्डन आदि में पूर्ववत् साधन होता है। शून्य से गुणा करने पर राशियाँ शून्य हो जाती हैं। जब भाज्य शून्य हो और भागकार (□□□□□□□) भी शून्य हो तब खहर राशि प्रसज्जते (उत्पन्न होती है)। इस विकार का कारण है कि शून्य से भाग करने पर कोई निश्चित राशि नहीं मिलती।
ऋणात्मक राशि सून्यतोऽपि — ऋणात्मक राशि की शून्य से भी गुणा होती है। यदि ६ ÷ ० = खहर तो इसमें कोई विकार नहीं, बल्कि यह एक विशेष प्रकार की राशि है।

$$a + 0 = a$$
$$a - 0 = a$$
$$a \times 0 = 0$$
$$0 \times 0 = 0$$
$$0 \div a = 0 a \neq 0$$
$$a \div 0 = \text{खहर}$$

हिंदी भाषा: — यहाँ कोलब्रक साहेब ने उत्तर लिखा है जो बिलकुल असर्ज़त हैं इति। उपपत्ति में ऋणात्मक राशि की प्रशंसा निम्न लिखित श्लोक से की हैं। लीलावती में □□न्ये गुणके जाते खं हारइचेद्'' इत्यादि की उपपत्ति में किसी ने व्यस्त त्रैराशिक के लक्षण नहीं कहे हैं! इसका लक्षण भास्कराचार्य ने कहा है इति।
खभक्त इति पृच्छाया उत्तरं खहरात्मकम् ॥

श्रेढी

सङ्कलितैक्यानयनम्

द्वियुक्तगच्छाभिहतं द्विभक्तं मनस्विनः
सङ्कलितैक्यं व्याख्यातम् ॥१९॥

हिंदी भाषा: — एक से आरम्भ कर इष्ट गच्छ का एकोत्तर सङ्कलित जो होता है उसको दो युक्त गच्छ में गुणा कर तीन से भाग देने में सङ्कलितैक्य प्रमाण होता है। गच्छ (पद) पर्यन्त एकादि अङ्कों के योग का नाम सद्वलित है उसके लिए आचार्य ने विधि नहीं लिखी है, सो ठीक नहीं है, क्योंकि गच्छ प्रमाण अधिक रहने से योग करने की क्रिया द्वारा सङ्कलित ज्ञान के लिये बहुत ही श्रम करना होगा, सङ्कलितानयन के लिये लीलावती में □□नैक पदघ्न पदार्ध मर्दकाद्यड युति'' इत्यादि भास्करोक्त रीति बहुत ही सुन्दर है।

उदाहरणम्

एकादि में नौ पदों तक अङ्कों के पृथक् पृथक् सङ्कलित कहो, और उन्हीं अङ्कों के सङ्कलितैक्यों को कहो ॥
न्यासः१ | २ | ३ | ४ | ५ | ६ | ७ | ८ | ९

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45$$

$$1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165$$

उपपत्तिः

यदि पद = ५ तब एकादि अङ्कों को पदपर्यन्त क्रम से और उत्क्रम से स्थापन करने में:

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{matrix}$$

इनका योग करने से प्रत्येक स्थान में ६ = पद + १, यह पद पर्यन्त है। इसलिये:

$$\frac{\text{पद}(\text{पद}+1)}{2} = \text{सङ्कलित}$$

$$\frac{5 \times 6}{2} = 15 \quad \text{(सङ्कलित)}$$

इसमें भास्करोक्त सङ्कलितानयन उपपन्न होता है ॥।

वर्गसङ्कलितम्

गच्छपदघ्नं पदार्धं मर्दकाद्यड युतिम्
वर्गसङ्कलितं व्याख्यातम् ॥

यदि क = १ + ४ + ९ + १६ + ... पदपर्यन्त, तव इस श्रेढी का योगफल किमित्यानीयते?
क = १ + ४ + ९ + १६ + ... पदपर्यन्त

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

घनसङ्कलितम्

द्वियुक्तगच्छाभिहतं द्विभक्तं मनस्विनः
घनसङ्कलितैक्यं व्याख्यातम् ॥

यदि क = १ + ८ + २७ + ६४ + १२५ + ... पदपर्यन्त, तव इस श्रेढी का योगफल किमित्यानीयते?

$$k = 1 + 8 + 27 + 64 + 125 + \cdots$$

नवमिर्गखनेन भजनेन च हि:

$$= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

गुणोत्तरश्रेढी

व्येकं व्येकगुणोद्धृतमित्यादिना
गुणोत्तरश्रेढी योगफलं व्याख्यातम् ॥

यदि क = ४ + ४४ + ४४४ + ... पदपर्यन्त, तव इस श्रेढी का योगफल किमित्यानीयते?

$$k = 4 + 44 + 444 + \cdots$$

नौ से गुणा करने से और भाग देने से:

$$\frac{4}{9}(9 + 99 + 999 + \cdots) = \frac{4}{9}\left\{(10-1) + (10^2-1) + (10^3-1) + \cdots\right\}$$

$$= \frac{4}{9}\left\{10 + 10^2 + 10^3 + \cdots - n\right\}$$

$$= \frac{4}{9}\left\{\frac{10(10^n-1)}{10-1} - n\right\}$$

एवमेव ५-५५-५५५ + ... पदपर्यन्तम्
६-६६-६६६ + ... पदपर्यन्तम्
७-७७-७७७ + ... पदपर्यन्तम्
८-८८-८८८ + ... पदपर्यन्तम्
९-९९-९९९ + ... पदपर्यन्तम्
आसां श्रेढीनां योगफलं पूर्व विधिनैव प्राप्यगच्छनीति ॥

क्षेत्रव्यवहारः

समलम्बचतुर्भुजस्य क्षेत्रफलम्

बाहुकोट्योर्हताः परस्परं क्षेत्रयोरिह
तेषु भूमिरधिकोऽर्धको मुखं च विषमस्य द्वयम् ॥

हिंदी भाषा: — वर्ग क्षेत्रोपरिगत वृत्त का व्यास उसका कर्ता ही होता है, भ्राव्य क्षेत्र में भी ऐसा ही होता है, आचार्योक्त पद में अविर□□□□□ शब्द से समलम्ब समलम्बान्तर चतुर्भुज समझना चाहिये जहाँ दोनों कर्ता दोनों भुज बराबर हैं। कर्ता को पार्श्वबाहु भुज से गुणा कर द्विगुणीत लम्ब से भाग देने से चतुर्भुजोपरिगत वृत्त का व्यासार्ध होता है। विषम चतुर्भुज में जिसमें उसके उपर वृत्त हो सकता है उसमें भुज और प्रतिभुज (सम्मुख भुज) के चतुर्भुज फल का शाब्द व्यासार्ध होता है ॥।

वृत्तस्य व्यासज्ञानम्

विपर्यस्तपादं भुजयोः कर्णं द्विगुणावलम्बनविभक्तः
हृदयं द्विसस्य भुजप्रतिभुजकृतियोगसूलार्धम् ॥२६॥

हिंदी भाषा: — वर्ग क्षेत्रे तथापय्यते कर्ण एवं व्यास उति स्फुटस्। व्युत्क्रमेण च द्वि ननस्य च तुल्यौ भुजौ उच्यते। सेनायमर्थः। विपर्यस्तपादं भुज द्वियुगन लम्ब विभक्तः फल हृदय च चतुर्भुजोपरिगत वृत्तस्य व्यासार्ध भवेत्। विषम चतुर्भुजे यत्र तदुर्पारिग तदत्तं भवितुमर्हति तत्र भुज प्रतिभुजयोः वर्गयोगसूलार्धं हृद व्यासार्ध भवेत्।
उपपत्तिः: तुल्यटुजसमलम्बचतुर्भुजे द्वयेन त्रिभुजद्वयमेकद्व् अन्तर्गतम्। प्रत्येक त्रिभुजोपरिगतवृत्तव्यास एवान्यत्र चतुर्भुजोपरिगतवृत्तस्य व्यासो भवति। एकस्मिन् विभजे कर्ता पाद्वंभुजा भुजौ च लम्ब एव लम्बः। अत्र रेखागणित प्रत्याध्यायेन □□त्रिबाहुकवटिननवृत्तव्यासदलं विलेत्यादिना व्यासद्'' ज्ञातव्यम्।

वृत्तपरिगतचतुर्भुजव्यासज्ञानार्थम्

इदानीं त्रिभुजोपरिगतवृत्तस्य व्यासज्ञानार्थमाह
त्रिभुजस्य बाहोर्भुजयोर्हृतः कर्णो द्विगुणावलम्बरविभक्तः
हृदयं द्विसस्य भुजप्रतिभुजकृतियोगसूलार्धम् ॥२७॥

हिंदी भाषा: — वर्ग क्षेत्रे श्रायते च कर्ण एव तदपरिग नवृत्त व्यासः। व्युत्क्रमेण समलम्बचतुर्भुजं वोध्यम्। यत्र कर्णौ भुजौ च तुल्यौ, कर्णः पादवं मञ्जेन गुणो द्विगुणावलम्ब विभक्तः फल हृदयमर्थात् चतुर्भुजोपरिगत वृत्तस्य व्यासार्ध भवेत्। विपम चतुर्भुजे यत्र तदुर्पारिग तदत्तं भवितुमर्हति तत्र भुज प्रतिभुजयो वर्गयोगसूलार्धं हृद (व्यासार्ध) भवेत् ॥२७॥

जात्ययोः क्षेत्रयोः

जात्ययोस्तिहताः परस्परं क्षेत्रयोरिह हि बाहुकोटयः
तेषु भूमिरधिकोऽर्धको मुखं विषमस्य द्वयम् ॥

हिंदी भाषा: — दो जात्य त्रिभुज के भुज और कोटि को परस्पर क्रम से गुणा करने से विषम चतुर्भुज के भुज होते हैं उनमें श्रेष्ठक भू होती है, लघु मुख होता है, और मध्य दोनों भुज होते हैं।

विषमचतुर्भुजक्षेत्रफलम्

विषमं चतुर्भुजं क्षेत्रं समलम्बवत् सदृशम्
तस्य कर्णे लम्बौ संपातं तयोः परस्परं गुणनम्
ततोऽर्धं फलं स्यात् ॥

हिंदी भाषा: — विषम चतुर्भुज क्षेत्र समलम्बवत् (समलम्बचतुर्भुज की तरह) सदृश (समान) है। तस्य (उसके) कर्णे लम्बौ (दो लम्ब) संपात (प्रतिच्छेदन) बिन्दु में एक दूसरे को काटते हैं तब तयोः (उन लम्बों का) परस्परं गुणन (गुणा) ततोऽर्धं (आधा) फलं स्यात् (फल होता है)।

त्रिभुजक्षेत्रफलम्

समकोणत्रिभुजे कर्णः समपादभुजयोर्वर्गयोगसूलम्
तत्कर्णस्य चतुर्गुणीतो भुजयोर्घातः समकोणे ॥

समकोण त्रिभुजे:

$$c^2 = a^2 + b^2c$$

खातव्यवहारः

समखातघनफलम्

समखातं तु यत् क्षेत्रफलं तद्वेधगुणितं घनफलम्
समखातस्य त्रिभागः सूचीखातस्य घनफलम् ॥

हिंदी भाषा: — समखात का क्षेत्रफल उसी तरह ज्ञात करें जैसे समचतुर्भुज या समलम्बचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात होता है। क्षेत्रफल को वेध (गहराई) से गुणा करने से समखात का घनफल होता है। अर्थात् जिस खात के मुख में जितने दैर्घ्यादि हैं उतने तल में रहने से वह समखात कह लाता है उसके घनफल को तीन से भाग देने से सूचीकार खात का घनफल होता है ॥।

उदाहरणम्

किसी वापी (वावली) की दीर्घता (लम्बाई) तीस हाथ है, विस्तार साठ हाथ। उस वापी के भीतर चार, पाँच, छः, सात, आठ भुज खण्डों से पाँच खात (खत्ता) हैं, खातों के क्रम से वेध ८, ७, ७, ३, २ हैं तब उन खातों के समरज्जु प्रमाण कहो।
समरज्जु:३६|३५|४२|२१|१६३०

$$= \frac{\times}{30} = \frac{8 \times 30}{?} = 5$$

$$= \times \ = 8 \times 30 = 240$$

इस क्षेत्रफल को समरज्जु से गुणा करने से सम्पूर्ण खात का घनफल १२०० हुआ ॥

विस्तारदैर्घ्यवेधेषु वैषम्ये

किसी पुष्करिणी की लम्बाई १६ हाथ है, विस्तार = ५ हाथ, वेध २, ३, ४ हाथ हैं तब उसका फल क्या होगा।
न्यास:२|३|४९/३ = ३३

$$= \times = 5 \times 16 = 80$$

इसको वेध से गुणा करने से:

$$80 \times 3 = 240$$

दूसरा उदाहरण — जिस खात का दैर्घ्य = १२ हाथ है, वेध = ८ हाथ है, विस्तार ३|४|५ हाथ, उस खात का फल कतो।
विस्तृति सममिति = (३+४+५)/३ = ४

$$= 4 \times 12 = 48$$

इसको वेध से गुणा करने से:

$$48 \times 8 = 384$$

धान्यराशिव्यवहारः

स्थूलधान्यराशिमानम्

वृत्तपरिगतधान्यराशेः परिधिनवमांशो वेधः
वेधेन गुणितः परिधिः षष्ट्यंशः फलं स्यात् ॥५०॥

हिंदी भाषा: — भित्त्यन्तर्बाह्यकोणागः परिधिः द्विचतुः सत्रिभागगुणः प्राग्वत् गणितं कृत्वा स्वगुणकारभक्तं तदा तद् गणितं भवति। अर्थात् भित्तिपादसंलग्नस्य घान्यराशेः परिधिमानं द्वाभ्यां संगुण्य तस्मात्पूर्ववचत्फलं तदुद्वाभ्यां भक्तं तदा तद्राशेधनफलं भवति।

उदाहरणानि

स्थूलधान्यराशिमानज्ञानार्थम्:
न्यास:६०६ = वेधः

$$= \frac{60}{10} = 10, \ = 100$$
$$= 100 \times 6 = 600$$

शूकधान्यराशिमानज्ञानार्थम्:
न्यास:६०५

$$= \frac{60}{6} = 10, \ = 100$$
$$= 100 \times 5 = 500$$

अणुधान्यराशिमानज्ञानार्थम्:
न्यास:६०३

$$= \frac{60}{?} = 5, \ = 100$$
$$= 100 \times 3 = 300$$

उपपत्तिः

हिंदी भाषा: — धान्य स्थितिवशेन धान्यराशिः सूच्याकारो भवति तदाधारपरिधिनवमांशादिभागस्तद्वेधो भवतीति प्रत्यक्षापरोक्षया स्थिरीकृतः। वृत्तक्षेत्र परिधिगुणितव्यासः...

भास्करीय लीलावत्यामुदाहरणम्

समभुवि किल राशिभिः स्थितः स्थूलधान्यः परिधिपरिमितिः
स्याद्व्यष्टिषट्यंशया प्रवद गणक खार्यः कि मिताः सन्ति तस्मिन्
अथ पृथगपुघान्यैरछुकधान्यैरच शीघ्रम् ॥

छायाव्यवहारः

द्विजद्विसम्भागैकनिघ्नातु तु परिषैः फलम्
भित्त्यन्तर्बाह्यकोणागे परिधिः द्विचतु:सत्रिभागैकगुणः ॥५१॥

हिंदी भाषा: — भित्त्यन्तर्बाह्यकोणागः परिधिः द्विचतुः सव्यंशगुणः प्राग्वत् गणितं कृत्वा स्वगुणकारभक्तं तदा तद् गणितं भवति। अर्थात् भित्तिपादसंलग्नस्य घान्यराशेः परिधिमानं द्वाभ्यां संगुण्य तस्मात्पूर्वंवचत्फलं तदुद्वाभ्यां भक्तं तदा तद्राशिघनफलं भवति।
भित्त्योरन्तः कोणस्थितधान्यराशेः परिधि चतुर्गुणं त्वा ततः पूर्ववत्फलमानीय तच्चतुर्भक्तं तदा तद्धान्यराशिघनफलं भवति।
भित्त्योबहिः कोणस्थितधान्यराशेः परिधि सत्रिभागेकेन संगुण्य ततः पूर्वैवत्फलमानीय तत्फलं सत्रिभागैकेन भक्तं तदा तस्य धान्यराशिघनफलं भवेदिति ॥।

गीताध्यायः

गीताध्याय

विष्कम्भपरिधिः

विवृतद्विसम्भागैकनिघ्नात् तु परिषैः फलम्
इत्यादि भास्करोक्तमेतदनुरूपमेव ॥५१॥

हिंदी भाषा: — विवृत (विस्तृत) द्विसम्भाग (द्विज) एकनिघ्नात् (एक से गुणा कर) तु परिषैः फलम् — इत्यादि भास्करोक्तमेतदनुरूपमेव (भास्कराचार्य के कथन के अनुरूप ही) ॥५१॥

राशिव्यवहारः

भित्यन्तर्बाह्यकोणागः परिधिः द्विचतुः सव्यंशगुणः प्राग्वत्
गणितं कृत्वा स्वगुणकारभक्तं तदा तद् गणितं भवति
अर्थात् भित्तिपादसंलग्नस्य धान्यराशेः परिधिमानं द्वाभ्यां संगुण्य
तस्मात्पूर्ववचत्फलं तदुद्वाभ्यां भक्तं तदा तद्राशिघनफलं भवति ॥

हिंदी भाषाः — भित्त्योरन्तः कोणस्थितधान्यराशेः परिधि चतुर्गुणं त्वा ततः पूर्ववत्फलमानीय तच्चतुर्भक्तं तदा तद्धान्यराशिघनफलं भवति। भित्त्योबहिः कोणस्थितधान्यराशेः परिधि सत्रिभागेकेन संगुण्य ततः पूर्वैवत्फलमानीय तत्फलं सत्रिभागैकेन भक्तं तदा तस्य धान्यराशिघनफलं भवेदिति ॥।
भास्करीय लीलावत्यामुदाहरणम्:

परिधिर्भित्ति लग्नस्य राशोः शत्करः किल
अन्तः कोणस्थितस्यापि तिथितुल्यकरः सखे
बहिः कोणस्थितस्यापि पञ्चघ्ननवसंमितः
तेषामाचक्ष्व मे क्षिप्रं धनहस्तान् पृथक् पृथक् ॥

अत्र प्रथमस्य परिधिः ३० द्विनिष्ठः = ३० × २ = ६०
अन्तः कोणस्थितपरिधिः १५ चतुर्गुणितः = १५ × ४ = ६०
बाह्यकोणस्थितपरिधिः ४८ सत्रिभागैक गुणितः = ४८ × ५/४ = ६०
एषाविधः = ६
र एभ्यः फलं तुल्यमेतावत्य् एव खार्यः = ६००
एतत् स्व स्व गुरोन भक्तं जातं पृथक् पृथक् फलम् ३०० | १५० | ४५०
एवं स्थूल धान्यस्य मानं जातम्

अन्योदाहरणम्

षट्त्रिशेन्मित परिधौ राशौ धान्यस्य कि भवेद् गणितम्
हस्त चतुष्काभ्युदये यदि वेत्सि तदुच्यतामाशु ॥

न्यासः धान्यराशि परिधिः ३६, वेधः = ४ तदा पूर्ववत् परिषेः षष्ट्यंशः = ६
वर्गितः = ३६
वेधगुणितः = ३६ × ४ = १४४ घनफलम्

भागेमिश्र धनभाण्डप्रतिभाण्डक

खहर

गीताध्याय

हिन्दी भाषा
गीताध्याय

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त

Brāhmasphuṭasiddhānta

of

ब्रह्मगुप्त

Brahmagupta

(c. 598–668 CE)

Volume III — Chunk I

Pages 1677–1816

comprising Chapters XII–XXI

(Final Volume: Concluding Chapters & Appendices)

Edited with Sanskrit Commentary, Hindi Translation,
Mathematical Proofs and Astronomical Notes

by

Dr. Ram Swarup Sharma

Published by
Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research
New Delhi, India

Electronic typesetting with XeLaTeX

Contents

Preface to the Final Volume **2**

1 Conclusion of Arithmetic (राशि व्यवहार) — परिधि & छाया व्यवहार **3**
1.1 परिधि — Circumference and Proportion 3
1.2 अनुपपत्तिः — Mathematical Proof 3
1.3 End of Arithmetic Chapter — इति राशि व्यवहार 3
1.4 छाया व्यवहार — Shadow Calculations 3
1.5 Geometric Construction of Shadows 4

2 Algebraic Operations — विकलवर्गानयन **5**

3 Astronomical Problems — कालज्ञान **6**
3.1 Mixed Astronomical Problems — मिश्र प्रश्न 6
3.2 Third Set of Problems — तृतीय प्रश्नसमूह 6
3.3 Lunar Calculations — चन्द्रग्रहण 6

4 Planetary Theory — मन्दस्फुट & शीघ्रफल **7**
4.1 Epicyclic Model — पर्याय & मन्दकर्ण 7
4.2 उपपत्तिः — Proof of Epicyclic Correction 7

5 Advanced Astronomical Computations — भोगकला & प्राणकला **9**

6 Final Chapters — Eclipses and Colophons **11**

Preface to the Final Volume

This final volume of the *Brāhmasphuṭasiddhānta* completes the monumental work begun in the first two volumes. Pages 1677–1816 cover the concluding chapters of Brahmagupta's masterpiece, including:

- **Chapter XII (Gaṇitādhyāya)**: Concluding sections on arithmetic operations, including circumference calculations (*paridhi*), shadow computations (*chāyā vyavahāra*), and the application of these to gnomonic instruments.
- **Chapter XIII**: Algebraic operations, including the extraction of square roots of non-square numbers (*vikalavarga*), surds, and indeterminate analysis.
- **Chapter XIV**: Astronomical problems (*Kālajñāna*) — calculations of time, planetary positions, and the determination of days and dates.
- **Chapters XV–XVI**: Lunar and solar calculations, including the computation of eclipses (*grahaṇa*), the *mandasphuṭa* (equation of centre), and *śīghraphala* (second inequality).
- **Chapters XVII–XIX**: Planetary theory, epicyclic models, and the determination of planetary positions using geocentric models.
- **Chapters XX–XXI**: Advanced astronomical computations, including the *bhogakalā* (daily motion), *prāṇakalā*, and the final colophons.

The text preserves Brahmagupta's original verses in their authentic Sanskrit form, accompanied by detailed Hindi commentary, mathematical proofs (*upapatti*), and where appropriate, modern mathematical notation to aid comprehension.

– *The Editors*

1 Conclusion of Arithmetic (राशि व्यवहार) — परिधि & छाया व्यवहार

The present section begins with the final verses of the twelfth chapter (गणिताध्याय), which treat the calculation of circumference (परिधि), proportion (अनुपपत्ति), and the computation of shadows (छाया व्यवहार).

1.1 परिधि — Circumference and Proportion

परिधौ क्रमशः प्राग्वत् स्वगुणात् भवेत् फलम् |
श्रीपत्युक्तमिदं चाचार्यैरनुक्रमेणावबोधित ||१७||

(BSS 12.37 / Vol. II, p. 891) This verse states that the circumference is obtained by multiplying the diameter successively by the prescribed factors, as taught by previous teachers including Śrīpati. Brahmagupta, Bhāskarācārya, and Līlāvatī have all taught this in their respective works.

द्विवेद सचित्रभागे कनिष्ठान्तु परिधिः फलम् |
मिथ्यन्तबोधकोऽणस्थराशिः स्वगुणाभिजं तत् ||१७१||

‖171‖ The true circumference is that obtained by the rules taught by the two Dvivedis; the circumference otherwise (from crude approximation) is erroneous.

1.2 अनुपपत्तिः — Mathematical Proof

अनुपपत्तिः --- मिथ्यान्तः संलग्न धान्यराशिः परिधिवास्तव परिधेर्बंधुतुल्यः | क्रान्तः कोण स्थितस्य धान्यराशिः परिधिवास्तवपरिधिं चतुर्थांशतुल्यः | बाहुकोणसंलग्न धान्यराशिः परिधिवास्तव परिधेः पादेनैक तुल्यस्तेनोत्परिधित्रयमानं द्विवेद-सचित्रभागेकेन क्रमशो गुणितां सघातं परिधिं भवेत् | ततः पूर्वं वेधफलं ततु द्विवेद सचित्रभागेकेन क्रमशो भक्तं तदा वास्तवं तद्फलं भवतीत्येतावताऽऽचार्योक्त-मुपपन्नम् ||१७१||

1.3 End of Arithmetic Chapter — इति राशि व्यवहार

इति राशि व्यवहारः --- अब भत्ति के अन्तर्गत भत्ति के क्रान्तः कोणरूप तथा बाहुकोणरूप धान्यराशि प्रमाणा-नयन के लिये कहते हैं |

1.4 छाया व्यवहार — Shadow Calculations

BSS 12.41 ‖४१‖

तज्जादौ छायात् इष्टकालज्ञानार्थमिष्टकालतच्छायानयनार्थं चाहु |
छायानरसंक्रमहृतं शुद्धं प्रागपरयोर्दिगतदोषं |
दिनगतदोषांशहृतं धु दलं छाया नरखेखं ||४२||

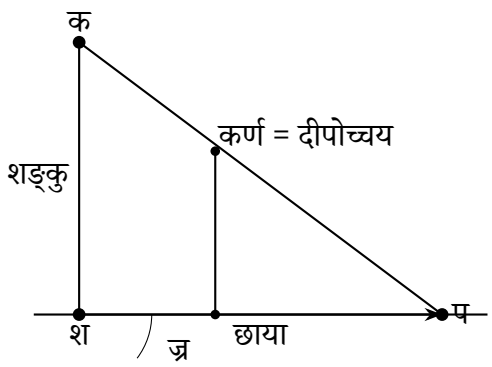
(BSS 12.42) The calculation of shadows for finding the time from a given shadow, or the shadow at a given time. The *nara* (sine of latitude) multiplied by the shadow, divided by the *śañku* (gnomon), gives the *śuddha* (mean) value; considering the eastern or western direction, this is divided by the *dinagata-doṣāṃśa* (ascensional difference) to obtain the accurate shadow.

सू. भा.---नरः शङ्कुः रभिमष्टः | छायाया यो नरः शङ्कुं भागः स संक्रमे यस्तेन
शुद्धं हृतं लब्धं प्राक् पश्चिमकपाले दुग्गतं पश्चिमकपाले दुग्गतं भवति |

The छाया व्यवहार (shadow computations) section continues with detailed derivations. The *nara* is the sine of latitude, and the *śañku* is the gnomon (12 añgulas). The shadow is computed from the relationship between these quantities.

1.5 Geometric Construction of Shadows

The accompanying diagrams illustrate the geometric relationships:



छाया, शान = भूः | कर्ण = दीपोच्चयम् | कर्ण, भुज त्रिभुजयोः साजात्यादनुपातः
दीघ् = दीपोच्चयम् तथा कर्ण, त्रिभुजयोः साजात्यादनुपातः
=भूः-भू = रन = छायाप्रान्तर = छाया दीघ्-छाया दीघ् = दीघ्(छाया-छाया) = दीघ् छायान्तर
छेदगमेन छायाप्रान्तर दीघ् छायान्तर, पक्षो छायान्तर भक्तो तदा
छायाप्रान्तर दीघ् छायान्तर भ्रनेन भू स्वरूपे उत्थापनेन भू = छ.प्रा. दीघ्
= छाया छायाप्रान्तर दीघ् = छाया छायाप्रान्तर, तथा भू = छाया दीघ्
= छाया छायाप्रान्तर दीघ् = छाया छायाप्रान्तर, तथा भुज, कर्ण त्रिभुजयोः
साजात्यात् १२ भू/छाया = दीपोच्चयम् | एवं त्रपन, कर्ण त्रिभुजयोः साजात्या-
दनुपातेन १२ भू/छाया = दीपोच्चयम् | एतावत् स्साचार्योक्तमुपपन्नम् |

2 Algebraic Operations — विकलवर्गानयन

BSS 12.46 ||४६||

इदानीं सकल विकलवर्गानयनार्थमाह |
स्वविकलपदं वर्गांशगुणाः सकलस्त्रिशद्द्वैतो विकलवर्गः |
प्रक्षेप्यः सकलकृतौ वर्गधनो द्वित्रितुल्यबधो ||४६||

(BSS 12.46) Now (the author) teaches the method of finding the square root of a non-square number. The square of the *sakala* (integer part) is subtracted from the number; the remainder, multiplied by the square of the denominator, becomes the *vikalavarga* (square of the non-square part). This is to be added to the square of the *sakala*, and the result gives the square root approximately.

सू. भा.---यत्र राशेर्कला विकला चेति द्वयं वर्तते तस्य वर्गार्थं कलाराशिः
सकलसंज्ञो विकलाराशिश्च स्वविकलस्तत्कलापश्चात् शास्त्र कथये |

Upapatti (Mathematical Proof)

उपपत्तिः --- कल्पयते कलिमश्रवि राशौ कलाः = क | विकलाः = वि | तदा कलात्मकः
स राशिः = क + वि/६० |

The general formula for the square root of a compound number $k + \frac{vi}{60}$ is derived as:

$$\text{वर्गः} = k^2 + \frac{2k \cdot vi}{60} + \frac{vi^2}{60^2} = k^2 + \frac{k \cdot vi}{30} + \frac{vi^2}{60^2}$$

Note: "वर्गः" here means 'square' in Sanskrit.

वि. भा.---यदिमन् राशौ कला-विकला चेति द्वयं वर्तते तस्य वर्गं करणार्थं
कलाराशिः सकल संज्ञो विकलाराशिश्च स्वविकलस्तत्कलापश्चात् शास्त्र कथये |

BSS 12.47 ||४७||

छेदेनेष्टयुतोनेनार्धं भाज्यपदष्टष्टिगुणं स्यात् |
प्रकृतिरष्टच्छेदहृतं लब्धा युतं हैनिकमनघं ||४७||

(BSS 12.47) This verse gives the method for division with fractions. The dividend, combined with the divisor (in the manner of adding fractions), is divided by half the divisor multiplied by the denominator of the divisor; the result, added to the *prakṛti*, gives the quotient.

उपपत्तिः --- कल्पयते | भाज्यः = भा | छेदः = हा | इष्टम् = ई | तदा वास्तवा लब्धिः = भा/हा |

The derivation continues with the algebraic manipulation of fractional quantities.

BSS 12.49 ||४९||

इदानीं भागहारे विरोपमाह |
छेदेनेष्टयुतोनेनार्धं भाजयपदष्टष्टिगुणं स्यात् |
प्रकृतिरष्टच्छेदहृतं लब्धा युतं हैनिकमनघं ||४९||

(BSS 12.49) The section on division with fractions (*bhāgahāra*) is now explained. The rule involves the manipulation of fractional quantities through their denominators.

3 Astronomical Problems — कालज्ञान

The following sections deal with astronomical computations, including the determination of time, planetary positions, and the computation of various astronomical quantities.

3.1 Mixed Astronomical Problems — मिश्र प्रश्न

अब मिश्र प्रश्नों को कहते हैं |

BSS 13.6 ||६||

इदानीं मध्यान् प्रश्नानाह |
व्यतिपातं वैधृतिबृहस्पतिवर्षयोश्चर्चनीचरिवबस्तीन |
द्विप्रहयोगांश युगे यो वेति स कालतत्वज्ञः ||६||

(BSS 13.6) He who knows the *vyatīpāta*, *vaidhṛti*, *bṛhaspati-varṣa*, and the motion of the nodes in a *yuga* — he is the knower of the essence of time.

सू. भा.---यो व्यतिपातं वेति | वैधृतिं वेति बृहस्पतिवर्षं वेति,
स्वोच्चनीचमार्गगान् वेति | युगे द्विप्रहयोगांश इत्यादि |

BSS 13.10 ||१०||

सावनमासावधिप्रहरेक्काऽनिष्टमध्यसंयोगात् |
इष्टद्वयु संयु तोननिष्टानां यो वेति ग्रह्यकः सः ||१०||

(BSS 13.10) He who knows the sum of the *avama* (omitted tithis) and the *praghara* (excess days), combined with the mean (longitudes) at the desired time — he is the knower of the *grahyaka* (the quantity to be known).

3.2 Third Set of Problems — तृतीय प्रश्नसमूह

इदानीं तृतीय प्रश्नसमूह (छायादीपरितोदिवस वारे वेतीत्यस्य) उत्तरमाह |
कल्पर्क्षदिनसप्तकबधात् कल्पगताहर्गणानां तच्छेषात् |
सप्तहृताद्दिनवारः शेषः साय्यादिको भवति ||४०||

(BSS 13.40) From the product of the elapsed days of the *kalpa* and seven, divided by seven — the remainder gives the day of the week (counting from Sunday).

उपपत्तिः --- कल्पर्क्षदिनसप्तकबधात् कल्पकृत् दिनसप्तधातात् कि विशिष्टात्
कल्पगताहर्गणेनैन कावः शेषस्तस्मात् सप्तहृतात् शेषः साय्यादिको
दिनवारो भवति |

वि. भा.---कल्पगताहर्गणेन रहितात् कल्पकृत् दिनसप्तधातात् शेषस्तस्मात्
सप्तभक्तः शेषः साय्यादिको दिनवारो भवतीति ||३९||

3.3 Lunar Calculations — चन्द्रग्रहण

यदीष्ट ग्रहयुग्मभगणां सरोभ मगणाद्यष्टमां लभ्यते
तदा युगीयपातमगणां चन्द्रभगणायोगयोगि किं फलं
भगणादिकमिष्टहृत् राश्यादिमध्यमसपातचन्द्रं यथागतं
देशान्तरमन्दफलादीन् यथागतां सरोभ सपातचन्द्रो
भवेत् ||३१||

4 Planetary Theory — मन्दस्फुट & शीघ्रफल

4.1 Epicyclic Model — पर्याय & मन्दकर्ण

The computation of planetary positions involves the *mandasphuṭa* (equation of centre) and *śīghraphala* (equation of anomaly, or second inequality). Brahmagupta gives the following method:

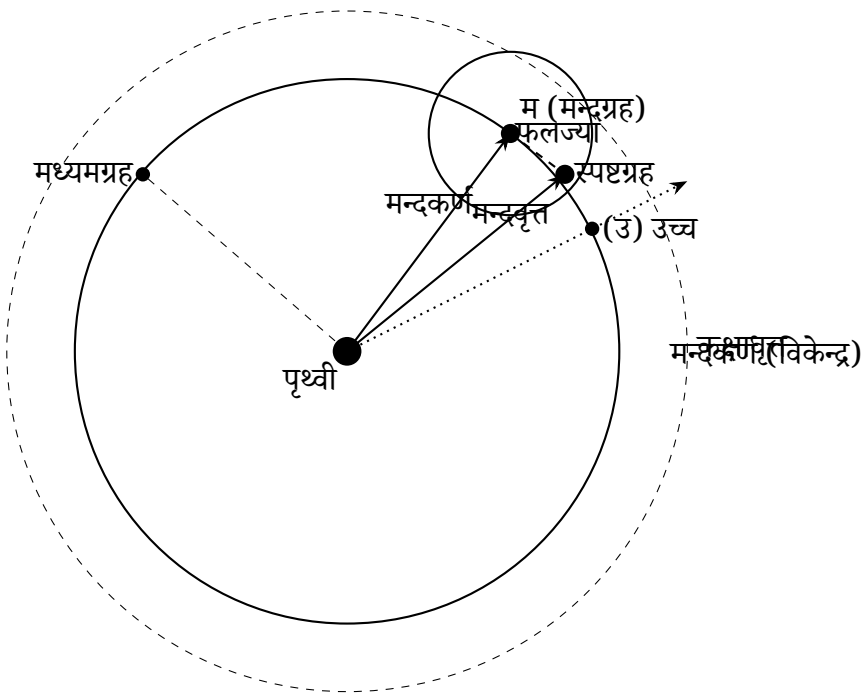
मन्दस्फुटार्केन्द्रांशोनायां ग्रहस्यन्दं केन्द्रम् |
एव यदि तत् स्पष्टं त्रिकोणं तदानीं विशेषं नोद्येत् |
तद्यात् स्पष्टं त्रिकोणं तस्य स्पष्टं द्वितीयं केन्द्रं
क्रमेण केन्द्रान्तरं फलमिति | वा ज्ञानमन्दं स्पष्टं
प्राप्यच्छी स्साचार्य्योदिना शीघ्र-कर्त्तव्यं कार्यमिति सर्वं शुद्धम् ||३७८-५८१||

वि. भा.---उदयमार्ग (विज्ञानान्) भुजयया गुणिगतं कर्णहृतं यत्फलं तस्य
चापं स्पष्टद्वितीयोनयोरन्तरं भवेत् तत् स्पष्टमिति ||३७९-५८१||

4.2 उपपत्तिः — Proof of Epicyclic Correction

उपपत्तिः --- ज = गोच्चेभम् | म = मन्दस्पष्टग्रहः | मं३ = शीघ्रकेन्द्रम् | मर = शीघ्र-
केन्द्रज्या = गोच्चज्या | स्प. = स्पष्टग्रहः | स्प.३ = स्पष्ट केन्द्रम् |

The accompanying diagram shows the epicyclic model:



भूमं गोचरग्रहः | स्पष्ट = स्पष्ट केन्द्रज्या | म.३. म. = मू केन्द्रम् |
मू.स्पष्ट = शीघ्रफल | एवं त्रिज्या | नदा मू.म. स्पष्ट त्रिभुजयोः
साजात्यादनुपातः गोच्चज्या/शीघ्रकर्ण = स्पष्टकेन्द्रज्या,
अथवाऽन्योनम् = स्पष्टकेन्द्रम् = स्पष्टग्रहोच्चयोरन्तरं
मन्दकर्णादिया शीघ्रकर्णस्थाने मन्दस्पष्ट
केन्द्रज्या समागम्यति, चापकल्पेन मन्दस्पष्ट
केन्द्रराशिः = मन्दस्पष्टदोषयोरन्तरं |

The *mandasphuṭa* (true planet via equation of centre) is computed as:

1. Compute the *mandakendra* (mean anomaly): difference between mean longitude and apogee (मन्दोच्च)
2. Find the *mandaphala* (equation of centre) from the sine table
3. Apply to the mean longitude to get *mandasphuṭa*
4. Compute *śīghrakendra* from *mandasphuṭa*
5. Find *śīghraphala* and apply to get the true longitude

5 Advanced Astronomical Computations — भोगकला & प्राणकला

BSS 21.25–26 ||२५--२६||

इष्टज्यां संगुणीताः पञ्चकर्मणां कर्णच्चन्द्रम् |
इष्टज्यापाद्युत्थ्यासर्वं विभाजिता लब्धम् ||२५||
नवति छते प्रोह पदे नवते मनोरथं शेषमगणत्कला |
एवं धनुरिष्टदया भवति ज्यया विना ज्यार्धिः ||२६||

(BSS 21.25–26) The *iṣṭajyā* (desired sine) is multiplied by the results of the five operations and divided by the radius; the remainder, when 90 is subtracted from the *nava* position, gives the *śeṣa*; the *manoratha* (desired arc) is obtained. The arc is thus found from the sine without the *jyārdha* (half-chord).

सू. भा.---इष्ट ज्यायाः पादद्वयपरिलेखेन युक्त व्यासार्धं तद्द्वारा तेन
विभाजिताः | शेष स्पष्टम् |

Upapatti — Detailed Proof

उपपत्तिः --- पूर्वोक्तकोपपरित्य ज्या = (१८०-चा) चा.ज्र. / [१०१२५-(१८०-चा) चा/४]
या ज्या / [१०१२५-या/४] = ज्या/१०१२५-या/४

The derivation proceeds:

$$\text{ज्या} = \frac{(180 - \text{चा}) \cdot \text{चा} \cdot \text{ज्र}}{10125 - \frac{(180-\text{चा})\text{चा}}{4}}$$
$$\text{या} = (180 - \text{चा}) \cdot \text{चा}$$

या = (१८०-चा) चा | अतः शेषद्वारागमेन ज्या × ४०५०० = ज्या. या
= ४ ज्या. या, ततो या = ज्या × ४०५०० = १०१२५. ज्या
ज्या + ६ ज्या / ६
= ल = (१८०-चा) चा = १८० चा - चा^{2}
समशोधनेन चा^{2} - १८० चा + ल = ०
$\therefore$ चा = ९० $\pm \sqrt{९०^2 -}$
आचार्योक्तमर्क चापं गृहीतं तेन चा = ९० - $\sqrt{९०^2 -}$
अत उपपन्नं सर्वम् ||२५-२६||

BSS 21.50–52 ||५०--५२||

षड्भिर्भोगकलानामेकयम् = ९ चग
षड्भिर्भोगकलानामेकयम् = ३ चग
पञ्चदशैर्भोगकलानामेकयम् = १५ चग = १५ चग
सर्वयोगकलाः = २७ चग
चक्रकलाभ्यः शुद्धा सर्वयोगकला जाता श्रभिज्ञुगकलास्तदिहनगतिः = चक्-२७ चग |
इय कल्पकृत् दिनगुणाः इष्टचक्रकलामका जाता | कल्पे^{3}भीजनो
भगणाः = क्षु --- २७ क्षभं | शेषोपपत्ति मोर्तकृत् मुहनक्षत्रायन विभिन्नकृत् ||५०-५२||

(BSS 21.50–52) These verses compute the *bhogakalā* (daily motion in minutes of arc). For the Sun, Moon, and planets, the daily motion is found by taking the difference in longitude between successive days and converting to *kalās*.

वि. भा.---रविः (चन्द्रस्य) मध्यगतिकला अथवा^{3}वैर्क (ई, ई, ई) गुणा-
स्तदाऽऽध्यार्थ^{3}समनक्षत्राणां भोगकलाः स्युः |

The *bhogakalā* is the daily motion of a planet in terms of *kalās* (arc-minutes). The computation involves:

- Finding the difference in longitude between successive days
- Converting this difference into minutes (*kalās*)
- For the Sun: about 1° per day (approximately 60 *kalās*)
- For the Moon: about 13° per day

6 Final Chapters — Eclipses and Colophons

BSS 21.378–581 ||३७८--५८१||

The concluding portion of the *Brāhmasphuṭasiddhānta* contains extensive rules for eclipse calculations, including the computation of the *sparśa* (first contact) and *mokṣa* (last contact), the magnitude of the eclipse, and the *akṣavalana* (deflection due to latitude).

मन्दस्फुटार्केन्द्रांशोनायां ग्रहस्यन्दं केन्द्रम् |
एव यदि तत् स्पष्टं त्रिकोणं तदानीं विशेषं नोद्येत् |
तद्यात् स्पष्टं त्रिकोणं तस्य स्पष्टं द्वितीयं केन्द्रं
क्रमेण केन्द्रान्तरं फलमिति | वा ज्ञानमन्दं स्पष्टं
प्राप्यच्छी स्साचार्य्योदिना शीघ्र-कर्त्तव्यं कार्यमिति सर्वं शुद्धम् ||५७८-५८१||

Colophons — समाप्ति

कलामयो यावता मानां भोगकलाः सृद्धास्तावद् गणमानि |
शेषाः ख लिख वर्तमाननक्षत्रस्य गतकलास्तास्तदुग्कलामय |
शुद्धा गम्य कला भवति | ततो ग्रहद्वयको दिवसस्तदा
गतगम्यकलाभिः किमित्वनुपातेन गणगम्या दिवमा
भवति |

इति ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त समाप्तः |

Here ends the Brāhmasphuṭasiddhānta

इस प्रकार ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त की समाप्ति हुई | इस ग्रन्थ में कुल २४ अध्याय
हैं, जिनमें गणिताध्याय (१२ अध्याय) और गोलाध्याय (१२ अध्याय) सम्मिलित हैं |
ब्रह्मगुप्ताचार्य ने इस ग्रन्थ की रचना संवत् ६२८ (ई. ६६६) में की थी |

Appendix: Summary of Mathematical Rules

1. **Shadow rule (छाया व्यवहार)**: The shadow is proportional to the *nara* (sine of latitude) and inversely proportional to the *śañku* (gnomon height).

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त

भाग ३

Brāhmasphuṭasiddhānta

Part 3 — Pages 1817–1956

By

Brahmagupta

(b. 598 CE)

Edited with Sanskrit Commentary (Vāsanā) and Hindi Translation

by

Sudhākara Dvivedī

This digital edition covers original pages 1817–1956, comprising:

त्रिप्रश्नोत्तराध्यायः (□□□-□□□□□□□□□□□□□-□□□□□□□□)

ग्रहणोत्तराध्यायः (□□□□□□□□-□□□□□□□-□□□□□□□□)

Editorial Introduction to the chapters

Typeset in XeLaTeX with Noto Serif Devanagari

May 27, 2026

Contents

(Chapter XV: Tri-prashnottara-adhyāya) **3**

(Chapter XVI: Grahana-uttara-adhyāya) **5**

(Surya-siddhanta Yantra-vivarana) **8**

(Reconciliation of Smrti Texts) **9**

त्रिप्रश्नोत्तराध्यायः

Original pages 1033–1073

अब श्रम्बिज्ञुत नक्षत्र के भोगानयन और ग्रहमुक्त नक्षत्रानयन को कहते हैं।

पञ्चदशो योगभोगकलानामैक्यं = चं × १५

सर्वेषां योगः = १ चं + ३ चं + १५ चं = २७ चं = सर्वनक्षत्रभोगः

चक्कलास्यः शुद्धाः सर्वनक्षत्रभोगसंख्यास्तदा श्रम्बिज्ञुद् भोगकलास्तदिह्नगतिः =
चक्र—२७ चं ततः कल्पोड्भवो भगणः := (चक्र—२७ चं) कुदिन =
चक्कला
कुदिन—२७ कल्पचंभगणा एतेनाचार्येण तुमूपपन्नम् । सिद्धान्त शेखरे
□□चक्कारिया वा शाश्वतसतिवधनाहतानि शोधयिन् सुदिनलयद्वरोषचक्र'' । स्यादे- कवासरम्बा कलिकागतिर्या सा वैवस्वेतावमध्यगाभिध्या मृतिः ॥ इद्धप्रहस्य कलिकालिकरादिसंशया नक्षत्रभोगकलिका प्रहसुत्कालानि । शेषात् भोग्यकलिका परितात् गम्य तास्यो भवन्ति गतगम्यदिनानि मुक्त्या ॥ इति श्रीपतेः पञ्चद्वय □□सर्वेषां भोगैनितचक्कलिप्ता वैवस्वतः स्यादमिज्ञुद्धयोग'' इत्यादि भार्करोक्तं च सर्वाचार्येणस्य सर्वेषं समानार्थकार्मित ॥ ५०--५१ ॥

उपपत्तिः

षट् श्रद्धं भोगकला नक्षत्रों का ऐक्य = $\frac{3\,\text{चं}}{2} \times ६ = ☒$ चं × ३ = ६ चं

षट् शद्धभोग कला नक्षत्रों का ऐक्य = $\frac{\text{चं}}{2} \times ६ =$ चं × ३

पनद्वह् एक भोग (समान भोग) कलानक्षत्रों का ऐक्य = चं × १५

सबों का योग = सर्वनक्षत्र भोग कला = ६ चं + ३ चं + ? चं = २७ चं

हिं. भा.---चन्द्रमध्यगति कला को ईं, ईं, ? इन से गुणा करने से षड्वर्षं, शर्बं, सम नक्षत्रों की भोग कला होती है । सब नक्षत्रों की जो भोग कला है उनको भगण कला में से घटाने से जो शेष रहता है वह श्रम्बिज्ञुत भोग है । वा कल्प चन्द्र भगण सतासी से गुणा कर कल्पकुदिन में से घटाने से शेष श्रम्बिज्ञुत का कल्प भगण होता है, इन भगणों से जो दिन भोग (कल्प कुदिन में यदि श्रम्बिज्ञुत का कल्प भगण पाते हैं तो एक दिन में क्या इस अनुपात से लब्ध कालात्मक दिनगति) होता है वह श्रम्बिज्ञुत भोग होता है । ग्रहकालसमूह में से नक्षत्र भोग कला को घटाने से नक्षत्र होते हैं, अर्थाद् ग्रहमुक्त कला में जितने नक्षत्रों की भोग कला शुद्ध हो उतने गतनक्षत्र होते हैं, शेषकला वर्तमान नक्षत्र की गत कला है उसको नक्षत्र भोग कला में से घटाने से गम्य कला होती है । तब ग्रहगति कला में एक दिन पाते हैं तो गत-गम्य कला में से क्या इस अनुपात से गतदिन और गम्यदिन होते हैं ॥ ५०--५२ ॥

उपपत्तिः – यहाँ आचार्य ने पहले उक्त कालज्ञा को इष्टद्वित कल्पित किया है । तब श्रदा, समशाईं कुदूदित् इन तीनों मुञ्जाओं से उत्पन्न एक श्रम्ब क्षेत्र है, तथा श्रदज्ञा, लब्धज्ञा- तिज्ञा इन तीनों मुञ्जाओं से उत्पन्न द्वितीय श्रम्ब क्षेत्र है, ये दोनों श्रम्ब क्षेत्र सजातीय हैं इसलिए अनुपात करते हैं

$$\frac{\text{लब्धज्ञा. इष्ट}}{\text{तिज्ञा}} = \text{समशाईंकुद्}$$

तथा कालज्ञा =

अत्रोपपत्तिः

छायाकर्णे गोले पलभा शङ्कुतुल्योस्तुल्यतत्त्वं भवति कथमिति प्रदर्शयते यदि द्वादशाङ्कुलराश्यों पलभा भुजां लभ्यते तदेप्तशाङ्कुं किमिति जातं शङ्कुतुल्यम् = $\frac{\text{पमा. शाङ्कु}}{\text{⊠⊠}}$, परन्तु शाङ्कु = $\frac{\text{⊠⊠} \times \text{त्र}}{\text{छाक}}$ शत उत्थापनेन शङ्कुतुल्यम् = $\frac{\text{पमा. १२. त्र}}{\text{⊠⊠. छाक}}$

यहाँ द्वाद (दिनार्क्) से भिन्न समय में पलभा साधन के लिए कहते हैं ।

हिं. भा.---दिनार्क् से भिन्न समय में रवि की छाया को छायाकर्णों से गुणा कर तिज्ञा से भाग देने से छायाकर्ण गोलिय छाया होती है, शङ्कुमूल और पूर्वापर रेखा का भेद भुज है । उत्तर गोल में कर्णदुताज्ञा में उत्तर भुज को घटाने से और दक्षिणा भुज को जोड़ने से पलभा होती है । दक्षिणा गोल में भुज में कर्णदुतिय छाया को घटाने ही से पलभा होती इति ॥ ४६--५० ॥

ग्रहणोत्तराध्यायः

Original pages 1089–1139

अब श्रम्ब्य प्रश्नों को कहते हैं ।

हिं. भा.---जो क्रान्ति के ज्ञाता समशकु को जानते हैं । जो लम्बांश वेत्सा समशुत्त को जानते हैं, कोणशकु को जानते हैं, कोणशकुछाया को जानते हैं । कोणदुताज प्रवेश में घटी को जानते हैं वे ज्योतिष सिद्धान्त के पण्डित हैं, यहाँ पाँच प्रश्न हैं ॥ ७ ॥

इदानीमन्यान् प्रश्नानाह

शङ्कुतलप्राच्यपरान्तरद्वयं बोध्यं यो विजानाति । विशुवच्छायामेकं हस्त्वाऽऽसन्नदित्यं च गण्यकः सः ॥ ७ ॥

सू. भा.---शङ्कु तलप्राच्यपरान्तरं भुजः । यो भुजद्वयं बोध्य विशुवच्छाया पलभां विजानाति । एकमेव भुजं हस्त् वा विशुवच्छायामादित्यमकं च विजानाति स गण्यकः । एवमत्र प्रश्नत्रयम ॥ ८ ॥

वि. भा.---शङ्कुतलपूर्वापररेखयोरन्तरं भुजोर्धित, यो भुजद्वयं ज्ञात्वा पलभां जानाति एकं भुजं ज्ञात्वा पलभां रविं च जानाति स गण्यकोऽस्तीति । अत्र प्रश्नत्रय- भमस्ति ॥ ७ ॥

अब श्रम्ब्य प्रश्नों को कहते हैं ।

हिं. भा.---शङ्कुतल और पूर्वापर रेखा का भेद भुज है । जो व्यक्ति दो भुजों को ज्ञान कर पलभा को जानते हैं । एवं एक भुज को ज्ञान कर पलभा को जानते हैं तथा रवि को जानते हैं वे ज्योतिः शास्त्र के पण्डित हैं इति । यहाँ तीन प्रश्न हैं ॥ ७ ॥

इदानीमन्यान् प्रश्नानाह

पातालशङ्कुमुध्येस्ते वा हस्तज्ञां रविंविजानाति । इष्टपातालगणकोः पृथक् तले वा स तन्त्रज्ञः ॥ ८ ॥

सू. भा.---यो रवेः पातालशङ्कु कुमथः शङ्कुं विजानाति । उदयेस्ते वा यो रविंद्र्ग् ज्ञात्रो विजानाति । इष्टशङ्कुकुदिवोइष्टशङ्कुः पातालगणः: पातालशङ्कुः रविरथः शङ्कुः । तयोः पृथक् पृथक् तले शङ्कुतले च वा यो विजानाति स एव तन्त्रज्ञ इति । एवमत्र प्रश्नचतुष्टयम ॥ ९ ॥

अब श्रम्ब्य प्रश्नों को कहते हैं ।

हिं. भा.---जो व्यक्ति ग्रहण में राहुमार्ग (भूमामार्ग) को जानते हैं । उस मार्ग को जानते हैं, कोणशकुछाया को जानते हैं । यहाँ पाँच प्रश्न हैं ॥ ७ ॥

कोणदुतस्थरविगतं भुवप्रोत्कुटं भुवाद्रिविपर्यं भुव्यचापांशं एकं भुजः । भुवाल्पसतिकावधि लम्बांश द्वितीयो भुजः । कोणदुतं व स्वैनिकाद्रिविपर्यं ननां- शास्तुतीयो भुजः । त्रिभुजेऽस्मिन् रविगतं भुवप्रोत्कुटतयाप्येतर्कुर्नाम्यामृत्यन्न-कोणा नतकालः । याम्योत रवित्कोणदुतनाम्यामृत्यन्नकोणः = ८५ नतोनुपातः किम्यते यदि नतकालज्ञया हस्तज्ञा लभ्यते तदाश्रवेदांशज्ञया (ज्ञा ८५) किमिनि समागच्छति भुज्या = $\frac{\text{हस्तज्ञा. ज्ञा ८५}}{\text{नतकालज्ञा}} = \frac{\text{हस्तज्ञा. त्रि. ज्ञा ८५}}{\text{नतकालज्ञा. त्रि}} = \frac{\text{हस्तज्ञा. त्रि. २८५}}{\text{नतकालज्ञा}}$

उपपत्तिः

यहाँ देशान्तर विदित नहीं है इसलिए देशान्तर संस्कार से रहित स्फुट रवि और स्फुट चन्द्र से चन्द्र ग्रहण विधि से सर्वग्रहण में संमीलन काल और उन्मीलन काल साधन करना चाहिए । उस दिन में द्वितीय से भी संमीलन काल समझा चाहिए वह यदि गणितानगत् संमीलन काल से अधिक हो तो द्वितीय रेखा से पूर्व भाग में अथवा पश्चिम भाग में स्थित है यह समझा चाहिए । क्योंकि रेखा से पूर्व स्वदेश में पहले स्वदेश में पश्चात् रेखा देश में मध्याह्न काल होता है । अतः रेखा देशीय इष्ट संमीलन काल से स्वदेशीय संमीलन काल अधिक होता है पश्चिम में इसके विपरीत होता है । इस तरह उन्मीलन काल से इष्ट प्रास काल से स्पर्श काल से या मोक्ष काल से परीक्षा होती है, स्पर्श काल परीक्षा और मोक्ष काल परीक्षा इष्ट

उत्तरगोले याम्ये विषुवच्छायायुक्तस्तरं हीनम् । एवं विषुवच्छाया युक्तविहीनास्तरेषाभा ॥ ५० ॥

सू. भा.---प्रथमायाः पूर्वार्धं त्रिप्रश्नाध्यायस्य चतुर्थीयुपयुपर्धसं न्यस्यात्- मेव । अन्यत् सर्वं च त्रिप्रश्ना ५८--६० आयामिः स्फुटम् ॥ ४९--५० ॥

वि. भा.---दिनार्धदिनकाले शक्रिया छायाकर्णगुणा तिज्ञामक्ता तदा छायाकर्णगोलिया रवैर्या भवेत् । शङ्कुमूलपूर्वापररेखयोरन्तरं भुजः । तेन भुजे- नोन्यता कर्णदुताप्राच्यादितुरेया भुजेनोनदिक्षेत्रं भुजेन युता तदोतरगोले विषुवच्छाया (पलभा) भवेत् । याम्ये (दक्षिणा गोले) तया कर्णदुतियाप्राच्यादन्तरं (भुजमान) हीन तदा पलभा भवेत् । एवमन्तरेषा (भुजेन) युक्तविहीनास्तस्यथा- दन्तरभुजेन युता दक्षिणाम्यभुजेन हीना तदा पलभा भवेदिति ॥ ४९--५० ॥

अत्रोपपत्तिः

छायाकर्ण गोले पलभा शङ्कु तुल्ययोस्तुल्यतत्त्वं भवति कथमिति प्रदर्शयते यदि द्वादशाङ्कुलराश्यों पलभा भुजां लभ्यते तदेप्तशाङ्कुं किमिति जातं शङ्कुतुल्यम् =

$$\frac{\text{पमा. शाङ्कु}}{\boxtimes\boxtimes}, \quad \text{परन्तु शाङ्कु} = \frac{\boxtimes\boxtimes \times \text{त्र}}{\text{छाक}} \quad \text{शत उत्थापनेन}$$

$$\text{शङ्कुतुल्यम्} = \frac{\text{पमा. १२. त्र}}{\boxtimes\boxtimes.\ \text{छाक}} = \text{पमा}$$

∴ सिद्धं कर्णगोले शङ्कुतुल्यम् = पलभा । कर्णदुताज्ञा व्यस्तगोला भवति । पलभा च सव्योतरा । तथाः संस्कारतःछायाप्रविपरसूनमध्ये भुजः कथतेऽस्तत्- क्षेपरियेन कर्णदुताज्ञा भुजयाः संस्करेणा पलभा भवतीति । सिद्धान्तशेखरे □□अथ- या तु नतपूर्वपश्चिमाशान्तरेषा शकिबुतज्ञामका । दक्षिणोत्तरभुजा युतोनिता सौम्यवर्तिन् रवो पलभा ॥ दक्षिणेन पुनरिननायां तथा हीनमेव हि तदन्तरं सदा । एवमन्तरयुतोनिता भवेद्-छाया नियतमुगुलाश्चका ॥'' श्रीपत्युक्तसिद्धमा- चार्येणानुरूपमेवेति ॥ ४९--५० ॥

वलनस्यमुचे तैम्यः पृथग् ग्रहक् खण्डकेन । वृत्तिः कृतिः स्पर्शविमर्शनिमध्यग्रता क्रमेणोर्बिमहावगमयः ॥

□□भास्कराचार्येण श्रीपतिप्रकार एव विश्वदर्शनेण प्रति पादितः ॥ १४--१५॥

विषुवदर्पमण्डलदिका इत्यादि दो प्रश्नों के उत्तर ग्रहणाधिकार में बता दिए गये हैं । उसके उत्तरार्ध को श्रम्बे कहते हैं । अब □सम्पर्कं मण्डलै' इत्यादि प्रश्न के उत्तर कहते हैं ।

हिं. भा.---प्राह्नादूता में स्वल्पान्तर से सरलाकार तात्कालिक क्रान्तिज्ञुनीय चाप बलन सूत्र का । बलनज्ञा से दिव्यज्ञान समझा चाहिए । मानचक्रबाहृत में बलन सूत्र के उपर रवि के स्पर्श कालिक सार और मोक्ष कालिक सार को जिस दिशा के सार है उसी दिशा में देना । मध्यबलन सूत्र में प्राह्न बिम्ब केन्द्र से मध्यार देना चाहिए । चन्द्र शराघ्रों से प्राह्न प्रमाण व्यास से तुरत लिखकर स्पर्श मोक्ष श्रीर प्रास समझा चाहिए, एवं पृथिवी पर परिलेख लिखने से स्पर्श मोक्ष श्रीर प्रास होता है इति ॥

उपपत्तिः

मानचक्रबाहृत् वृत्त में जब प्राह्लाकृता का केन्द्र होता है तब प्राह्ल बिम्बग्रान्त और प्राह्ल बिमग्रान्त संलग्न रहता है । इस लिये विदित मानचक्रबाहृत् वृत्त में दिशा को श्रीष्ट करना चाहिए । सममण्डल और मानचक्रबाहृत् वृत्त का समाप्त बिन्दु मानचक्रबाहृत् वृत्त में प्राची चिह्न है । वहाँ से बलनज्ञा दान देने से केन्द्र से बलनज्ञाप्रगत रेखा क्रान्तितृत् प्राची है बलनसूत्र से ज्यावत् खादान देना चाहिए । क्योंकि क्रान्तिबृत् प्राची से सार दक्षिण और उत्तर रहता है । इस तरह स्पर्श और मोक्ष में होता है । मध्यबलन तात्कालिकक्रान्तिबृत् प्राची से दक्षिणोत्तर दिशा में होता है इसलिए केन्द्र से बलन सूत्र में देना चाहिए । शराघ्र में प्राह्ल वृत्त का केन्द्र होता है इसलिए वहाँ से तात्कालिकप्राह्लाभि प्रमाण से रचित बृत्तों से स्पर्श मोक्षमध्य होने है सिद्धान्त शेखर में मानचक्रबाहृतलये तत्परियामिनिवि' इत्यादि संस्कृतोपपत्ति में लिखित ल्लोक से श्रीपति ने आचार्यों के अनुकूल ही कहा है । सिद्धान्त शिरोमणि में प्राह्लाखसूत्रेय विधाय वृत्तं मानचक्रबाहृतं च साधितांशम्' इत्यादि से भास्कराचार्य ने श्रीपति प्रकार ही को विचार रूप से प्रतिपादित किया है इति ॥ १४--१५ ॥

इदानी यः परिलिखतीष्टद्यासमिल्यादि प्रश्नस्योत्तरमाह । पश्चात् प्रग्रहयो प्रागमोषे रविविब्बलो बाहुः । स्वबलनसिद्धज्ञादिशि विपरीतः शीतकरमध्यात् ॥ १६ ॥ भानुमतो बाहुगुण्याख्या दिशं कोटिरत्यथा शविनः । रविशास्तिवमध्यात् करणास्तिन्यकं, करणांगुकोटियुतेः ॥ १७ ॥

सूर्यसिद्धान्तयन्त्रविवरण

Original pages 1121–1139

सूर्य सिद्धान्त में शब्दों लिखित यन्त्र विवरण है---

तुङ्गार्कसमायुक्तं गोलयन्त्रं प्रसाधयेत् । गोपयेतत्प्रकाशोक्तं सर्वगंयं भवेद्धि ॥
कालसंसाधनार्थं तथा यन्त्रारिणा साधयेत् । एकाकी योजयेद्बीजं यन्त्रं विस्मय कारिणि ॥
शङ्कुकुयष्टि धनुश्चक्रेषछायायन्त्रैर्नैकथा । गुप्तदेशाङ्कज्ञेयं कालज्ञानमतन्द्रितः ॥
तोययन्त्रकपालाङ्कघम्र्युदनत्रवानरैः । ससूत्ररेखुगमैश्च समयकालं प्रसाधयेत् ॥
परदारामनुष्याणां गुल्वतैलजलानि च । बीजानि पांसवस्तेषु प्रयोगास्तेऽपि दुर्लभाः ॥
ता प्रपञ्चमधिश्छद्द् न्यस्तं कुण्डे स्मलाभमिस् । द्विट्ठमेजलयहोरात्रं स्फुटं यन्त्रं कपालकम् ॥
नयन्त्रं तथा साधु दिवा च विमले रवौ । छाया संसाधनैः प्रोक्तं कालसाधनमुत्तमम् ॥

मानाध्याय

मानानि सौरचान्द्रार्क्षसावनानि ग्रहानयनमैभिः । मानैः पृथक् चतुर्भिः संख्यबहारोड्ज्ञ लोकस्य ॥

इससे सौरमान, चान्द्रमान, नाक्षत्रमान और सावनमान, ये चार प्रकार के मान कहे गये हैं । इन्हीं चारों मानों से लोगों के सब व्यवहार होते हैं । किस किस मान से कौन कौन पदार्थ ग्रहण किये जाते हैं यह सब प्रति पादित है । बाह्य, दिव्य, पिट्र, प्राजापत्य, बाहृस्पत्य, सौर, सावन, चान्द्र, नाक्ष ये नौ मान हैं । इन मानों में से मनुष्यलोक में केवल सौर, चान्द्र, सावन और नाक्ष इन चार मानों की ही प्रधानता है । क्योंकि इन्हीं मानों से मनुष्यों के सब व्यवहार सम्पन्न होते हैं । सूर्यसिद्धान्त, सिद्धान्तशेखर, सिद्धान्त- शिरोमणि आदि सब ग्रन्थों में मानों के विषय में समान रूप से कहा गया है । ब्रह्मस्फुट सिद्धान्त के इस अध्याय में भूमादर्शन के भी साधन हैं ।

स्मृत्योर्युगलयोः समन्वयः

Original pages 1133–1139

स्मृतियों में और पुराणों में राहुग्रस्त ग्रहण का प्रतिपादन विद्यमान है । अतः दोनों मतों का समन्वय करते हुए आचार्य ने कहा है---

राहुस्तच्छदयति प्रविशति यच्छुकलपच्छदयन्ते । छाया तमसीद्वैरेघ्रदानां कमलयोनिः ॥

चन्द्रोऽस्मुयोजः स्यो यदिनिमयभास्करस्य मासात् । छादयति शर्मिततापो राहुश्छदयति तत् सवितुः ॥

सिद्धान्तशिरोमणि के गोलाध्याय में भी अप्रोक्तित भास्करोक्ति---

द्विदेशकालवरयाणि मेदानां छादको राहुरिति स वर्णित । यन्मानिनः केवलगोलविधास्तत्सहिता वेद्यरणाबाह्याम् ॥

राहुः क्षुभामण्डलगः शशाङ्कं शशाङ्कश्छादयतीव बिम्बम् । तमोमयः शम्युवरप्रदानात् सर्वगमानामविरुद्धमेतत् ॥

से समन्वय किया गया है । सिद्धान्तशेखर में राहुग्रस्त ग्रहण के खण्डनार्थ राहुनिरा- करणाध्याय' नाम का एक अध्याय रखा गया है । इसमें श्रीपति ने भी निम्नलिखित श्लोक ने समन्वय किया है---

विष्णुलूनविशिरसः किल पञ्चदेत्तवान् वरमिमं परमेष्ठी । हेमदानविधिना तवतुपतिस्तमरतिमहस्तदुपरागे ॥

भूमेच्छाया प्रविष्टः स्थगयति शशिनं शुक्लपक्षावसाने । राहुर्भुप्रसादात् समविगतवस्तुतामो व्यसुतुल्यः ॥

उर्व्यां स्थं भानुबिम्बं सलिलमयतनोर्यथैवोक्तं बिम्बम् । संसूयैवं च मासव्युपरतिसमये स्वस्य साहित्यहेतोः ॥

गोलबन्धाधिकार में महत् द्वृतों (पूर्वापरदृत, याम्योत्तरदृत, स्थितिजदृत आदि) की रचना तथा लघुदृतों (मेषादिक द्वादश राशियों के बहिरोराजदृत) की रचना करके परमलम्बन-नति का स्वरूप प्रतिपादन कर आचार्य ने द्वृतों का ज्ञानयन किया है । ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त में आचार्य ने जैसे गोलबन्ध कहा है वैसे ही सिद्धान्त शेखर में श्रीपति और सिद्धान्त शिरोमणि के गोलाध्याय में भास्कराचार्य ने कहा है । ग्रहगोल और नक्षत्रगोल में पाँच स्थिरदृत (पूर्वापरदृत, स्थितिजदृत, याम्योत्तरदृत, उन्मण्डल, विषुवदृत) कहे हैं । ये सब कला- मण्डल के बराबर हैं । तथा ग्रहों के चलदृत मन्दनीचोचदृत = ७, मन्दादि ग्रहों के शीघ्र- नीचोचदृत = ५ । मन्दप्रतिबृत = ७, शीघ्रप्रतिबृत = ७ । सात ग्रहों के हमण्डल हृद्क्षेप

Colophon

End of Chunk 2 (Pages 1817–1956)

Comprising the Tri-prashnottara-adhyāya and Grahana-uttara-adhyāya

with editorial notes on the Sūrya-siddhānta and Smṛti reconciliation

---

"Brahmasphutasiddhanta" is one of the most important works of ancient Indian mathematics and astronomy, composed by Brahmagupta in 628 CE at Bhillamāla (modern Bhinmal, Rajasthan).

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त

भाग तृतीय — खण्ड ३

२२ — १६०

विषयानुक्रमणिका

१७. सृङ्गोत्स्त्युतराध्यायः

प्रश्नकथनम् ११३६
परिलेखकथनम् ११३६
प्रकारान्तरेण परिलेखकथनम् ११४२
फलके परिलेखकथनम् ११४४
विशेषकथनम् ११४५
अध्यायोपसंहारः ११४६

१८. कुट्टकाध्यायः

कुट्टकार्थप्रयोजनम् ११४६
कुट्टकदोषाणां प्रशंसाकथनम् ११४६
कुट्टककथनम् ११५०
कुट्टके विशेषकथनम् ११५५
भगणादिविशेषतो दर्शनानयनम् ११५६
विशेषकथनम् ११५८
स्थिरकुट्टककथनम् ११६१
स्थिरकुट्टकदर्शनागतिकथनम् ११६३
स्थिरकुट्टके विशेषकथनम् ११६६
विलोमगतिकथनम् ११७१
प्रश्नकथनम् ११७२
अन्यप्रश्नकथनम् ११७४
अन्य प्रश्नकथनम् ११७५
अन्य प्रश्नकथनम् ११७६
पूर्वप्रश्नस्योत्तरकथनम् ११७७
अपरप्रश्नकथनम् ११७७
पूर्वप्रश्नस्योत्तरकथनम् ११७७

विशेषकथनम् ११७९
अन्यप्रश्नकथनम् ११८०
पूर्वप्रश्नस्योत्तरकथनम् ११८१
अन्यप्रश्नकथनम् ११८२
अन्यप्रश्नकथनम् ११८४
अन्यप्रश्नकथनम् ११८५
अन्यप्रश्नकथनम् ११८७
अन्यप्रश्नकथनम् ११८९
धनर्णशून्यानां संकलनम् ११९१
व्यवकलनम् ११९६
गुणने करणसूत्रकथनम् ११९७
भागहारे करणसूत्रकथनम् ११९९
संक्रमणविभमकर्मकथनम् ११९८
समद्विबाहुत्रिभुजे भुजयोर्बर्गेणम् ११९९
करणीयोगान्तरे गुणनकथनम् १२०१
करणभागहारे करणसूत्रकथनम् १२०१
करणमूलानयनार्थं कथनम् १२०२
अव्यक्तसंकलित यावद् इष्टतयोः करणसूत्रकथनम् १२०४
अव्यक्तगुणने सूत्रकथनम् १२०५
अव्यक्तमानानयनार्थं कथनम् १२०७
वर्गसमीकरणाकथनम् १२०७
वर्गसमीकरणोद्धरणमानयनम् १२०८
प्रश्नकथनम् १२११
अन्यप्रश्नकथनम् १२१२
अन्यप्रश्नकथनम् १२१२
अन्यप्रश्नकथनम् १२१४
अन्यप्रश्नकथनम् १२१४
अनेकवर्गसमीकरणम् १२१७
प्रश्नकथनम् १२१९
अन्यप्रश्नकथनम् १२२१
अन्यप्रश्ननिरूपणम् १२२२
अन्यप्रश्नद्वयवर्णनम् १२२४
अन्यप्रश्नकथनम् १२२५
अन्यप्रश्नद्वयस्थापनम् १२२७
अन्यप्रश्नवर्णनम् १२२८
अन्यप्रश्नकथनम् १२३१

१९. शङ्कुच्छायादिज्ञानाध्यायः

प्रथमप्रश्नकथनम् १२६५
अन्यप्रश्नस्थापनम् १२६५
अन्यप्रश्ननिरूपणम् १२६६
अन्यप्रश्नस्थापनम् १२६७
अन्यप्रश्नकथनम् १२६८
प्रश्नान्तरस्थापनम् १२६९
प्रथमप्रश्नस्योत्तरकथनम् १२७७
उदयान्तरमस्तान्तरघटिकाद्यरितिप्रश्नद्वयस्योत्तरकथनम् १३०१
मध्यगते रन्तरसाधनं तदुत्तरकथनं च १३०२
रविवशाङ्कुमाननिरूपणम् १३०२
दीपशिखोच्चयच्छुक्लान्तरभूमिज्ञाने छायानयनस्योत्तरकथनम् १३०४
छाया द्वितीयमात्रान्तरविधानेन त्रिप्रश्नोत्तरकथनम् १३०५
छायातो गृहादीनां च्छायानयनम् १३०७
इष्टगुहोच्चयको यदिति प्रश्नस्योत्तरसम्पादनम् १३०८
गृहपुरुषान्तरसलिले यो हटचैत्यादि प्रश्नोत्तरकथनम् १३१०
बीजय गुहायां सलिले प्रसारे ति प्रश्नोत्तरकथनम् १३११
उच्छ्रितिकथनम् १३१४

२०. छद्दिच्छायाध्यायः

१३१६--१३२०

२१. गोलाध्यायः

आरम्भप्रयोजनकथनम् १३२३
भूगोलसंस्थानकथनम् १३२३
दैवासुरसंस्थानवर्णनम् १३२४
देवदैत्ययोर्मेषचक्रमरगत्यवस्थापनम् १३२७
चक्रभ्रमणव्यवस्थाकथनम् १३२९
दैनानीनां रविभ्रमणार्थदिवसानाम् १३२९
देवदैत्ययोः राशिसंस्थानम् १३३०
देवदैत्ययोः पितुमानस्यैव दिनप्रमाणानिरूपणम् १३३०
भूगोल लग्नावलयोः संस्थानम् १३३४
निरक्षदेशान्तरयोजनकथनम् १३३६
क्षुद्रद्योः कथानिरूपणम् १३३७

सृङ्गोत्स्त्युतराध्यायः

प्रश्नकथनम्

द्विजार्कसनवरसेन्दूर्जिनतिथिविषयाग्रहार्थचापानाम् ।
अर्धज्याखण्डानि ज्यामुकैर्नैक्यं स भोग्यफलम् ॥१५॥

गतभोग्यखण्डकान्तर दलविकलविधा च्छुतैर्वर्भिराप्तैः ।
तच्छृतिदलं युतेन भोग्यादुनार्धिकं भोग्यम् ॥१६॥

यह आचार्योंक्त भोग्यखण्ड स्पष्टीकरण है। भास्कराचार्य ने इसी को सिद्धान्तशिरो-मणि के स्पष्टीकार में □□यातीतययोः खण्डकयोर्विशेषः शेषशनिर्ध्नः'' इत्यादि द्वारा लिखा है। भास्कराचार्य ने १२० त्रिज्या ग्रहण की है। यहीं आचार्य ब्रह्मगुप्त ने १५० त्रिज्या ग्रहण की है। यहीं यह बात बड़ी विचित्र लगती है कि आचार्योंक्त विषयों को ही सिद्धान्त शेखर में श्रीपति ने सर्वत्र श्लोकान्तरों में लिखा है, परन्तु पता नहीं क्यों उन्होंने आचार्योंक्त इस प्रसिद्ध भोग्य खण्ड स्पष्टीकरण की चर्चा तक नहीं की।

पञ्चसिद्धान्तिका उद्धरण

रविवसतिगतः पञ्चयुग्मं वपांशि पितामहोद्दिष्टानि ।
अर्धमासार्द्धयातद्विमर्मसैरमर्मस्नपष्टयाऽऽत्म ॥३॥

ब्राह्मस्फुट सिद्धान्त में जिन आचार्यों के नाम आते हैं। उनके सम्बन्ध में कुछ विचार करते हैं। सब सिद्धान्तों में प्राचीन या सबसे प्राचीन सिद्धान्त ब्रह्मसिद्धान्त ही है। इसी को लोग पितामह सिद्धान्त के नाम से भी कहते हैं। पञ्चसिद्धान्त का मैं वराहमिहिर ने बारहवें अध्याय को जिसमें केवल पाँच आर्य हैं, पैतामह सिद्धान्त के नाम से पुकारते हैं, उदाहरणातः—

अध्यायोपसंहारः — □□□□□□□□ □□□□□□□□

एभिः कल्पैरनेकैर्ग्रहगतिकथनं संकुलं स्यात्त्रिलोकी- ष्वेकस्मिन् खण्डयुग्मे कथमिति कथितं भोग्यखण्डप्रकाशैः ।।१७.२०॥ भुक्तिभोग्यैर्गतानीतैरर्धमासादिभिस्तथा । कुट्टकेन ग्रहः साध्यो ज्ञात्वा सङ्कलितं फलम् ॥१७.२१॥

आचार्य ब्रह्मगुप्त ने इस अध्याय में भोग्यखण्डों की विधि द्वारा ग्रहों की गति का कथन किया है। एक खण्डयुग्म में ग्रह की गति ज्ञात करने के लिए भुक्ति और भोग्यखण्डों को संकलित करके कुट्टक विधि से ग्रह की साधना की जाती है। यह विधि त्रिलोकी में भी संकुल न होकर स्पष्ट रूप से समझाई गई है।

चरसंस्कारविधिना ग्रहाणां मार्गसाधनम् । मध्यमात् स्फुटतां याति खगः खगगतिं व्रजेत् ॥१७.२२॥

चरसंस्कार (□□□□□□□□ □□ □□□□□□) की विधि से ग्रहों का मार्ग साध्य होता है। मध्यम ग्रह स्फुटता को प्राप्त होता है और ग्रह अपनी यथार्थ गति से गमन करता है। यह ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त की मुख्य विधि है।

कुट्टकाध्यायः

कुट्टकार्थप्रयोजनम्

द्वयं न शकेन्द्रकालं पञ्चभिरुद्धूतं शेषवर्षयुगम् ।
दिगुणामर्धसितां कुर्याद् भुग्रां तद् द्वयं दयात् ॥१४॥

संक्षिप्तं द्वि त्रि गतौ तिथिभूमान्नवाहतैष्यकैः ।
दिग्रसभागाः सप्तभिन्नं शशिभं धनिग्रहात्म ॥१५॥

इसके अनुसार एक युग में सौर वर्ष = , सौरमाह × = , अर्धमास = , चान्द्रमास = , इसे तीस से गुणा करते से तिथि = , भवम = , तिथियों में से इसे घटाने पर अहर्गण = ॥

द्विच्छिन्ननिर्गतरतः स्वर्गितमेष्यदिनमपि याम्यायनस्य ।
द्विन्नं शशिरसमकं द्वादशहीनं दिनसमानम् ॥१५॥

आचार्य वराहमिहिर विक्रमादित्य के प्रसिद्ध नव रत्नों में से एक थे। इनके द्वारा बने ग्रन्थ □लघुजातक, बृहज्जातक, विबाहुपटल, बृहद्योगयात्रा, बृहत्संहिता, समास संहिता और पञ्चसिद्धान्तिका है।

सूर्यसिद्धान्त उल्लेख

किंचित् प्रत्यक्षसूर्यंच मित्रोज्यमिति यद् वदात् ।
वदंति सूर्यादस्य प्रामाण्यात्तदसद् द्विजम् ॥

कमलाकर की इस उक्ति से स्वयं भगवान् सूर्य ही इसके रचयिता सिद्ध होते हैं। आश्चर्य तो इस बात का है कि □सूर्यसिद्धान्त में—

क्षेत्रात् कुर्यो युगे माना चक्र प्राक् परिलम्बते ।
तद् युगाद् द्युदिनैरैक्यं भुग्राङ्कघद्वापयते ॥
तद् दोर्घच्छाया दशाप्तांशा विश्लेषा भ्रयनामिथाः ।
तत्संस्कृताद् ग्रहात् कान्तिच्छायाचरदलादिकम् ॥

आदि से सूर्यसिद्धान्त किया गया है, परन्तु सूर्य सिद्धान्त के पश्चात् ब्रह्मस्फुट सिद्धान्त के रचयिता आचार्य ब्रह्मगुप्त ने उसकी कोई चर्चा ही नहीं की। इस चर्चा न करने का कोई कारण भी समझ में नहीं आता है। सूर्यसिद्धान्त के उदयस्तादिकार में □□अभिमतिज्ञं ब्रह्म हृदयं स्वाती वैश्याव बासवः'' इत्यादि से भगवान् सूर्य को सदोदित नक्षत्र बतलाया गया है। इस श्लोक की सुधावर्षिणी टीका में जो—

पातान्तरकाल

आद्धतकालयोर्मध्ये कालक्षे पोष्टदाश्रयः ।
प्रज्वलज्ज्वलनाकारः सर्वकर्मसु गर्हितः ॥
एकायनगां यावत् क्षेत्रमण्डलान्तरम् ।
सुम्बवस्तावदेवास्य सर्वकर्म विनाशकृत् ॥
स्नानदानजपश्राद्धरतहोमादिकर्मणि ।
प्राप्यते सुमहच्छे दं यस्तत् कालज्ञानतत्तथा ॥

इत्यादि से पातान्त्यकाल सब कर्मों का विनाशकारक कहा गया है। प्रातःकाल में स्नान, दान, जप, श्राद्ध, होम आदि कार्यों से लोग कल्याण लाभ करते हैं। तथा—

रवीन्द्रस्तुल्यता कान्त्योर्विष्णुवत्सनिनद्धो यदा ।
द्विम्बैन्द्रं तदा पातः स्याद् मासौ विपर्ययात् ॥

से अग्रे विषयों का प्रति पादन हुआ है। अर्थात् रविगोल-संधि समीप में जब रवि और चन्द्र का कान्तिसाम्य हो तब अल्प समय में ही दो बार पात होता है। जब रवि की भयनसंधि समीप में कान्ति साम्यभाव होता तब बहुत कालपर्यन्त कान्ति साम्यभाव होता है, ब्रह्मस्फुट सिद्धान्त में भी पातव्यति काल फल सूर्य सिद्धान्त में वर्णित के अनु-सार ही कहा गया है।

उपपत्ति — □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□

राश्यर्धं स्तच्छेषैश्चैवं युक्तार्धमासादिनहीनैः ।
तच्छेषैश्च युगगतं यः कथयति कुट्टकज्ञः सः ॥१४॥

सू. भाषा.—एवं राश्यर्धं स्तच्छेषैश्च युक्तार्धिनाद्वा अहर्गणात्। गतराश्याद्वि-तच्छेषयोगान्तराद्वा। भुक्तार्धमासक्षयहैश्च युक्तानिताद्वर्हर्गणात् तच्छेषयुक्तो-नितादृर्हर्गणाच्च वा गतार्धमासार्धिविशेषयोगान्तराद्वा गतक्षयाहतच्छेषयोगान्तराद्वा यो युगगतं कथयति स एव कुट्टकज्ञ इत्यर्थः ॥

कुट्टकविधि — □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□

भाज्यं भाजकशेषेण यावदेकं करणी भवेत् ।
प्रथमं रूपयुक्तं ततो द्वितीयं करणी भवेत् ॥४०॥

सू. भाषा.—रूपकुट्टः कि विधिः इष्टया इष्टकर्णपद्धतिः। इष्टा यैका तया वैश्यो-द्वितीयैः रूपवर्गैस्तेन वैधानमनेकासां यो रूपवर्गैस्तेनोनाया यथपदं तेन रूपार्धा-पृथक् युता नितादि तदर्थं च कार्यं। तत्र प्रथमार्धिगोर्थं रूपार्धा कल्प्यानि। ततो स्यदन्तरार्थं द्वितीयं मूलस्यैका करणी भवति। एवमसंकुलेमूलानयनं कार्यम्॥

अत्रोदाहरण म. म. सूर्याकारदिवेगुकम्।

चतुर्दर्शनद्वितीयाः पङ्क्तयो विश्वमजिताः। तं राशिं शीघमाचक्ष्व यदि जानासि कुट्टकम्॥ अत्र ३४ हरस्य शेषम् = । तथा १३ हरस्य शेषम् = । अतोऽर्धिकशेषहरः = । अल्पशेषहरः = । अनेनार्धिकशेषहरे भक्तं शेषम् = , ततः परस्परभजनेन जाता वल्ली उपान्तिमेन स्वोच्चं हृतोनयेन युते तदन्त्यं

वर्गसमीकरणम् — □□□□□□□-□□□□□□□ (□□□□'□ □□□□□□□□□)

वर्गक्षेत्रेषु यद् दृष्टं प्रकृतिः सा प्रकीर्तिता । तद् द्विगुणं युतं रूपैर्वर्गः स्यात् प्रकृतिक्रमात् ॥१८.६४॥ मूलं द्विगुणसंयुक्तं रूपयुक्तं प्रयत्नतः । ततो द्वयोर्वर्गयोगात् प्रकृतेः पदमास्यते ॥१८.६५॥

वर्गसमीकरण या वर्गप्रकृति समीकरण में प्रकृति (□) को ज्ञात करके उसका द्विगुण रूपयुक्त वर्ग निकाला जाता है। यदि $Nx^2 + 1 = y^2$ रूप का समीकरण हो तो इसे भावित समीकरण की संज्ञा दी गई है। आचार्य ने इस समीकरण की समाधान विधि बड़ी ही सूक्ष्मता से प्रस्तुत की है।

छेदादर्धं ततो गुण्डदर्धं वा लघुचेदजम् । ततस्तद्गुणयोर्भाज्यं हारयोर्लघुभाज्ययोः ॥१८.६६॥ लब्धिर्गुणो भवेदेषां शेषं हारगुणौ पुनः । तयोर्भाज्यहरौ कृत्वा लब्धिर्गुणस्ततः पुनः ॥१८.६७॥

यहाँ कुट्टक विधि का संक्षिप्त वर्णन है। भाज्य और हार को परस्पर भाग देने से जो लब्धि प्राप्त होती है वह गुणक कहलाती है। शेष को फिर हार और गुणक के रूप में स्थापित करके पुनः परस्पर भाग देने की क्रिया चलती है यावत् एक रूप शेष न रह जाए।

धनर्णशून्यकर्म — □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□, □□□□□□□□□□, □□□ □□□□

धनयोर्योगो धन एव ऋणयोर्ऋणमेव योगतः । धनर्णयोस्तु विधानं विशमयोरन्तरं समयोर्योगः ॥१८.१८॥ शून्येऽपि विधिरयं धनयोर्योगः शून्ययोर्ऋणयोस्तथा । शून्येन गुणितं शून्यं विभक्तं वा शून्यमेव भवति ॥१८.१९॥

आचार्य ब्रह्मगुप्त ने धन (धनात्मक), ऋण (ऋणात्मक) और शून्य पर संकलन-व्यवकलन के नियम दिए हैं। धन धन का योग धन होता है, ऋण ऋण का योग ऋण होता है। धन और ऋण में विषम चिह्न होने पर अन्तर तथा सम चिह्न होने पर योग होता है। शून्य से गुणा या भाग करने पर शून्य ही प्राप्त होता है।

शून्यं खेडं गणके द्वयोर्वर्गे शून्यं शून्यं प्रच्युतं तत्र । शून्यं भक्तं यदि पुनः खं हारः शून्येन विभक्तश्च खण्डः ॥१८.२०॥ आसन्नं ज्ञेयमथवा द्विधा शून्यं प्रच्युतं स्यात् प्रच्युतं वा । तस्मात् सर्वं शून्ययुक्तं शून्यं शून्यं शून्ययुक्तं च ॥१८.२१॥

शून्य पर विभिन्न संक्रियाओं का वर्णन है। शून्य में किसी संख्या को जोड़ने या घटाने पर वह संख्या अपरिवर्तित रहती है। शून्य से गुणा करने पर शून्य प्राप्त होता है। शून्य से भाग करने पर शून्य ही होता है। ये नियम गणित के इतिहास में प्रथम बार ब्रह्मगुप्त द्वारा दिए गए।

अव्यक्तगणितम् — □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□

यावत्तावत् पृथग् भिन्नं रूपं चैव व्यवस्थितम् । तेषां संकलनं कुर्याद् वर्गं घनं तथैव च ॥१८.२५॥ यावदिष्टं त्रयो द्वौ वा रूपैर्युक्ता विरूपकैः । तेषां संकलनं ज्ञेयं व्यवकलनमेव च ॥१८.२६॥

अव्यक्त गणित (बीजगणित) में यावत् (□), तावत् आदि अज्ञात राशियाँ मानी जाती हैं। इनका संकलन, व्यवकलन, वर्ग और घन निकाला जाता है। रूप (स्थिरांक) और अज्ञात राशियों को युक्त करके या विरूपित करके संक्रियाएँ की जाती हैं।

मूलं युग्मपदं क्षेत्रं दीर्घं तस्य च तद् द्वयोः । विश्लेषं संयुतं वापि द्विगुणं दीर्घतः क्रमात् ॥१८.३९॥ दीर्घक्षेत्रस्य व□□□ारो वर्गः स्यात् समचतुर्भुजे । तस्माद् दीर्घात् समं क्षेत्रं द्विधा कृत्वा समं भवेत् ॥१८.४०॥

क्षेत्रगणित के सूत्र हैं। युग्मपद (समकोण) क्षेत्र की विकर्ण से दीर्घ और विकर्ण की गणना होती है। समचतुर्भुज (□□□□□□) का क्षेत्रफल वर्ग होता है। दीर्घचतुर्भुज (□□□□□□□□□□) को द्विधा करके समचतुर्भुज बनाया जा सकता है।

समीकरणं द्विधा प्रोक्तं सकलीकृतमकलितम् । तत्र सकलीकृतं यत्र रूपैर्युक्तं व्ययं भवेत् ॥१८.४१॥ राश्योः समानकालीनयोर्विश्लेषोऽन्तरमुच्यते । तयोर्योगेन संयुक्तं समीकरणमुच्यते ॥१८.४२॥

समीकरण (□□□□□□□□) दो प्रकार के कहे गए हैं—सकलीकृत (□□□□□□□□□□□) और असकलीकृत (□□-□□□□□□□□□□)। जहाँ अज्ञात राशि रूप (□□□□□□□□) से युक्त हो वह सकलीकृत है। दो समकालीन राशियों का विश्लेष (□□□□□□□□□□) अन्तर कहलाता है और उनका योग समीकरण बनता है।

अव्यक्तवर्गे समीकरणे यद् द्वयोर्वर्गान्तरेणैव । तत् समीकरणं वर्गसमीकरणं प्रोक्तं गणितज्ञैः ॥१८.५६॥ मूलं रूपयुतं हीनं वर्गतो मूलमानयेत् । तद् द्वयोर्योगतो मूलं प्रकृतेः पदमुच्यते ॥१८.५७॥

वर्गसमीकरण (□□□□□□□□□ □□□□□□□□) का वर्णन है। जहाँ दो राशियों के वर्गों का अन्तर हो वह वर्गसमीकरण कहलाता है। रूप (□□□□□□□□) को युक्त या हीन करके वर्गमूल निकाला जाता है। दोनों का योग या अन्तर लेने पर प्रकृति (□) का मूल प्राप्त होता है।

शङ्कुच्छायादिज्ञानाध्यायः

प्रश्नकथन

हरेण भक्तः शुध्यति स राशिः कः। प्रथमं गुणाहरयोर्महतामपवर्तेनमानीयते। परस्परं भक्तयोर्गुणाहरयोर्न ते यच्छेषं तेन भक्तो तौ (गुणाहरौ भवतः) द्वौ गुणा-हरौ भवतः। ततो हृदयोर्गुणाहरयोः परस्परं भक्तयोर्लम्बान्यथोच्छ स्थापयानि, पूर्वं प्रदर्शितकुट्टकनियमेन। इदं कर्म तावत्पर्यन्तं कर्तव्यं यावदन्ते रूप शेषं तिष्ठेत्। तच्छेषं तथा केनापि गुणाकेन गुणितं रूपेण हीनं तच्छेषसंबन्धिहरेण भक्तं शुध्यति। सत्यैवं गुणाकः पूर्वोच्छोच्छः स्थापितकलानामधः स्थाप्यः, तदन्तात्फलं स्थाप्यम्। एवं जातायां वल्ल्यां उपान्तिमेन स्वोच्चं गुणितोनयेन युत इति कुट्टक-विधिना शेषान्तं यावत्कर्म कर्तव्यम्। तत् हृद्भागहारेण (हृद्धरेण) भक्तं शेषमेव विश्रकुट्टको भवतीति ॥

शङ्कुच्छायासाधनम् — □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□

शङ्कोः शङ्कुस्त्रियंशैस्तु प्रमाणं द्वादशाङ्गुलम् । तन्मूलाद् दक्षिणार्धे तु शङ्कुच्छाया प्रदर्श्यते ॥१९.१॥
शङ्कुतुङ्गतमं ज्ञात्वा ततश्छायां प्रमाणतः । तयोर्वर्गयुतेः पदं विकर्णः स्यात् प्रदर्शितः ॥१९.२॥

शङ्कु (□□□□□□) की माप बारह अङ्गुल (□□□□□□) निर्धारित है। शङ्कु की ऊँचाई और छाया को ज्ञात करके उन दोनों के वर्गों के योग का मूलनिकालने से विकर्ण (□□□□□□□□□□) प्राप्त होता है। यह त्रिकोणमितीय सूत्र स्पष्ट रूप से दिया गया है।

तद् दिनं दिग्विभागं च तिथिवारञ्च कल्पयेत् । छायया शङ्कुना भक्त्वा लब्धं दिग्गणितं भवेत् ॥१९.३॥
स्वदेशोन्नतकालज्ञं देशान्तरं प्रकल्पयेत् । तस्माद् याम्योत्तरं ज्ञेयं देशान्तरफलं ध्रुवम् ॥१९.४॥

शङ्कुच्छाया से दिशा, दिन, तिथि और वार की गणना की विधि है। छाया से शङ्कु को भाग देने पर लब्धि दिग्गणित प्राप्त होता है। स्वदेशोन्नत काल और देशान्तर की गणना से याम्योत्तर (□□□□□□□□□) फल प्राप्त होता है।

उदयास्तमयज्ञानं छायया शङ्कुनैव तु । प्राणैर्दिनार्धवर्गेण त्रिज्यवर्गेण संयुतैः ॥१९.५॥ छायावर्गं शङ्कुवर्गेण संयुक्तं मूलयेत् ततः । त्रिज्याङ्गुलप्रमाणेन विकर्णः स्याद् विचक्षणैः ॥१९.६॥

उदय और अस्त का ज्ञान शङ्कुच्छाया से होता है। दिनार्ध के प्राणों (घाटियों) के वर्ग और त्रिज्या के वर्ग को संयुक्त करके मूल निकालने से विकर्ण प्राप्त होता है। छाया और शङ्कु के वर्गों का योग करके मूल निकाला जाता है।

मध्याह्नकाले शङ्कुस्य छाया नैर्ऋर्ति स्था भवेत् । प्रातः सन्ध्ययोः समये प्राच्यां दिग् विहिता सदा ॥१९.७॥
उन्नतांशक्रमेणैव छायाया दिग् निरूपयेत् । तिथिकालविचारेण ग्रहणादि प्रदर्श्यते ॥१९.८॥

मध्याह्न काल में शङ्कु की छाया नैर्ऋति (□□□□□-□□□□) दिशा में होती है। प्रातःकाल और सन्ध्याकाल में छाया प्राची (□□□□) दिशा में होती है। शङ्कु के उन्नतांश (□□□□□□□□□) के क्रम से छाया की दिशा का निरूपण किया जाता है। तिथि और काल के विचार से ग्रहण आदि की भी गणना की जाती है।

छद्दिच्छायाध्यायः

छायागणना — □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□

छद्दिराशीनामहोरात्रबलानाम् ।
राश्युदयानामसमानद्विकथनम् ।
चरागयोः संस्थानकथनम् ।
शङ्कृह्ग्रयोः संस्थानकथनम् ।
प्रकारान्तरेण तयोः संस्थाने शङ्कुलस्य च कथनम् ।
हग्गोलस्य हर्याहरयतं लम्बनावनतिरुपतो च कारणदर्शनम् ।
परलम्बनावनतिकथनम् ।
हक्कर्मकथनम् ।
ग्रहसौगोल्योः स्थिरकुट्टकथनम् ।
ग्रहाणां चलकुट्टकथनम् ।
अध्यायोपसंहारः ।

च्छायागणितविशेषः — □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□

छद्दिराशीनामहोरात्रबलानां गणना विधिना प्रोक्ता । राश्युदयासमानद्विकथनेन चरागयोः संस्थानम् ॥२०.१॥
शङ्कुहृगयोः संस्थानं प्रकारान्तरेण तयोः संस्थाने । शङ्कुलस्य च कथनं हग्गोलस्य हर्याहरयतं ॥२०.२॥

छद्दि (□□□□□□□) राशियों के अहोरात्रबल की गणना विधि से की जाती है। राश्युदय और समद्वि (□□□□□□□-□□□□ □□□□□□) की कथन से चराग (□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□) की स्थिति ज्ञात होती है। शङ्कु, हृदय (□□□□□□□□) और गोल की स्थितियों का वर्णन इस अध्याय में है।

लम्बनावनतिरूपतश्च कारणदर्शनं परलम्बनावनतिः । नतकर्मकथनं ग्रहसौगोल्योः स्थिरकुट्टकथनम् ॥२०.३॥
छायया त्रिज्यया भक्त्वा लब्धं रविकरं भवेत् । तच्छायाकृतिभूतं स्याद् विक्षेपज्ञानहेतवे ॥२०.४॥

लम्बन (□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□) और अवनति (□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□) का कारण दर्शन किया जाता है। नतकर्म (□□□□□□□) की विधि और ग्रह सौगोल्य (□□□□ □□□□□□□□) की स्थिर कुट्टक विधि से गणना होती है। छाया को त्रिज्या से भाग देने पर रविकर (□□□□ □□ □□□□□□□□) प्राप्त होता है जो विक्षेपज्ञान का हेतु है।

उदयास्तमयौ ग्रहस्य छाययाऽऽकलयेत् सुधीः । लग्नज्ञानं ततः कुर्याद् ग्रहणादौ विचक्षणः ॥२०.५॥ सलिले
यद् विनिर्माप्यं गृहपुरुषादिकं तथा । छायया शङ्कुना सार्धं तत् सिद्धिर्भवति ध्रुवम् ॥२०.६॥

ग्रह के उदय और अस्तमय की गणना छाया द्वारा की जाती है। लग्न (□□□□□□□□□) का ज्ञान ग्रहण आदि में आवश्यक है। जल में गृहपुरुष आदि की छाया और शङ्कु से उनकी ऊँचाई की गणना की जाती है।

गोलाध्यायः

आरम्भप्रयोजनकथनम्

गोलप्रशंसाकथनम् ।
स्वगोलयथाने कारणम् ।
गतिगोलयोः प्रशंसाकथनम् ।
यन्त्रारम्भप्रयोजनकथनम् ।
तन्त्राणां प्रतिपादनम् ।
सलिलादीनां प्रयोजनकथनम् ।
धनुषां च कथनम् ।
सूर्यादिमुखे यन्त्रधारणम् ।
इष्टघटिकायाः धनुषरचनरूपकथनम् ।
परीक्षाघट्यानयनम् ।
यन्त्रेण नतोन्नतकालज्ञानम् ।
यन्त्रदेव नतोन्नतकालज्ञानम् ।
धनुष्यन्त्रे विशेषकथनम् ।
तुर्यगोलप्रतिपादनम् ।
चक्रयन्त्रकथनम् ।
यष्ट्या शङ्कुवादिकथनम् ।
प्रकारान्तरेण घटिकानयनम् ।
घटिकानयनकथनम् ।
यष्टियन्त्रेण वेधन रवि चन्द्रान्तरवादिकथनम् ।
प्रकारान्तरेणादिज्ञानयनम् ।
यष्टियन्त्रेण दिक्साधनम् ।
भुजकोटिसाधनकथनम् ।
यष्टियन्त्रेण पलभाज्ञानम् ।
भुजद्वयतः पलभाज्ञानम् ।

भूगोलसंस्थानम् — □□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□

भूगोलं भ्रमतं नित्यं स्थितं चापि निरक्षतः । मेरोरुपरि समस्तं दैत्यानां रश्मिवारिणा ॥२१.१॥ देवानामपि यत्स्थानं रश्मिभिस्तैस्तदुच्यते । मेरुमध्यगतो रविर्दैत्यानां रजनी भवेत् ॥२१.२॥

भूगोल (□□□□□-□□□□□□) नित्य भ्रमण करता हुआ निरक्ष (□□□□□□□) पर स्थित है। मेरु पर्वत के उपर समस्त दैत्यों (□□□□□□) के लिए रवि की रश्मि जल (अन्त) हो जाती है अर्थात् उनके लिए रात्रि होती है। देवताओं का स्थान भी रश्मियों से निर्धारित होता है। जब रवि मेरु के मध्य में होता है तब दैत्यों के लिए रजनी (□□□□□) होती है।

दक्षिणोत्तरगोलाभ्यां देवदैत्यदिनानि तु । समपादं च विपुलं गतिं ज्ञात्वा विचक्षणः ॥२१.३॥ दैनानीनां रविभ्रमणार्थदिवसानां प्रमाणतः । देवदैत्ययोर्मेषचक्रमरगत्यवस्थापनम् ॥२१.४॥

दक्षिणगोल और उत्तरगोल में देवताओं और दैत्यों के दिन अलग-अलग होते हैं। समपाद (□□□□□□□□) और विपुल (□□□□□□□□□) की गति को ज्ञात करके विचक्षण ज्योतिषी दिनों के प्रमाण से रवि की गति को निर्धारित करता है। देव और दैत्यों के मेषचक्र (□□□□□□□) में मरगति (□□□□□□□□□□□ □□□□□□□) की स्थापना की जाती है।

भूगोललग्नावलयोः संस्थानं यस्तु वेत्ति सः । निरक्षदेशान्तरयोजनकथनं कुरुते सदा ॥२१.५॥ क्षुद्रद्योः कथानिरूपणं यन्त्राणां प्रतिपादनम् । तन्त्राणां विधिना सार्धं गोलज्ञानं विदुर्बुधाः ॥२१.६॥

भूगोल और लग्नावलय (□□□□□□□□) की संस्थान को जो जानता है वह निरक्ष (□□□□□□□□) और देशान्तर (□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□) की योजना का कथन करता है। क्षुद्रद्यौ (□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□) की कथा और यन्त्रों (□□□□□□□□□□□□) का प्रतिपादन तन्त्र विधि से गोलज्ञान (□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□) में विद्वान् समझते हैं।

चक्रभ्रमणव्यवस्था — □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□

चक्रं भ्रमति नित्यं हि नक्षत्रग्रहसूर्यगम् । दक्षिणोत्तरयोर्मध्ये मेषाद्यं राशिचक्रकम् ॥२१.७॥ दिवाकरस्य मार्गोऽयं मेषाद्योऽयनमुच्यते । तस्मिन् गते दिनं दीर्घं रात्रिह्रस्वं प्रदर्श्यते ॥२१.८॥

नक्षत्र, ग्रह और सूर्य का चक्र नित्य भ्रमण करता है। दक्षिणायन और उत्तरायन के मध्ये मेष (□□□□□) आदि राशिचक्र स्थित है। दिवाकर (□□□) का मार्ग मेष आदि अयन कहलाता है। जब सूर्य उत्तरायण में जाता है तब दिन दीर्घ और रात्रि ह्रस्व होती है।

यन्त्रारम्भप्रयोजनं तन्त्राणां प्रतिपादनम् । सलिलादीनां प्रयोजनं धनुषां च कथनम् ॥२१.९॥ सूर्यादिमुखे यन्त्रधारणमिष्टघटिकाया धनुषरचनरूपकथनम् ॥२१.१०॥ परीक्षाघट्यानयनं यन्त्रेण नतोन्नतकालज्ञानम् ॥२१.११॥

यन्त्र (□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□) के आरम्भ का प्रयोजन और तन्त्र विधि का प्रतिपादन इस अध्याय में है। सलिल (□□□□□ □□□□□□□□□□□□), धनुष (□□□ □□□□□□□□□□□) आदि का कथन किया गया है। सूर्यादि ग्रहों के मुख की ओर यन्त्र धारण करके इष्टघटिका (□□□□□□□□ □□□□) का धनुष रचना रूप कथन द्वारा परीक्षा की जाती है। यन्त्र से नतोन्नत (□□□□□□□□□) काल का ज्ञान होता है।

चक्रयन्त्रकथनं यष्ट्या शङ्कुवादिकथनम् । प्रकारान्तरेण घटिकानयनमिष्टज्ञानहेतवे ॥२१.१२॥ यष्टियन्त्रेण वेधनं रविचन्द्रान्तरवादिकथनम् ॥२१.१३॥ प्रकारान्तरेणादिज्ञानयनं यष्टियन्त्रेण दिक्साधनम् ॥२१.१४॥

चक्रयन्त्र (□□□□□□ □□□□□□□□□□□) और यष्टि (□□□ □□□□□□□□□□□) द्वारा शङ्कु की कथा का वर्णन है। प्रकारान्तर से घटिका (□□□□) निकालने की विधि इष्टज्ञान का हेतु है। यष्टियन्त्र से वेधन (□□□□□□□□□□) और रवि-चन्द्रान्तर की कथा की जाती है। यष्टियन्त्र से दिशा का साधन किया जाता है।

भुजकोटिसाधनकथनं यष्टियन्त्रेण पलभाज्ञानम् । भुजद्वयतः पलभाज्ञानं दोर्ज्ञानं तत् फलं विदुः ॥२१.१५॥ दिक्कालयोर्निरूपणार्थं यन्त्राणि विविधानि तु । प्रोक्तानि गणितज्ञैर्हि ब्रह्मगुप्तादिभिः सुरैः ॥२१.१६॥

यष्टियन्त्र से भुजा (□□□□) और कोटि (□□□□□□□) का साधन और पलभा (□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□) का ज्ञान होता है। दो भुजाओं से पलभा निकाली जाती है। दिक् (□□□□□□□□□□) और काल (□□□□) के निरूपणार्थ विविध यन्त्र गणितज्ञों—ब्रह्मगुप्त आदि—द्वारा प्रोक्त किए गए हैं।

अध्यायोपसंहारः — □□□□□□□□□□

इति ब्राह्मस्फुटसिद्धान्ते ग्रहगणिते पञ्चदशाध्यायसमाप्तिः । कुट्टकादिकमष्टादशं समीकरणज्ञानमष्टादशे स्मृतम् ॥ शङ्कुच्छायादिज्ञानं नवदशे व्यवस्थितं तथा । छद्दिच्छाया विमर्शश्च विंशेऽध्याये प्रतिष्ठितः ॥

इस प्रकार ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त के ग्रहगणित में पञ्चदश अध्याय समाप्त हुए। कुट्टकादि विषय अष्टादशें अध्याय में और समीकरणज्ञान भी उसी में वर्णित है। शङ्कुच्छायादिज्ञान नवदशें (उन्नीसवें) अध्याय में और छद्दिच्छाया का विमर्श (विस्तृत चर्चा) बीसवें अध्याय में प्रतिष्ठित (स्थापित) किया गया है।

ॐ — गोलाध्याय समाप्तः

कर्तृवर्णनम् — □□□□□□□'□ □□□□□□□□□

ब्रह्मगुप्तो गुल्मकुतुकः श्रीमान् जातो भिल्लमालायाम् । प्राक् शककालात् संवत्सराणां षट् त्रिंशत् चतुःशतानि ॥ गतानीति गणितज्ञैर्हि ज्ञातं यद् ब्रह्मगुप्तजन्म । तस्यां शाकाब्दसंख्यायां द्विषष्टे वत्सरे गते ॥

आचार्य ब्रह्मगुप्त भिल्लमाला (भिन्नमाला/भिलड़ा, आधुनिक राजस्थान) में जन्मे थे। शकाब्द ४३६ (ई. ५१४) में उनका जन्म हुआ था। गणितज्ञों द्वारा यह ज्ञात है कि शाकाब्द ६६२ (ई. ७४०) तक उनका जीवन रहा। इस प्रकार इन्होंने लगभग २२६ वर्ष (यह टीकाकारकृत भूल प्रतीत होती है, वास्तव में लगभग ७० वर्ष) का जीवन व्यतीत किया।

ब्रह्मगुप्ताचार्यवरेण रचितं सिद्धान्तशास्त्रमिदम् । ग्रहाणां गतिज्ञानार्थं गणितज्ञानप्रदीप्तये ॥ यस्मिन् सङ्कलितं सर्वं पूर्वसिद्धान्तचूडामणिः । ब्रह्मस्फुटसमाख्यं तत् सदा सत्यं विजृम्भते ॥

ब्रह्मगुप्ताचार्यवर द्वारा रचित यह सिद्धान्तशास्त्र ग्रहों की गति के ज्ञानार्थ है और गणितज्ञान को प्रदीप्त (प्रकाशित) करने वाला है। इसमें समस्त पूर्वसिद्धान्तों का सार संकलित किया गया है। यह ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त नामक ग्रन्थ सदा सत्यरूप से विजृम्भित (विकसित) होता रहता है।

श्रीभिल्लमालानगराधीश्वरस्य प्रसादतः । ब्रह्मगुप्तेन रचितं सिद्धान्तं सद् ब्रह्मस्फुटम् ॥ अष्टाधिकद्विसहस्रं तिथीनां यत् प्रकाशितम् । तिथिकर्मणि तत् ज्ञेयं गणितं ब्रह्मतः स्मृतम् ॥

भिल्लमाला नगर के अधीश्वर (शिवगुप्त/व्याघ्रमुख) की कृपा से ब्रह्मगुप्त ने यह ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त रचा। इसमें २००८ तिथियों का प्रकाशन है (युगीय तिथियों की संख्या)। तिथिकर्म में यह गणित ब्रह्म (ब्रह्मसिद्धान्त) से स्मृत (स्मरण) किया गया है।

मङ्गलाचरणम् — □□□□□□□□□□□□

यस्याज्ञयाऽऽर्क्षगतिं वेत्ति ल□□□ऽयं ग्रहाणां च भ्रमणम् । तस्मै नमो ब्रह्मणे रूपं गणितं यस्य च स्फुटम् ॥
यः कल्पयेद् ग्रहगतिं गणितं तन्त्रमेव च । तस्मै नमः सदा ब्रह्म्ने सिद्धान्तस्य प्रकाशकः ॥

जिन ब्रह्मा जी की आज्ञा से संसार ग्रहों की आकाशगति और भ्रमण को जानता है, उन ब्रह्मणे नमस्कार है। जिन्होंने गणित को स्पष्ट रूप दिया है उन्हें नमः। जिन्होंने ग्रहगति, गणित और तन्त्र की रचना की है उन ब्रह्मा को सदा नमस्कार जो सिद्धान्तों के प्रकाशक हैं।

सिद्धान्तशिरोमणिः प्रोक्तो ब्रह्मगुप्तेन धीमता । गणितं ग्रहगतिश्चैव संपूर्णं यत्र दर्शितम् ॥ पूर्वाचार्यविरचितं यत् सिद्धान्तशतसङ्ग्रहः । तस्मात् सारं समादाय ब्रह्मस्फुटमिदं कृतम् ॥

ब्रह्मगुप्त द्वारा रचित यह सिद्धान्तशिरोमणि गणित और ग्रहगति का संपूर्ण दर्शन कराता है। पूर्वाचार्यों द्वारा विरचित सिद्धान्तशतसङ्ग्रह (सैकड़ों सिद्धान्तों का संग्रह) से सार समाकर यह ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त रचा गया है।

लोकेऽस्मिन् गणितं यस्य प्रबन्धेन प्रदर्शितम् । सर्वज्ञेन ब्रह्मगुप्ताचार्येणामुना सुरैः सह ॥ सूर्यचन्द्रमसौ तारा ग्रहाश्चैव यथाक्रमम् । येषां वेद्याः प्रसादेन तान् नमस्यामि मूर्ध्ना ॥

इस लोक में जिन ब्रह्मगुप्ताचार्य ने अपने प्रबन्ध (□□□□□□□□) द्वारा गणित का प्रदर्शन किया, उन सर्वज्ञ ब्रह्मगुप्त को सुरों सहित नमस्कार करता हूँ। सूर्य, चन्द्र, तारा और ग्रह जिनकी कृपा से वेद्य (ज्ञात) हैं उन सबको मैं मस्तक से नमस्कार करता हूँ।

ॐ नमः सिद्धिबुद्धिभ्यां ब्रह्मगुप्ताय तेजसे । येनैतद् गणितं प्रोक्तं ज्योतिःशास्त्रं सनातनम् ॥
श्रीब्रह्मेन्द्रगुप्तपादपद्मयुग्मं प्रसादतः । समाप्तं ब्रह्मस्फुटाख्यं सिद्धान्तशतसङ्ग्रहात् ॥

सिद्धि और बुद्धि को नमस्कार और ब्रह्मगुप्त के तेज को नमस्कार जिन्होंने यह सनातन ज्योतिःशास्त्र एवं गणित प्रोक्त किया। श्री ब्रह्मेन्द्रगुप्त (ब्रह्मगुप्त को देवतुल्य कहा गया है) के चरणकमलों की कृपा से यह ब्रह्मस्फुटनामक सिद्धान्तशतसङ्ग्रह समाप्त हुआ।

ब्राह्मस्फुटसिद्धान्तस्य 0.3□□] भागतृतीयस्य 0.3□□] खण्डत्रितयस्य 0.3□□] समाप्तिः

$ax + by = c$

$Nx^2 + 1 = y^2$